

О.Г. Шатохін, доц., канд. екон. наук

Національна металургійна академія України, м. Дніпропетровськ

Багатокритеріальні задачі ухвалення управлінських рішень

Розглянуто сутність та особливості ухвалення управлінських рішень багатокритеріальних задач, шляхом об'єднання багатьох критеріїв в один за допомогою так званих вагових коефіцієнтів. Дослідження операцій, ухвалення управлінських рішень, багатокритеріальні задачі, методи та моделі, вагові коефіцієнти, критерії

Проблема та її зв'язок із науковими і практичними завданнями. Моделі, що описують поведінку людей, активно використовуються в теорії дослідження операцій. Дослідження операцій - науковий напрям, що склався, добре відомий в сучасному світі. Як визначає Е. С. Вентцель [1], під дослідженням операцій розуміють застосування математичних, кількісних методів для обґрунтування рішень у всіх областях цілеспрямованої людської діяльності.

Основними етапами рішення будь-якої задачі в дослідженні операцій є: побудова моделі; вибір критерію оптимальності; знаходження оптимального рішення. Для підходу дослідження операцій характерні наступні особливості.

Використовувані моделі носять об'єктивний характер. Побудова моделей розглядається в рамках дослідження операцій як засіб віддзеркалення об'єктивно існуючої реальності. Це вимога, запропонована Р. Вагнером, вельми примітна. Вона визначає, що діяльність людей, яка описується моделлю, підпорядкована вимогам доцільності.

Керівник отримує науково обґрунтоване рішення. За замовленням керівника аналітик досліджує організацію, зовнішню середу і намагається побудувати адекватну модель. У цій роботі сама ЛПП (людина, яка приймає рішення) найчастіше не потрібна. У описі багаточисельних випадків застосування методів дослідження операцій, підкреслюється, що група аналітиків самостійно знаходить вдале рішення.

Існує об'єктивний критерій успіхів в застосуванні методів дослідження операцій. Якщо проблема, що вимагає рішення, ясна і критерій визначений, то аналітичний метод відразу показує, наскільки нове рішення краще старого.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз багатьох реальних практичних проблем, з якими стикалися фахівці з дослідження операцій, природним чином привів до появи класу багатокритеріальних завдань.

При появі багатьох критеріїв завдання вибору якнайкращого рішення мають наступні особливості. Завдання має унікальний, новий характер - немає статистичних даних, що дозволяють обґрунтувати співвідношення між різними критеріями. На момент ухвалення рішення принципово відсутня інформація, що дозволяє об'єктивно оцінити можливі наслідки вибору того або іншого варіанту рішення. Але оскільки так чи інакше рішення має бути вирішене, то недолік інформації необхідно заповнити. Це може бути зроблено лише людьми на основі їх досвіду і інтуїції.

Одним з перших підходів до ухвалення рішень при двох критеріях є метод «вартість - ефективність». Метод «вартість - ефективність» складається з трьох основних етапів:

– побудови моделі ефективності;

- побудови моделі вартості;
- синтезу оцінок вартості і ефективності.

Модель складається з двох часток - моделі вартості і моделі ефективності.

Модель вартості представляє залежність спільної вартості від кількості об'єктів, а модель ефективності — залежність вірогідності впровадження угод. Обидві моделі в даному випадку можна розглядати як об'єктивні: вони будуються на базі фактичних даних, надійного статистичного матеріалу. Проте вихідні параметри цих моделей не об'єднуються за допомогою заданої залежності; використовується думка керівника, який визначає граничні значення вартості, необхідні значення ефективності. Часто використовують відношення вартості до ефективності, але при цьому рекомендується звертати увагу на абсолютні значення цих величин.

Основна відзнака приведеної моделі від типових моделей дослідження операцій полягає в появі суб'єктивних думок при синтезі вартості і ефективності. У спільному випадку на етапі синтезу вартості і ефективності рекомендується використовувати два основні підходи:

- фіксованої ефективності при мінімально можливій вартості (при такому підході вибирається «найдешевша» альтернатива, що володіє заданою ефективністю);
- фіксованої вартості і максимально можливої ефективності (випадок бюджетних обмежень) [2].

