

## 7. ЛІСОВА ІНЖЕНЕРІЯ: ТЕХНІКА, ТЕХНОЛОГІЯ, ДОВКІЛЛЯ



Forestry Academy of Sciences  
of Ukraine

Наукові праці Лісівничої академії наук України  
Proceedings of the Forestry Academy of Sciences of Ukraine

<http://fasu.nltu.edu.ua>  
<https://doi.org/10.15421/411832>  
Article received 2018.08.22  
Article accepted 2018.10.25

ISSN 1991-606X print  
ISSN 2616-5015 online  
@ ✉ Correspondence author  
Yuriy Hrytsiuk  
[yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua](mailto:yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua)

S. Bandera str., 28-a, Lviv, 79013, Ukraine

УДК 004.891:684.4.05

### Моделювання твірних поверхонь стовбурів деревини за допомогою сплайн-функцій

Ю.І. Грицюк<sup>1</sup>, С.І. Яцишин<sup>2</sup>

*Розроблено методологію моделювання складних геометричних поверхонь природного походження – стовбура деревини за допомогою сплайн-функцій, що дає змогу підвищити точність та достовірність її обліку за різними розмірними характеристиками, а також випиляних з них пиломатеріалів у галузі деревообробки. З'ясовано, що метод побудови математичних моделей твірних поверхонь поперечного перерізу колод і їх поверхонь вздовж осі дає змогу на основі єдиного теоретичного підходу описати їх розміри та форму осей і зовнішніх твірних поверхонь. Він заснований на вимірюванні координат певної кількості точок поперечного перерізу стовбура деревини уздовж її довжини і подальшої інтерполяції точкового базису. Встановлено, що математичний апарат – інтерполяційні кубічні сплайни, побудовані на невеликій кількості точок поверхні, дають змогу з достатньою точністю визначити розмірні показники і врахувати особливості форми стовбурів деревини (кривизну, сучкуватість і гнилину, механічні пошкодження), а також є адекватними індивідуальними моделями для обліку колод як деревини, так і випиляних з них пиломатеріалів. Реалізовано програмне забезпечення для побудови твірних поверхонь стовбурів деревини складної геометричної форми, яке дає змогу здійснити побудову моделей поверхонь колод сплайн-функціями. Наведено алгоритми обліку стовбура деревини та окремі алгоритми схем розкрою колод на пиломатеріали. Досліджено, що вихід пиломатеріалів після здійсненого математичного моделювання значно збільшується порівняно з класичними способами моделювання поверхонь колод. Встановлено, що метод індивідуальних моделей стовбурів деревини, їх математична, програмна й апаратна підтримка у вигляді математичних моделей, алгоритми реалізації та програмне забезпечення, результати і висновки поданих досліджень можуть бути використані для проектування виробничо-технологічних систем деревообробки, створення відповідних ресурсоощадних технологічних процесів на основі сучасного технологічного та вимірювального обладнання, методів і моделей інформаційних технологій.*

**Ключові слова:** інформаційні технології; програмний проект; стовбур деревини; поперечний переріз колоди; твірна поверхня; річні кільця; схема розкрою; пиломатеріали; технологічне обладнання; ресурсоощадний технологічний процес.

<sup>1</sup> Грицюк Юрій Іванович – дійсний член Лісівничої академії наук України, доктор технічних наук, професор кафедри програмного забезпечення. Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 28-а, м. Львів, 79013, Україна. Тел.: +380-067-944-11-15. E-mail: [yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua](mailto:yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua)

<sup>2</sup> Яцишин Світлана Іванівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних технологій. Національний лісотехнічний університет України, вул. ген. Чупринки, 103, м. Львів, 79057, Україна. Тел.: +38-097-470-31-16. E-mail: [svitlana0981@gmail.com](mailto:svitlana0981@gmail.com)

**Вступ.** Збільшення виходу пиломатеріалів з одиниці об'єму переробленої деревини можна здійснити шляхом вдосконалення наявних і впровадження нових ресурсощадних технологій. За умови зменшення обсягів вирубування лісів у Карпатському регіоні України та зростання її вартості подальше вдосконалення методів і засобів розкרוю колод на пиломатеріали є актуальним науково-виробничим завданням, яке загалом має підвищити ефективність функціонування технологічних потоків виготовлення пилопродукції (Hrytsiuk, & Koshyrets, 2014). Важливим тут є перехід на маловідходну, ресурсощадну технологію розкרוю колод на пиломатеріали, що забезпечує максимально повне і комплексне використання стовбура деревини (Gryciuk, & Koshyrets, 2009). Вирішення цієї проблеми є життєво необхідним, позаяк йдеться про значні обсяги відходів цінної деревини (до 10 млн м<sup>3</sup>), тому наукові дослідження в цій області знань – надзвичайно актуальні для розвитку сучасних інформаційних технологій проектування технологічних процесів деревообробки (Gryciuk, & Yatsyshyn, 2007).

Однак на цей час не розвинені загальні методи побудови моделей об'єкта розкרוю з урахуванням технологічних особливостей устаткування й подальших виробничих процесів при постановці завдання оптимізації розкרוю деревних матеріалів, відсутній вихід на типові розрахунки з використанням оптимізаційних моделей, не вивчені методологічні принципи розроблення таких моделей з адаптацією до постійної зміни виробничих і технологічних умов діяльності та господарювання (Yakovlev, 1995), слабо досліджені індивідуальні особливості процесу розкרוю дефектних колод на пиломатеріали.

Для вирішення цих і багатьох інших завдань найоптимальнішим і найрезультативнішим є метод моделювання складних геометричних поверхонь природного походження за допомогою сплайн-функцій (Zavialov, Kvasov & Miroshnichenko, 1980; Makarov & Khlobystov, 1993; Stechkin & Subbotin, 1976). Знаючи координати точок, наприклад на поверхні стовбура деревини, можна змоделювати її поперечний переріз у вигляді еліпса чи іншої складної геометричної фігури. Аналогічно можна змоделювати такі характеристики поверхні стовбура деревини, як його кривизну та дефекти – сучки та гнилину, морозні тріщини та механічні пошкодження, маючи для цього достовірні методики їх урахування, що дасть змогу побудувати адекватні математичні моделі і, як наслідок, уникнути подальших втрат деревини у відходи та підвищити якість випіляних пиломатеріалів (Hrytsiuk & Koshyrets, 2014; Filiptsov, 2010).

Під час пошуку адекватної моделі твірної поверхні стовбура деревини було знайдено рішення, яке полягає у використанні кубічних інтерполяційних сплайнів, що, як потім виявилось, є найточнішою моделлю з мінімальною кількістю затребуваних даних (Yakovlev, 1995).

Сплайнами називають функції, що складені із многочленів певних степенів згідно з деякою системою обмежень (Makarov & Khlobystov, 1993).

Найпростішим сплайном є ламана лінія, яку описують лінійними многочленами (Stechkin & Subbotin, 1976). Форму сплайна має пружна балка із точковими навантаженнями, форми яких вивчав ще Леонардо да Вінчі. Розвитку теорії сплайн-наближень сприяли роботи таких математиків, як І. Шенберг, Е. Нільсон, В. М. Тихомиров, С. Б. Стечкін, В. Л. Макаров, Ю. С. Зав'ялов й інші.

Аналіз застосування сплайнів як математичного апарату для наближення функцій у числовому аналізі показує, що в усіх відомих випадках вдавалося домогтися відчутних результатів порівняно з класичним апаратом многочленів (Zavialov, Kvasov & Miroshnichenko, 1980; Stechkin & Subbotin, 1976). В одних задачах перехід до кубічних сплайнів приводив до підвищення точності отриманих результатів, в інших – до значного скорочення обчислювальних ресурсів (Yatsyshyn & Gryciuk, 2007).