Сенс цих підходів ясний — переказ одного з критеріїв оцінки альтернатив в обмеження. Але при цьому відразу ж виникає питання: як, на якому рівні встановити обмеження на один з критеріїв. Об'єктивна і єдино можлива відповідь на це питання в спільному випадку рішення не витікає з умов завдання. Ні необхідна ефективність, ні бюджетні обмеження не встановлюються зазвичай достатньо жорстко. Очевидно, що при декількох критеріях це ж питання стає істотно складнішим. Інакше кажучи, коли аналітик переводить всі критерії, окрім одного, в обмеження, він здійснює свавілля, нічим не виправдане з погляду керівника, відповідального за вирішення проблеми. У ряді випадків використовують відношення двох вказаних вище критеріїв.

Автори методу застерігають проти механічного використання співвідношення вартості до ефективності, указуючи, що воно може бути одним і тим же при різних абсолютних значеннях чисельника і знаменника.

Постановка завдання. Опишемо одне класичне завдання дослідження операцій. Одна з них отримала назву узагальненого транспортного завдання. Хай є велика автотранспортна компанія, що перевозить пасажирів по різних маршрутах. Керівництво компанії визначає, які автомобілі (по місткості) і скільки автомашин повинні обслуговувати різні маршрути. Вважається, що відомі потоки пасажирів між різними містами і спільне число наявного автотранспорту різного типу. Потрібно розподілити автотранспорт по маршрутах так, щоб мінімізувати витрати на їх обслуговування.

Транспортне завдання формулюється таким чином. Є m постачальників P_1, P_2, \dots, P_m однорідній продукції. Максимальні об'єми постачань продукції задані і рівні $a_i, i = 1, 2, \dots, m$. Ці перевезення використовується n споживачами. Об'єми потреб задані і рівні $b_j, j = 1, 2, \dots, n$.

Вартість перевезення одиниці продукції від i -го постачальника до j -го споживача відома для всіх, $i = 1, 2, \dots, m$, та $j = 1, 2, \dots, n$ і рівна c_{ij} .

Потрібно встановити такі об'єми перевезень x_{ij} від кожного постачальника P_i ($i = 1, 2, \dots, m$) до кожного споживача Q_j ($j = 1, 2, \dots, n$), щоб сумарні витрати на перевезення були мінімальними і потреби всіх споживачів були задоволені (якщо це можливо).

Математична модель завдання має вигляд (1):

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \longrightarrow \min$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad \sum_{i=1}^m \tilde{d}_{ij} \geq b_i, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j .$$

Маємо так звану закрити (збалансовану) транспортну задачу.

Розглянемо узагальнене транспортне завдання. Додамо до критерію мінімальних витрат на обслуговування автомобілів цілком природні критерії максимуму прибутку і максимуму комфорту для пасажирів. Якщо є три критерії, то необхідно погоджувати їх. Аналіз багатьох реальних практичних проблем, з якими стикалися фахівці з дослідження операцій, природним чином привів до появи класу багатокритеріальних задач. При появі багатьох критеріїв завдання вибору якнайкращого рішення мають наступні особливості. Завдання має унікальний, новий характер — немає статистичних даних, що дозволяють обґрунтувати співвідношення між різними критеріями [3].

На момент ухвалення рішення принципово відсутня інформація, що дозволяє об'єктивно оцінити можливі наслідки вибору того або іншого варіанту рішення. Але оскільки так чи інакше рішення має бути вирішене, то недолік інформації необхідно заповнити. Це може бути зроблено лише людьми на основі їх досвіду і інтуїції.