Не претендуючи на кардинальні зрушення в теорії сплайн-функцій, спробуємо внести і свою лепту в практичне їх застосування, особливо у галузь деревообробки для опису твірних поверхонь стовбурів деревини як у поперечному перерізі, так і вздовж осі. Тому, як на сьогодні, видається *актуальним* проведення досліджень, які стосуються розроблення адекватної методики візуального подання твірної поверхні поперечного перерізу колоди, її річних кілець, а також поверхні колоди вздовж її осі, що дасть змогу підвищити точність та достовірність обліку стовбурів деревини як промислової сировини в галузі деревообробки.

**Об'єкти та методика дослідження.** *Об'єкт дослідження* – складні геометричні поверхні природного походження. *Предмет дослідження* – методи та засоби побудови складних геометричних поверхонь природного походження сплайн-функціями як у дво-, так і тривимірному вигляді, що дасть змогу підвищити точність та достовірність визначення площ і об'ємів відповідних геометричних об'єктів.

*Мета дослідження* полягає в розробленні програмного забезпечення для моделювання твірних поверхонь поперечного перерізу стовбурів деревини, її річних кілець, а також твірної поверхні колоди вздовж її осі, що дасть змогу підвищити точність та достовірність обліку деревини як промислової сировини в галузі деревообробки, а також уможливити дещо ефективніше її використання.

Для реалізації зазначеної мети потрібно виконати такі основні завдання:

- 1) розробити методику опису поперечних перерізів і твірних поверхонь стовбура деревини, яка забезпечила б визначення його розмірних характеристик і дала змогу врахувати форму колоди під час її обліку та визначення відповідних схем розкרוю;
- 2) вибрати математичний апарат, розробити математичні моделі та алгоритми, що забезпечать адекватний опис форми поперечного перерізу стовбура деревини і його розмірні характеристики, а також дасть змогу здійснити індивідуальні заміри отриманої продукції після розкרוю колод на пиломатеріали;

3) розробити програмне забезпечення, що реалізує побудову зазначених математичних моделей і алгоритмів на комп'ютері, а також уможливить проведення відповідних виробничих розрахунків;

4) зробити відповідні висновки та надати рекомендації щодо використання розробленої методики для побудови складних геометричних поверхонь природного походження сплайн-функціями.

Для виконання роботи використано такі основні *методи дослідження*: основні положення системного аналізу – для аналізу та синтезу складних геометричних поверхонь природного походження, розроблення його адекватної математичної моделі; методи математичної статистики – для опрацювання експериментальних даних, які характеризують розмірно-якісні параметри колод і пиломатеріалів спеціального призначення.

Основним завданням технологічного процесу розкрою колод є отримання пиломатеріалів та заготовок заданого призначення. Розкрій колод здійснюють на різному спеціалізованому обладнанні – лісопилних рамах, стрічково-пилкових верстатах і лісопилних агрегатах, на виході яких отримують бруси, дошки, обаполи та відходи.

На сьогодні практична діяльність більшості деревообробних підприємств Карпатського регіону України передбачає розкрій колод на пиломатеріали для потреб внутрішнього ринку, тобто призначених для виготовлення заготовок і деталей заданих розмірно-якісних характеристик. Однак отримані на підприємствах обрізні пиломатеріали певних розмірів здебільшого не тільки не відповідають потребам виробника, але й призводять до меншого виходу з них заготовок і деталей. Виходом з цієї складної ситуації є зміна технологічного процесу розкрою, а саме: виготовлення необрізних або напівобрізних пиломатеріалів; вирізання значних дефектів шляхом їх поперечного розкрою на короткі дошки; їхній поздовжній розкрій на заготовки певної ширини; вирізання незначних дефектів; склеювання заготовок у торець з поперечним розкромом на потрібну довжину і т.ін.

**Результати та обговорення. 1. Теорія сплайн-функцій та її основні положення.** Сплайни – це математичний апарат наближення функцій, який знаходить багато застосувань в різних прикладних задачах (Zavialov, Kvasov & Miroshnichenko, 1980; Yakovlev, 1995). Поширення сплайн-функцій розпочалося в середині ХХ ст. при інтерполюванні складних кривих у прикладній геометрії. Класичним апаратом для розв'язання таких задач були інтерполяційні многочлени Лагранжа та Ньютона. Однак для великої кількості вузлів інтерполювання побудова таких многочленів є складним завданням і при цьому зростають похибки інтерполювання (Makarov & Khlobystov, 1993).

Математичний апарат сплайн-наближення функцій дає змогу програмістам усунути недоліки многочленної інтерполяції. Основними перевагами такого апарату є (Stechkin & Subbotin, 1976):

– стійкість сплайнів відносно локальних збурень, тобто поведінка сплайна в околі точки не впливає на його поведінку загалом, як, наприклад, це існує при поліноміальній інтерполяції;

– добра збіжність сплайн-інтерполяції, на відміну від многочленної Лагранжа та Ньютона;

– проста програмна реалізація сплайн-функцій, наприклад, побудова інтерполяційних сплайнів третього степеня зводиться до розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з тридіагональною матрицею.

*Простір сплайн-функцій.* Нехай на проміжку  $[a, b]$  задане розбиття  $\Delta$ :

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b.$$

Для цілого  $k \geq 0$  через  $C^k = C^k[a, b]$  позначимо множину  $k$  разів неперервно-диференційованих на проміжку  $[a, b]$  функцій, а через  $C^{-1}[a, b]$  – множину кусково-неперервних функцій з точками розриву першого роду.

Функцію  $S_{n,v}(x)$  називають сплайном  $n$ -го степеня дефекту  $v$  ( $v$  – ціле число,  $0 \leq v \leq n+1$ ) з вузлами на сітці  $\Delta$ , якщо (Makarov & Khlobystov, 1993; Stechkin & Subbotin, 1976):

а) на кожному відрізку  $[x_i, x_{i+1}]$  функція  $S_{n,v}(x)$  є многочленом  $n$ -го степеня;

б)  $S_{n,v}(x) \in C^{n-v}[a, b]$ .

Якщо  $v = 1$ , то вважається, що  $S_n(x)$  – сплайн  $n$ -го степеня (опускаючи слова «дефекту 1»).

Отже, сплайн  $S_{n,v}(x)$  має неперервні похідні до порядку  $n - v$ . Похідні сплайна вище  $n - v$  порядку можуть мати розриви першого роду в точках  $x_i, i = 1, n-1$ . Для подальшої визначеності будемо вважати, що функція  $S_{n,v}^{(r)}(x)$ ,  $r > n - v$ , неперервна справа, тобто

$$S_{n,v}^{(r)}(x_i) = S_{n,v}^{(r)}(x_i + 0), r = \overline{n-v+1, n-1}; i = \overline{0, n-1}. \quad (1)$$

Множину сплайнів, що задовольняють умову (1), позначимо через  $S_{n,v}^{(r)}(\Delta)$ . Зрозуміло, що цій множині належать і сплайни степеня  $n_1 < n$  дефекту  $v_1 < v$ , якщо  $n_1 - v_1 \geq n - v$ , в т.ч. многочлени степеня не вище  $n$ . Оскільки звичайні операції додавання елементів з  $S_{n,v}(\Delta)$  і їх множення на дійсні числа не виходять за межі множини, то вона є лінійною множиною або лінійним простором (Makarov & Khlobystov, 1993).

Згідно з даними, наведеними в роботі (Zavialov, Kvasov & Miroshnichenko, 1980), простір сплайнів  $S_{n,v}(\Delta)$   $n$ -го степеня дефекту  $v$  на сітці  $\Delta$  є скінченновимірним і його розмірність становить  $n+1+v(n-1)$ . Це означає, якщо кубічний сплайн дефекту 1 на сітці  $\Delta$  має  $n$ -ну кількість вузлів, то розмірність цього простору становить  $n+3$ .

*Аналитичне подання кубічного сплайна.* Нехай на проміжку  $[a, b]$  визначена деяка функція  $f(x)$  і задана сітка  $\Delta$ . Кубічним інтерполяційним сплайном на сітці  $\Delta$  для функції  $f(x)$  називають функцію  $S(x)$ , що задовольняє такі умови (Makarov, & Khlobystov, 1993):

$$\begin{cases} S(x) \in P_3(x), x \in [x_{j-1}, x_j], j = \overline{1, n}; \\ S(x) \in C^2[a, b]; \\ S(x_j) = f(x_j), j = \overline{0, n} \end{cases} \quad (2), (3)$$

де  $P_3(x)$  – множина многочленів 3-го степеня.

Використаємо такий підхід для опису алгоритму побудови інтерполяційних кубічних сплайнів. Насамперед введемо таке позначення:

$$S''(x_j) = M_j, j = \overline{0, n}. \quad (4)$$

Зважаючи на те, що сплайн  $S(x)$  на відріжку  $[x_{j-1}, x_j]$  є кубічним многочленом, то його друга похідна – лінійна функція такого вигляду:

$$S''(x) = ax + b. \quad (5)$$

Тоді, враховуючи позначення (4), маємо таку систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} ax_j + b = M_j, \\ ax_{j-1} + b = M_{j-1}. \end{cases} \quad (6)$$

Розв'язавши систему рівнянь (6), отримаємо такі її корені:

$$a = \frac{M_j - M_{j-1}}{h_j}, \quad b = M_{j-1} - \frac{M_j - M_{j-1}}{h_j} x_{j-1}, \quad (7)$$

де  $h_j, j = \overline{1, n}$  – відстань між вузлами інтерполяції.

Тоді друга похідна (5) матиме такий вигляд:

$$S''(x) = \frac{M_j}{h_j}(x - x_{j-1}) + \frac{M_{j-1}}{h_j}(x_j - x). \quad (8)$$

Проінтегрувавши рівність (8) двічі, отримаємо такий вигляд кубічного сплайна:

$$S(x) = \frac{M_j}{6h_j}(x - x_{j-1})^3 + \frac{M_{j-1}}{6h_j}(x_j - x)^3 + C_1x + C_2, \quad (9)$$

де  $C_1, C_2 \in R$  – сталі інтегрування. Із умови інтерполяції знайдемо сталі  $C_1, C_2$ :

$$C_1 = \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} - \frac{h_j}{6}(M_j - M_{j-1}),$$

$$C_2 = y_j \frac{x_j}{h_j} - M_{j-1} \frac{x_j h_j}{6} - y_j \frac{x_{j-1}}{h_j} + M_j \frac{h_j x_{j-1}}{6}.$$

Підставивши  $C_1$  і  $C_2$  у рівність (9), отримаємо такий вигляд кубічного сплайна:

$$S(x) = \frac{M_j}{6h_j}(x - x_{j-1})^3 + \frac{M_{j-1}}{6h_j}(x_j - x)^3 + \left( y_{j-1} - M_{j-1} \frac{h_j^2}{6} \right) \frac{x_j - x}{h_j} + \left( y_j - M_j \frac{h_j^2}{6} \right) \frac{x - x_{j-1}}{h_j}, x \in [x_{j-1}, x_j], j = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Отже, кубічний сплайн  $S(x)$  на кожному відріжку  $[x_{j-1}, x_j], j = \overline{1, n}$  можна визначити чотирма коефіцієнтами, тому для його побудови на проміжку  $[a, b]$  потрібно  $4n$  коефіцієнтів. Умова (2) забезпечує неперервність кубічного сплайна і його похідних  $S^{(r)}(x), r = \{0, 1, 2\}$ , в усіх внутрішніх вузлах  $x_i, i = \overline{1, n-1}$  сітки  $\Delta$ . Ця умова утворює  $3(n-1)$  рівностей для знаходження коефіцієнтів кубічного сплайна. Разом з

рівностями (3) маємо  $4n-2$  співвідношень для побудови кубічного сплайна (10). Дві відсутні умови зручно задавати у вигляді обмежень (крайових умов) на значення кубічного сплайна та його похідних на кінцях проміжку  $[a, b]$ . Найбільш уживаними є такі типи крайових умов:

$$S'(y, a) = y'(a), S'(y, b) = y'(b), \quad (11)$$

$$S''(y, a) = y''(a), S''(y, b) = y''(b). \quad (12)$$

Із означення кубічного сплайна (1) маємо, що у внутрішніх вузлах сітки

$$S'(x_j + 0) = S'(x_j - 0), j = \overline{1, n-1}. \quad (13)$$

Обчисливши похідні кубічного сплайна відповідно до вигляду (10), матимемо:

$$S'(x_j + 0) = \frac{y_{j+1} - y_j}{h_j} - \frac{h_j}{6}(2M_j + M_{j+1}),$$

$$S'(x_j - 0) = \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j-1}} + \frac{h_{j-1}}{6}(M_{j-1} + 2M_j),$$

звідки отримаємо набір рівнянь для обчислення величин  $M_j$ , а саме:

$$\begin{aligned} & \mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = \\ & = \frac{6}{h_{j-1} + h_j} \left( \frac{y_{j+1} - y_j}{h_j} - \frac{y_j - y_{j-1}}{h_{j-1}} \right), j = \overline{1, n-1}, \end{aligned} \quad (14)$$

де  $\mu_j = \frac{h_{j-1}}{h_{j-1} + h_j}, \lambda_j = 1 - \mu_j$ .

Цей набір рівнянь разом з крайовими умовами (11) або (12) утворюють систему рівнянь  $n+1$  порядку відносно невідомих  $M_j, j = \overline{0, n}$  такого вигляду:

$$\begin{cases} 2M_0 + \lambda_0^* M_1 = d_0^*, \\ \mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = d_j, j = \overline{1, n-1}, \\ \mu_n^* M_{n-1} + 2M_n = d_n^*, \end{cases} \quad (15)$$

де  $d_j = \frac{6}{h_{j-1} + h_j} \left( \frac{y_{j+1} - y_j}{h_j} - \frac{y_j - y_{j-1}}{h_{j-1}} \right), j = \overline{1, n-1}$ .

У випадку крайових умов типу (11) параметри системи рівнянь (15) є такими:

$$\lambda_0^* = \mu_n^* = 1, \lambda_0^* = \frac{6}{h_0} \left( \frac{y_1 - y_0}{h_0} - y_0' \right), d_n^* = \frac{6}{h_{n-1}} \left( y_n' - \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} \right), \quad (16)$$

а для крайових умов типу (12) матимемо

$$\lambda_0^* = \mu_n^* = 0, \lambda_0^* = 2y_0'', d_n^* = 2y_n''. \quad (17)$$

Матриця системи рівнянь (15) є тридіагональною (Stechkin & Subbotin, 1976), з якої видно, що вона має переважаючу діагональ, а отже, є невиродженою (Makarov & Khlobystov, 1993). Це означає, що система рівнянь (15) має єдиний розв'язок.

*Метод прогонки для побудови кубічних сплайнів.* Для побудови кубічного інтерполяційного сплайна у вигляді (10) потрібно розв'язати систему рівнянь (15) з тридіагональною матрицею, що має діагональне переважання, яку можна записати у такому вигляді:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ c_2 & a_2 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & a_3 & \ddots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & a_{n-1} & b_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n & a_n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ \dots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \dots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix} \quad (18)$$

Розв’язок системи рівнянь (18) шукатимемо у такому вигляді:

$$M_i = v_i M_{i+1} + u_i, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (19)$$

Використовуючи цей вираз для визначення  $M_{i-1}$ , вилучимо це невідоме з  $i$ -го рівняння системи, отримуємо

$$(a_i + c_i v_{i-1}) M_i + b_i M_{i+1} = d_i - c_i u_{i-1}, \quad i = \overline{1, n-1}.$$

Прирівнюючи це співвідношення до (19), отримуємо рекурентні формули для прогоночних коефіцієнтів  $v_i, u_i$  (пряма прогонка):

$$v_0 = u_0 = 0, \quad v_i = -\frac{b_i}{a_i + c_i v_{i-1}}, \quad u_i = \frac{d_i - c_i u_{i-1}}{a_i + c_i v_{i-1}}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (20)$$

Очевидно, що  $M_n = u_n$ . Всі інші невідомі можна знайти за формулами (20) (зворотна прогонка). Для реалізації алгоритму прогонки потрібно виконати  $8n$  арифметичних операцій:  $3n$  додавання,  $3n$  множення,  $2n$  ділення. Алгоритм прогонки називають коректним, якщо всі дії, які необхідні для його реалізації, можна виконати. Дослідження коректності алгоритму прогонки зводиться до знаходження умов, при яких знаменники в формулах (20) не дорівнюють нулю.