Один із підходів вирішення багатокритеріальних задач — переведення одного з критеріїв оцінки альтернатив в обмеження. Але при цьому відразу ж виникає питання: як, на якому рівні встановити обмеження на один з критеріїв. Об'єктивна і єдино можлива відповідь на це питання в спільному випадку не витікає з умов завдання. Очевидно, що при декількох критеріях це ж питання стає істотно складнішим.

Інший підхід до синтезу вартості і ефективності приводить до побудови множини Еджворта - Парето. Порівняємо два варіанти на множині Еджворта - Парето. Порівнюючи варіанти, що знаходяться на безлічі Парето, ЛПР зупиняється на одному з них і робить свій остаточний вибір [4].

Розглянемо труднощі для ЛПР при ухваленні управлінських рішень. Щоб вирішити, необхідно, по-перше, встановити, наскільки позитивні значення по критеріях досяжні одночасно. В деяких випадках, число змінних, що описують область допустимих значень, дорівнює сотням і тисяч. Отримуючи якимось із способів рішення задачі, ЛПР бачить співвідношення між критеріями. Результати таких спроб дозволяють зрозуміти, чого можна досягти і чого не можна.

Разом з цим ЛПР виробляє компроміс між оцінками по критеріях, визначаючи бажане для всього відношення між ними в точці рішення. Проведемо дослідження рішень на множині Еджворта - Парето (Е-П) [5].

Один з можливих способів рішення цієї задачі полягає в попарному порівнянні альтернатив і виключення домінуючих. Завдання виділення безлічі Е-П зазвичай розглядається як попереднє. За ним слідує найбільш істотний етап ухвалення рішень. При появі багатокритеріальних завдань виникла ідея побудови простору Е-П і організації роботи ЛПР на цій безлічі. З сучасних напрямів досліджень, що йдуть по цьому шляху, необхідно виділити два підходи.

Перший з них пов'язаний з візуалізацією безлічі Е-П і наданням ЛПР можливості проводити аналіз на площині пар критеріїв при фіксованих значеннях інших критеріїв. Цей підхід отримав назву методу досяжних цілей [6].

Інший підхід застосовується в тих випадках, коли ЛПР може відновити по

сукупності критеріальних оцінок та інших параметрів цілісний вигляд альтернативи.

Викладення матеріалу з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Проведемо постановку багатокритеріального завдання лінійного програмування. Тепер, коли основні труднощі для ЛПР стали ясні, можна сформулювати багатокритеріальне завдання лінійного програмування.

Кожен з критеріїв лінійно пов'язаний із змінними:

$$C_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (2)$$

де n - число змінних ($j = 1, 2, \dots, n$);

c_{ij} - числові коефіцієнти.

Потрібно: знайти рішення X в області D , при якому досягаються найбільш прийнятні значення по всіх критеріях. Інакше кажучи, потрібно знайти такі критеріальні оцінки, при яких досягається максимальне значення апріорі невідомої функції корисності ЛПР.

Розглянемо вагові коефіцієнти важливості критеріїв. При появі багатокритеріальних завдань виникли додаткові труднощі їх вирішення, пов'язані з отриманням інформації від ЛПР. Природною реакцією на це було прагнення отримати таку інформацію відразу і швидко усунути багатокритеріальність. Цей підхід був реалізований шляхом об'єднання багатьох критеріїв в один за допомогою так званих вагових коефіцієнтів важливості критеріїв. Глобальний критерій обчислюється за формулою

$$C_{gk} = \sum_{i=1}^N w_i C_i, \quad (3)$$

де C_i - приватні критерії; ($i = 1, 2, \dots, N$);

w_i - ваги (коефіцієнти важливості) критеріїв:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1; \quad 0 \leq w_i \leq 1. \quad (4)$$

Ідея такого об'єднання полягає в тому, що ЛПР призначає числа (часто за чисельною шкалою 1—100), що представляють для нього цінність даного критерію. Далі, вагові коефіцієнти нормуються на основі умови (5). Легко побачити, що рішення, відповідають крапкам і на безлічі Е-П, можуть бути представлені у вигляді

$$C_A = \sum_{i=1}^{i-2} w_i^A C_i^A; \quad C_B = \sum_{i=1}^{i-2} w_i^B C_i^B. \quad (5)$$

Існує лема, яка затверджує, що для лінійного завдання будь-яке ефективне, таке рішення, що знаходиться на безлічі Е-П та може бути представлене у вигляді (4), тобто у вигляді вагів, помножених на приватні критерії. Отже, формально завдання зводиться до знаходження вагів.