Отже, наведено положення теорії сплайн-функцій, що обґрунтовують їх застосування для моделювання твірних поверхонь природного походження, які мають складну геометричну форму.

**2. Предметна область та постановка завдання дослідження.** Торці колод і схеми їх розкрою. Різноманітність розмірно-якісних характеристик колод, які вирізають зі стовбурів деревини, що росли у різних природно-кліматичних умовах, і сучасних вимог до якості пиломатеріалів потребує постійного вдосконалення технологічного процесу їх розкрою. Тільки ресурсощадні технології, які враховують розмірно-якісні характеристики колод і пиломатеріалів, в умовах гострого дефіциту деревини дають змогу підвищити вихід специфікаційної пиломатеріалів з мінімальними затратами деревини. При цьому важливе значення має вибір найефективнішого способу розкрою колод на пиломатеріали з обов’язковим урахуванням таких основних чинників: породи деревини, її розмірно-якісної характеристики, розмірів і якості отриманої пиломатеріалів. Вибір способу розкрою колод також залежить від об’єму перероблюваної сировини, технологічності цього способу розкрою та технічного забезпечення виробництва.

Стовбур – це основна та найцінніша частина дерева (Hrytsiuk & Koshyrets, 2014). З нього отримують від 60 до 90% якісної та дорогої деревини. Місце розрізу стовбура перпендикулярно до його осі називають *торцем*. На поперечному розрізі роз-

різняють серцевину, деревину, кору, камбій, річні шари, серцевинні промені (рис. 1). Серцевина складається з порівняно великих тонкостінних клітин, що утворилися в перші роки росту дерева (Filiptsov, 2010). Діаметр серцевини у хвойних порід становить 2–3 мм, у листяних 3–5 мм. За період життя дерево щороку наростає в напрямку від серцевини до кори, відкладаючи при цьому концентричні кільця (шари) завширшки від 3 до 8 мм залежно від породи дерева та природних умов його росту (Gryciuk & Yatsyshyn, 2007).

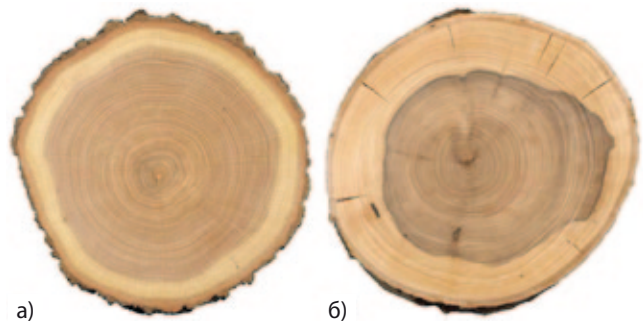


Рис. 1. Торці деревини складної геометричної форми

Зазвичай стовбур деревини має довжину від 9 до 18 м, тому для подальшого оброблення його розпилюють на колоди завдовжки від 3 до 6 м через 0,5 м. Отже, стовбур деревини певного діаметра і відповідної довжини називають колодою, придатною для розкрою на пиломатеріали певної товщини за відповідною схемою. Відомі різні схеми розкрою колод на пиломатеріали (Gryciuk & Yatsyshyn, 2005a, 2005b).

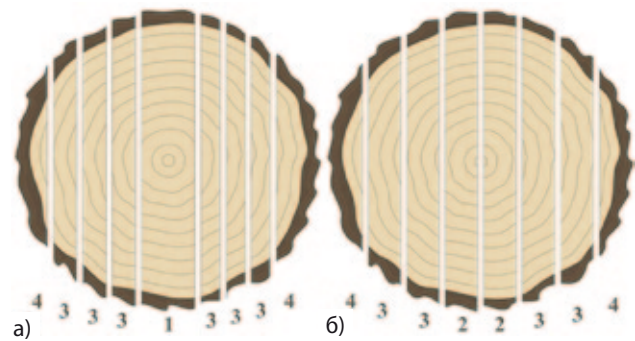


Рис. 2. Схема розкрою колод «врозвал»: а) непарний, б) парний постави: 1) серцевинна, 2) центральні та 3) бокові дошки, 4) обапал

Під час розкроювання колоди за схемою «врозвал» (рис. 2) її пропускають через лісопильну раму один раз, розпилюючи на декілька необрізних дошок. За місцем розташування у колоді розрізняють серцевинну 1, центральні 2 та бокові 3 дошки, а також обапал 4.

Під час розкроювання колод за схемою «з брусуванням» (рис. 3) колоду пропускають через лісопильну раму двічі. Під час першого проходу колоди через раму із середньої її частини випилюють двокантний брус 0, а з бокових частин – необрізні дош-

ки 3 і обабіли 4. Під час другого проходу через раму пропускають двокантний брус 0, із якого отримують у межах пропиляних пластей: б) чотирикантний брус 0' та обрізні дошки 3' і обабіли 4'; в) обрізні центральну 1' та бокові дошки 3' і обабіли 4'.

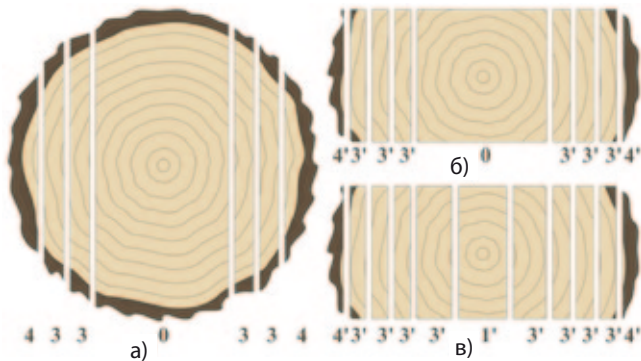


Рис. 3. Схема розкрою колод «з брусунням»: а) на двокантний брус і необрізні дошки; б) на чотирикантний брус та обрізні дошки; в) на обрізні дошки

*Поставом* називають групу пилок, що встановлені на певних відстанях між собою для отримання із колод дощок певних розмірів. У ширшому розумінні постав – це схема розкрою однорідних колод (певних діаметрів) на пиломатеріали певної товщини (Filirtsov, 2010). Постави, залежно від місця розташування відносно центра, можуть бути *симетричними* і *несиметричними*. Частіше під час розкроювання на лісопильних рамах застосовують симетричні постави. Несиметричні постави використовують тільки в особливих випадках, наприклад, для випилювання шпал і будівельних брусів. За кількістю дощок, що випилюють з колоди, постави бувають *парними* або *непарними*.

Постав записують у вигляді цифрового ряду, що вказує на товщину дощок у міліметрах. Наприклад, для колоди діаметром 24 см, завдовжки від 3 до 6 м можна скласти такий постав: 16 – 25 – 52 – 52 – 25 – 16. Це постав на розкроювання колод за схемою «врозвал», парний та симетричний. У середині поставу розміщено дві центральні дошки завтовшки по 52 мм, потім дві бокові дошки по 25 мм, а також по краях дві бокові дошки завтовшки по 16 мм. На основі цього поставу у вказаній послідовності встановлюють пилки з прокладками між ними. Кожна прокладка враховує товщину дошки, величину всихання залежно від її товщини і подвійне розведення зубів пилки.

Під час розкроювання колод за схемою «з брусунням» постав складають окремо на випилювання бруса, а потім для розкрою бруса за схемою «врозвал» на дошки відповідної ширини. Наприклад, діаметр колоди 24 см, довжина 6 м: 1-й прохід – 1 брус ×140 мм, 4 дошки ×18 мм; 2-й прохід – 5 дощок ×34 мм, 4 дошки ×18 мм. Скорочено це можна записати в такому вигляді:

$$\frac{2}{18} \frac{1}{140} \frac{2}{18} \frac{2}{18} \frac{2}{34} \frac{1}{34} \frac{2}{34} \frac{2}{18}$$

Це означає, що з колод діаметром 24 см при першому проході випилюють брус висотою (товщиною) 140 мм та по дві дошки товщиною 18 мм з кожного боку. При другому проході із середньої частини бруса випилюють п'ять дощок товщиною 34 мм та по дві дошки з кожного боку товщиною 18 мм.

Постави складають та розраховують наперед, тобто перед початком розкроювання колод на пиломатеріали. Від правильності складення та розрахунку поставів залежать продуктивність лісопильних рам та об'ємний вихід пиломатеріалів. Складання і розрахунок поставів здійснює технолог лісопильного цеху.

*Постановка завдання дослідження.* На основі опису предметної області, можна сформулювати таку *постановку завдання*: розробити програмне забезпечення, за допомогою якого працівники лісопильних підприємств зможуть моделювати точні геометричні поверхні стовбура деревини та планувати раціональний розкрій колод на пиломатеріали.

Вхідними даними для майбутньої програми є положення теорії сплайн-функцій, теорії розкрою колод на пиломатеріали, методи і засоби відображення складних геометричних поверхонь, тестові набори зображень торців колод, отриманих з лазерної вимірювальної установки. Дані подано у вигляді списку координат (x, y), отриманих по периметру торця колоди через кожні 10°.

Тестування розробленого програмного забезпечення та всі необхідні розрахунки проводились на схемі торця колоди, зображеної на рис. 4.

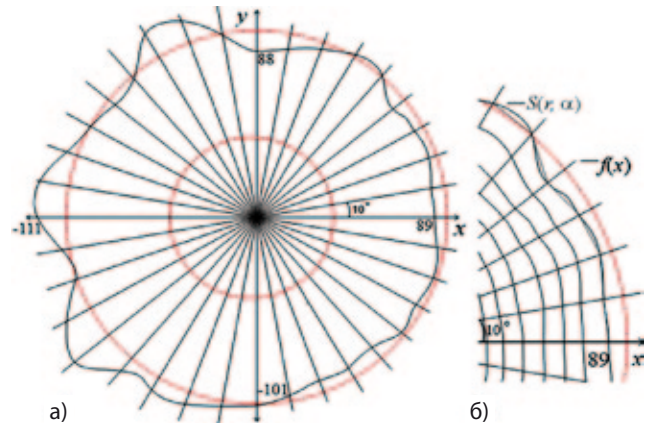


Рис. 4. Схема поперечного перерізу колоди (а) і наближення твірної поверхні торця колоди кубічним сплайном (б)

Результатом дослідження має стати програмне забезпечення, готове до використання, основним функціоналом якого має бути побудова геометричних поверхонь торців колод сплайн-функціями, побудова різних схем розкрою колоди на пиломатеріали та їхній розрахунок, а також визначення виду випиляних пиломатеріалів – радіальних, тангентальних чи змішаних (Yatsyshyn & Gryciuk, 2007). Програмний засіб має бути орієнтованим на користувачів, які є працівниками лісопильно-деревобробних підприємств. Його основною перевагою над наявними програмними продуктами має стати, насам-

перед, дружній інтерфейс користувача, на якому відображатиме увесь потрібний функціонал для досягнення необхідних результатів, а також відсутня прив'язка до конкретного оптико-вимірювального обладнання. Інтерфейс користувача має бути максимально простим і зрозумілим фахівцям деревообробних підприємств, що дасть змогу користувачу-технологу деревообробного цеху легко виконати потрібні дії та отримати бажані результати (Vovgyn & Hrytsiuk, 2018).

Отже, наведено загальну характеристику предметної області, що дало змогу обґрунтувати потребу підвищення точності та достовірності обліку стовбурів деревини в галузі деревообробки. Також наведено визначення основних термінів предметної області, що використовують у галузі деревообробки, а також схеми розкрою колод на пиломатеріали, що підтверджують доцільність використання сплайн-функцій для обліку колод та випиляних пиломатеріалів.

**3. Алгоритми програмного забезпечення.** Алгоритм масштабування річних кілець торця колоди. Під час виконання цього дослідження важливим складником побудови геометричної моделі торця колоди стала візуалізація річних кілець (Akho, Khorpkroft, & Ulman, 2000). Оскільки жодної інформації, окрім зовнішніх точок поверхні торця колоди, у нас немає, то на допомогу використаємо метод масштабування поверхні для побудови річних кілець (рис. 5, а).

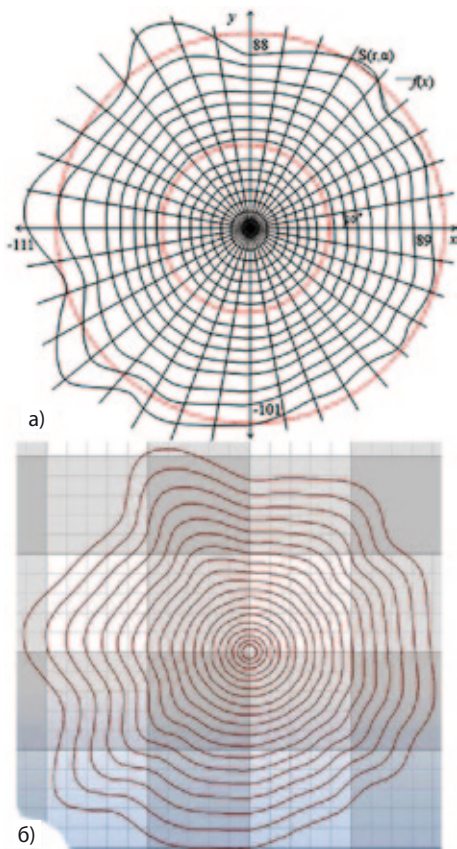


Рис. 5. Розрахункова схема побудови річних кілець торця колоди методом масштабування (а) і його програмна реалізація (б)

Суть методу масштабування полягає в тому, що впродовж року дерево наростає на товщину, яку можна обчислити за такою формулою (Vovgyn & Hrytsiuk, 2018):

$$R_{i-1} = R_i - \log_{a_{i-1}} R_i \cdot \left( 1 + \frac{R_i - R_i^{\min}}{a_{i-1} \cdot (R_i^{\max} - R_i^{\min})} \right) \quad (21)$$

де  $R_i, R_{i-1}$  – відповідно радіуси річного кільця попередній і наступний;  $R_i^{\max}, R_i^{\min}$  – відповідно максимальне і мінімальне значення радіуса річного кільця;  $a_{i-1}$  – основа натурального логарифма, можна визначити за такою емпіричною формулою:

$$a_{i-1} = -0,01 \cdot R_i^{\min} + 2,7. \quad (22)$$

На рис. 5, б подано результати програмної реалізації побудови річних кілець торця колоди методом масштабування. З рисунка видно, що змодельовані кільця повністю відповідають річним кільцям реальної деревини.

*Побудова схем розкрою колод на пиломатеріали.* У цьому дослідженні розглянуто та використано такі основні схеми розкрою: розкрій колоди за схемою «врозвал» з непарним поставом (рис. 6, а); розкрій колоди за схемою «врозвал» з парним поставом (рис. 6, б); розкрій колоди за схемою «з брусуванням».