Виникла ідея, що ці ваги можна отримати від ЛПР оперативно. Якщо ЛПР важко на початку процесу рішення (до вивчення області) відразу назвати ці ваги, то можна побудувати модель наступного змісту: ЛПР призначає первинні ваги, дивиться на рішення і коректує ваги до отримання задовільного результату.

Пропонується розділити рішення на три етапи. Запропонована класифікація заснована на характері інформації, що отримується від ЛПР на фазі аналізу. На першому ЛПР безпосередньо призначає ваги критеріїв і коректує їх на основі отриманих рішень. На другому етапі завдання ЛПР полягає в порівнянні багатокритеріальних рішень. Ця група називається оцінкою векторів. На третьому етапі

ЛПР проводить накладення обмежень на значення критеріїв і на область допустимих значень. Цей етап називається пошуком задовільних рішень.

Перш ніж перейти до розгляду кожного етапу, слід вказати на спільні попередні етапи. Перед рішенням задачі рекомендується провести нормування критеріїв, визначивши діапазон їх зміни від 0 до 1:

$$C_k^i = \frac{C_k(x) - C_k^{mn}(x)}{C_k^{mk}(x) - C_k^{mn}(x)}, \quad (6)$$

де $C_k^{mn}(x)$ - мінімально - і $C_k^{mk}(x)$ - максимальні можливі значення k -ого критерію;

$C_k(x)$ — проміжне значення.

Крім того, як це було показано вище, для кожного з критеріїв обчислюється оптимальне абсолютне значення. Вектор таких (недосяжних одночасно) значень допомагає ЛПР оцінити межі можливого.

Висновки та напрямки подальших досліджень. Істотна відмінність проблем ухвалення рішень від проблем дослідження операцій полягає в наявності багатьох критеріїв оцінки якості рішення. Компроміс між критеріями може бути знайдений тільки на основі переваг ЛПР. Існує особливий клас завдань ухвалення рішень, в яких моделі мають об'єктивний характер (як в завданнях дослідження операцій), але якість рішень оцінюється по багатьом критеріям.

Ці завдання можуть бути названі багатокритеріальними завданнями з об'єктивними моделями. Вони знаходяться на межі між дослідженням операцій і ухваленням рішень.

Список літератури

1. Вентцель Е.С. Дослідження операцій. М.: Наука, 1980.
2. Вагнер Г. Основи дослідження операцій. М.: Мір, 1973.
3. Ларічев О.І. Об'єктивні моделі і суб'єктивні рішення. М.: Наука, 1987.
4. Simon H., Newell A. Heuristic problem solving: the next advance in operations research // Oper. Res. 1958. V. 6, Jan.
5. Wallenius H., Wallenius Y., Vartia P. An approach to solving multiple criteria macroeconomic policy problems and an application // Management Science. 1978. V. 24, J£ 10, June.
6. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь, 1992.
7. Monarchi D. E., Weber J.E., Duckstein L. An interactive multiple objective decision making aid using nonlinear goal programming//M. Zeleny (Ed.). Multiple criteria decision making. Berlin: Springer Verlag, 1976.

Рассмотрена сущность и особенности принятия управленческих решений многокритериальных задач, путем объединения многих критериев в один с помощью так называемых взвешенных коэффициентов.

Essence and features of acceptance of administrative decisions of multicriterion tasks is considered, by the association of many criteria in one by the so-called weigh coefficients.

Одержано 13.04.09