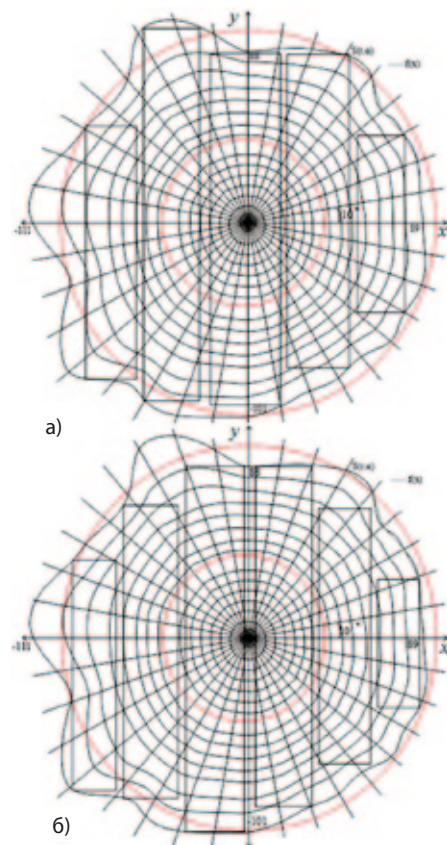


Рис. 6. Схеми розкрою колод на пиломатеріали «в розвал»: а) з серцевинною дошкою; б) з центральними дошками

Для всіх схем розкрою колод на пиломатеріали постав пил є змінним і залежить від введених даних (рис. 6). Під час розкроювання колоди спочат-

ку відбувається поділ її торця на сектори відносно схеми розкрою, а потім визначають їх допустиму висоту (ширину дошки) за мінімальною відстанню між його краями та відбувається так зване їх обрізання у відповідний стандартний розмір. При цьому спочатку визначають максимально можливу ширину дошки, яку можна помістити в межах твірної поверхні торця колоди, а потім здійснюють її приведення до стандартної чи заданої ширини у специфікації пиломатеріалів. Встановлено (Hrytsiuk & Koshyrets, 2014), що врахування реального розміщення річних кілець дає змогу збільшити об'ємний вихід радіальних заготовок на 4% порівняно з технологіями, де об'єктивний нахил річних кілець не враховують.

**Обчислення площ складних геометричних поверхонь.** Площу загального торця колоди обчислюють за формулою трикутників, де торець ділять точками отриманого сплайна на трикутні сектори з кутом, наприклад, в 1° (рис. 7, а). Тоді площу торця колоди обчислюють за такою формулою (Vovryn & Hrytsiuk, 2018):

$$S = \frac{\sin \alpha}{2} \sum_{i=1}^{360} a_{i-1} \cdot b_i = \frac{\sin \alpha}{2} \sum_{i=1}^{360} S(\alpha \cdot (i-1)) \cdot S(\alpha \cdot i), \quad (23)$$

де  $a_{i-1}$ ,  $b_i$  – довжини сторін  $i$ -го трикутника, які можна визначити через сплайн-функції  $S(x)$ ;  $\alpha$  – кут між ними,  $\alpha=1^\circ$ . Для перевірки точності виконаних розрахунків площу торця колоди можна обчислити як площу секторного багатокутника (Hrytsiuk & Buchkovska, 2017)

$$s_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+1} |y_i \cdot x_{i+1} - x_i \cdot y_{i+1}|, \quad (24)$$

де  $x_i$  та  $y_i$  – координати вершин секторного багатокутника. Для обчислення площі необрізної дошки використовують обчислені площі фігури складної геометричної форми (рис. 7, б), частину якої можна описати кубічним сплайном на тій його поверхні, що входить до складу сектора АВС, після чого потрібно додати площу трикутника під ним ( $\Delta ACD$ ) і відняти площу  $\Delta ABE$ .

**Обчислення виду випиляних пиломатеріалів.** У собівартості пиломатеріалів понад 60% припадає на сировину. Тому найважливішим показником ефективності виготовлених пиломатеріалів є їх об'ємний вихід, зокрема – радіальних і тангентальних пиломатеріалів. Об'ємний їх вихід, зазвичай, залежить від їх розмірів, точності опису форми колоди і визначення її об'єму та схеми розкрою (Hrytsiuk & Koshyrets, 2014).

У розробленому програмному засобі реалізовані методи розкрою колод на радіальні та тангентальні пиломатеріали. Згідно з теоретичними даними, кут між дотичною до річних кілець та пластю пиломатеріалу відповідає за тип пиломатеріалу. За значення кута до 30° – пиломатеріал радіального типу, 30-60° – радіально-тангентального, 60-90° – тангентального.

На основі результатів теоретичних досліджень встановлено, що кут між дотичною до річних кілець та пластю пиломатеріалу змінюється по всій

ширині пиломатеріалу (рис. 8). У роботі (Hrytsiuk & Koshyrets, 2014) розроблено математичні залежності для визначення кута між дотичною до річних кілець та пластю пиломатеріалу у будь-якій точці, ще до початку її розкроювання й для визначення зон радіальності (тангентальності) на торці колоди:

$$\alpha = \arctg(S(x)') = \frac{a_j - y_j}{x_{j+1} - x_j} + \frac{(b_j - 2a_j) \cdot 2(x - x_j)}{(x_{j+1} - x_j)^2} + \frac{(a_j - b_j) \cdot 3(x^2 - 2x_j x + x_j^2)}{(x_{j+1} - x_j)^3}, \quad (25)$$

де  $\alpha$  – кут між дотичною до річних кілець та пластю пиломатеріалу;  $S(x)$  – сплайн-функція, що описує річне кільце,  $t = x_{j+1} - x_j$ .

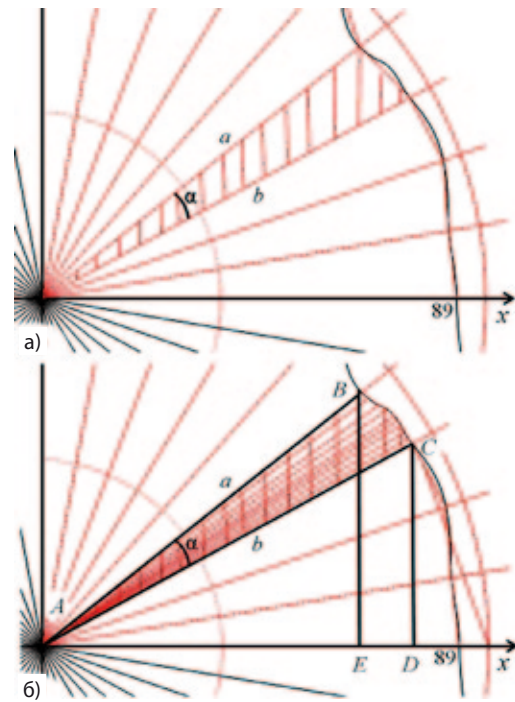


Рис. 7. Використання методу трикутників для обчислення площі торця колоди (а) і частини необрізної дошки (б)

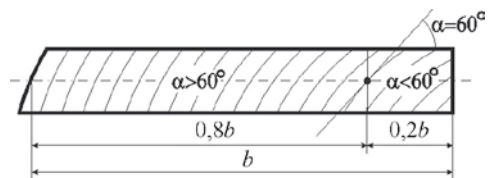


Рис. 8. Схема оцінювання радіальності на торці пиломатеріалу шириною  $b$ , з часткою радіальності  $\rho=80\%$  ( $\alpha=60^\circ$ )

Отже, наведено особливості проектування програмного забезпечення для побудови торця колоди складної геометричної форми, описано проектні рішення стосовно предметної області, що дає змогу розробити, а також визначити основні дії для досягнення поставленої мети. Також наведено опис вибраних алгоритмів розв'язання поставлених за-



вдань, які базуються на теорії інтерполяції кубічними сплайнами, що дало змогу адекватно побудувати твірні поверхні колод різної геометричної форми.

**4. Реалізація програмного забезпечення.** Програмне забезпечення (ПЗ) для побудови складних геометричних поверхонь природного походження сплайн-функціями було розроблено згідно з вимогами до виконання роботи. Воно розроблено у вигляді виконуваного файлу, що не потребує жодних додатково встановлених програм чи файлів для успішного виконання всіх поставлених завдань дослідження.

*Архітектуру ПЗ* для побудови складних геометричних поверхонь розроблено у вигляді комп'ютерної програми, що встановлюється на ПК з операційною системою Windows. Таке рішення було прийнято з огляду на те, що найзручнішим варіантом подання цього функціоналу на виробництві є програмний засіб, що буде працювати на ПК та не потребуватиме доступу до мережі Інтернет (рис. 9). ПЗ розроблене мовою C# з використанням графічної бібліотеки SciChart.

Модель-вид-модель вигляду MVVM (англ. *Model-View-ViewModel*) – архітектурний шаблон, який використовують під час проектування та розроблення програмного засобу. Основна мета застосування MVVM полягає в тому, що MVVM полегшує відокремлення процесу розроблення графічного інтерфейсу від розроблення бізнес логіки (бекенд логіки), відомої як модель. Модель подання є частиною, яка відповідає за перетворення даних для їх подальшої підтримки і використання. З цієї точки зору модель подання більше схожа на модель, ніж на подання, й обробляє більшість, якщо не всю, логіку відображення даних. Шаблон MVVM орієнтований на такі сучасні платформи розроблення, як Windows Presentation Foundation та Silverlight від компанії Microsoft.

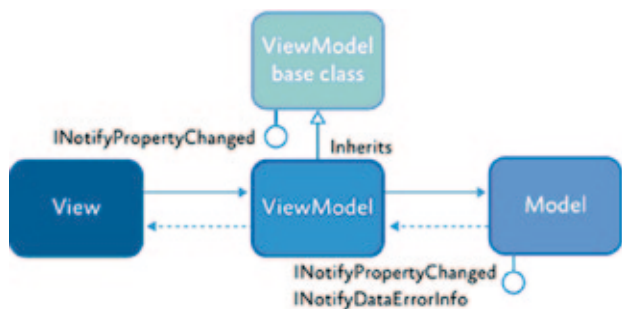


Рис. 9. Архітектурний шаблон MVVM

Шаблон проектування архітектури додатку MVVM (англ. *Model-View-ViewModel*) ділиться на три частини:

- Модель (англ. *Model*), як і в класичному шаблоні MVC, – це фундаментальні дані, що необхідні для роботи застосунку.
- Вигляд (англ. *View*), як і в класичному шаблоні MVC, – це графічний інтерфейс, тобто вікно, кнопки тощо.
- Модель вигляду (англ. *ViewModel*, що означає *Model of View*), з одного боку, є абстракцією Вигляду,

а з іншого, надає обгортку даних з Моделі, які мають зв'язуватись. Тобто вона містить Модель, яка перетворена до Вигляду, а також містить команди, якими може скористатися Вигляд для впливу на Модель.

Фактично ViewModel призначена для того, щоб: здійснювати зв'язок між моделлю та вікном; відстежувати зміни в даних, що зроблені користувачем; відпрацьовувати логіку роботи View (механізм команд).

Шаблон MVVM використовують для відокремлення моделі від її відображення. Потребою цього є надання можливості змінювати їх незалежно одну від одної. Наприклад, розробник працює над логікою роботи з відповідними даними, а дизайнер – з користувацьким інтерфейсом. Для відображення випадків використання програмного забезпечення створена діаграма прецедентів, яку подано на рис. 10.



Рис. 10. Діаграма випадків використання (прецедентів)

Графічний інтерфейс програмного забезпечення було вирішено побудувати у стилі Material Design, розроблений компанією Google. Цей дизайн серед інших вирізняється своєю простотою, зрозумілістю та мінімалізмом. Для проектування графічного інтерфейсу було розроблено прототип, які пізніше було використано під час розроблення програмного засобу.

Основними класами системи, що описують всю її логіку, є Model-i. Для опису зовнішніх інтерфейсів створено класи View. Для їх взаємодії та передачі створено класи ViewModel. Для реалізації логіки побудови геометричних поверхонь створено модуль splines, що містить класи CubicSpline, TridiagonalMatrix та ArrayUtils. Для обчислення площ та числових характеристик поверхонь розроблено модуль calculations з класами AreaService, CalculationsHelper та TriangleUtils. Основна логіка побудови схем розкрою розміщена в модулі cutting\_schemas та містить класи BaseCutScheme, CuttingsHelper.

Головна сторінка запуску ПЗ має такий вигляд: з лівого боку екрану розташоване меню розгортко-

вого додатку та містить кнопки переходу на основні сторінки: побудова геометричної поверхні торця колоди (рис. 11), побудова об'ємної моделі колоди (рис. 12), детальна інформація про схеми розкрою та настанови користувача. Також головне меню ПЗ містить сторінки для роботи з усіма сутностями системи. Користувач має доступ до таких функцій: «Побудова твірних торців колоди», «Побудова твірної поверхні колоди», «Побудова об'ємної моделі колоди», «Схема розкрою колоди» та «Настанова користувача» (Vovryn & Hrytsiuk, 2018).

Отже, описано програмну реалізацію проектно-рішення, що здійснює побудову моделей твірних

поверхонь колоди сплайн-функціями, алгоритми обліку стовбура деревини і окремі алгоритми побудови схем розкрою колод на пиломатеріали у вигляді програмного засобу для ПК відповідно до поставлених вимог. Наведено приклади роботи розробленого програмного забезпечення з описом його основних характеристик, яке дає змогу зчитати вхідні дані, здійснювати побудову зображення твірної поверхні торця колоди та річних кілець за його твірною поверхнею та уможливорює моделювання схем розкрою колоди на пиломатеріали з обчисленням їх об'ємного виходу та виду випиляних пиломатеріалів.

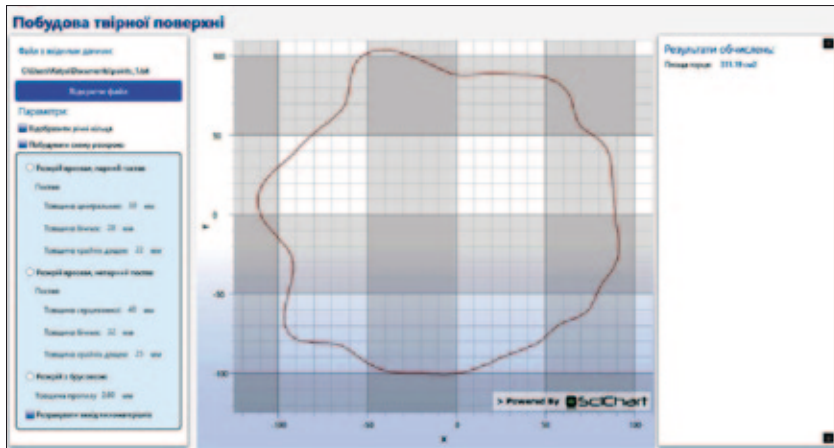


Рис. 11. Побудова твірної поверхні торця колоди

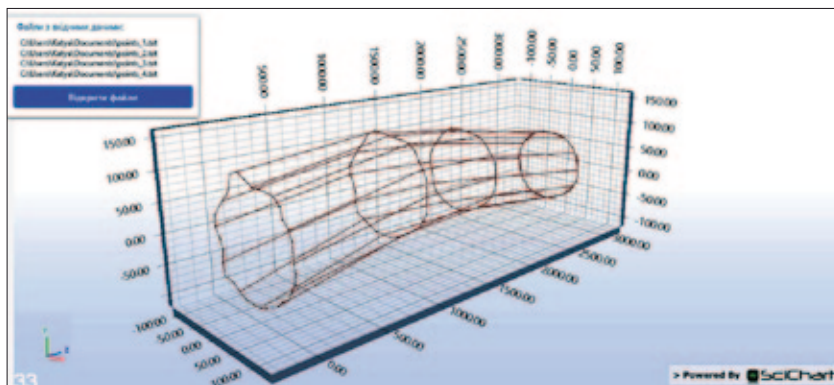


Рис. 12. Побудова об'ємної моделі твірної поверхні колоди

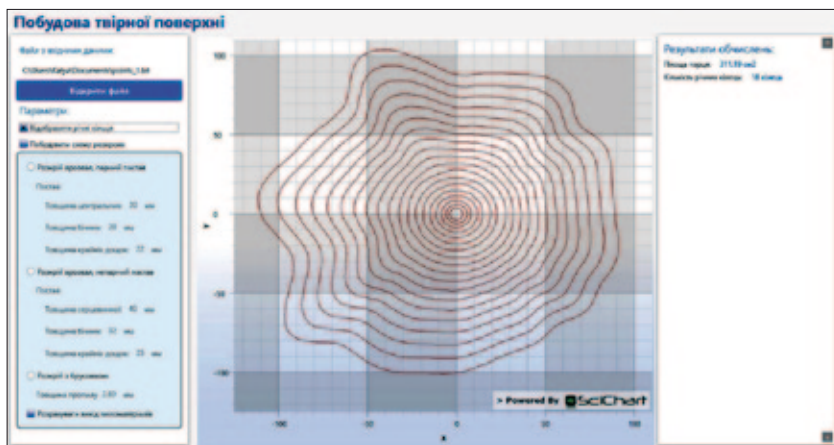


Рис. 13. Побудова річних кілець торця колоди за його твірною поверхнею

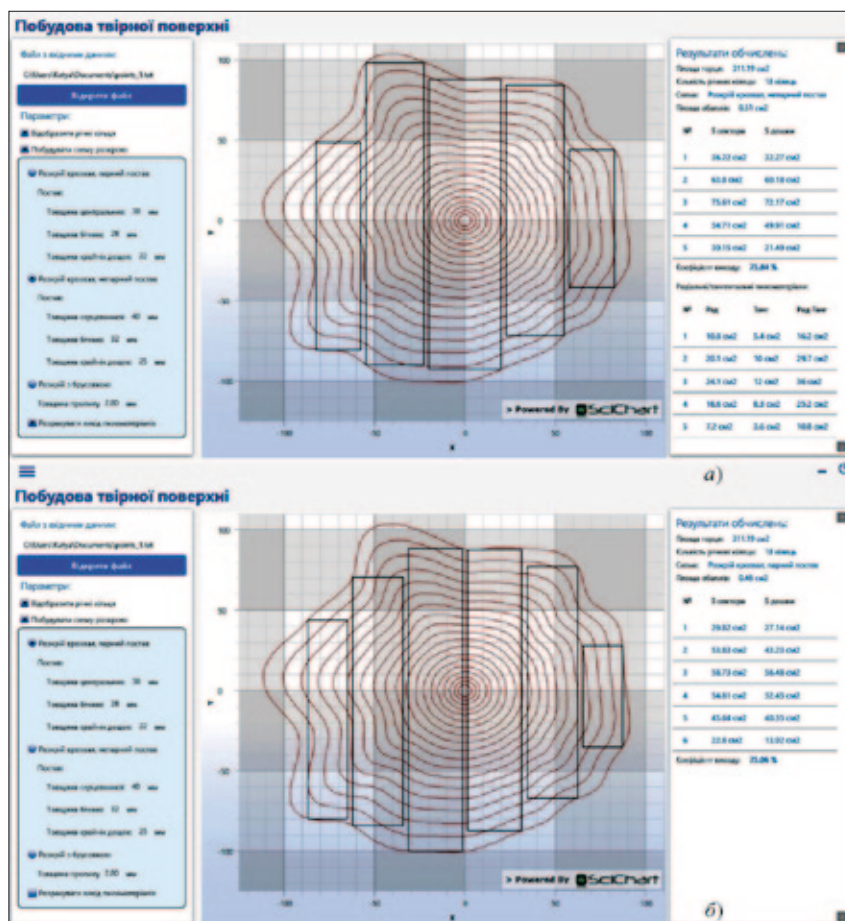


Рис. 14. Побудова схеми розкрою з серцевинною (а) і центральними дошками (б)

**Висновки.** Розроблено програмне забезпечення для моделювання складних геометричних поверхонь природного походження, а саме – стовбура деревини за допомогою сплайн-функцій, що дає змогу підвищити точність та достовірність її обліку (колод різних розмірних характеристик), а також випиляних пиломатеріалів у галузі деревообробки.

Здійснено аналіз предметної області моделювання твірних поверхонь стовбура деревини кубічними сплайнами, що дало змогу визначити підходи до розроблення програмного забезпечення, яке зможе підвищити точність та достовірність обліку колод як промислової сировини в галузі деревообробки. З'ясовано, що метод побудови математичних моделей твірних поверхонь поперечного перерізу колод і їх поверхонь вздовж осі дає змогу на основі єдиного теоретичного підходу описати їх розміри та форму осей і зовнішніх поверхонь. Він ґрунтується на вимірюванні координат певної кількості точок поперечного перерізу стовбура деревини уздовж її довжини і подальшої інтерполяції точкового базису. Встановлено, що математичний апарат – інтерполяційні кубічні сплайни, побудовані на невеликій кількості точок поверхні, дають змогу з достатньою точністю визначити розмірні показники і врахувати особливості форми стовбурів деревини (кривизну, збіжність, овальність), а також є адекватними індивідуальними моделями для обліку колод як деревини, так і випиляних з них пиломатеріалів.

Зроблено постановку задачі моделювання складних геометричних поверхонь природного походження кубічними сплайнами, що дало змогу конкретизувати основні цілі та вимоги до програмного забезпечення, яке потрібно розробити. Визначено, що основними завданнями під час розроблення програмного забезпечення є побудова твірних поверхонь поперечного перерізу колод (торців) кубічними сплайн-функціями, масштабування твірної торця колоди для побудови річних кілець та обчислення як його площі, так і виходу випиляних пиломатеріалів за різними схемами розкрою.

Наведено всі основні технічні особливості проектування програмного забезпечення для побудови твірних поверхонь торця колоди складної геометричної форми, спроектовано відповідний інтерфейс користувача для зручності роботи технолога цеху з програмним забезпеченням, описано вибрані алгоритми розв'язання поставлених задач. Виявлено, що базування алгоритмів на теорії інтерполяції кубічними сплайнами дає змогу адекватно побудувати твірні поверхні як торців колод різної геометричної форми, так і її твірних зовнішньої поверхні вздовж осі з врахуванням її кривизни.

Реалізовано програмне забезпечення для побудови твірних поверхонь стовбурів деревини складної геометричної форми, яке дає змогу здійснити побудову моделей поверхонь колод сплайн-функціями. Наведено алгоритми обліку стовбура деревини та

окремі алгоритми схем розкрою колод на пиломатеріали. Досліджено, що вихід пиломатеріалів після здійсненого математичного моделювання значно збільшується порівняно з іншими способами моделювання поверхонь колод.

Встановлено, що метод індивідуальних моделей стовбурів деревини, їх математична, програмна й апаратна підтримка у вигляді математичних моделей, алгоритми реалізації та програмне забезпечення, результати і висновки досліджень можуть бути використані під час проектування лісопилних виробничо-технологічних систем, створення ресурсощадних технологічних процесів деревооброблення на основі сучасного технологічного та вимірювального обладнання й методів інформаційних і комп'ютерних технологій.

### Бібліографічні посилання

- Akho, A. V., Khopkroft, D., & Ulman, D. D. (2000). *Data structures and algorithms*. Moscow: Publishing House «Viliams» (in Russian).
- Filipcov, M. V. (2010). Development of software, algorithms and a complex of technical means of automated accounting systems for timber. *Abstract of Doctoral Dissertation for Technical Sciences* (05.13.06 – Automation and management of technological processes and industries (by industry)). Voronezh. 18 p. (in Russian).
- Gryciuk, Yu. I., & Koshyrets, S. I. (2009). Comprehensive use of wood of softwood logs in the process of manufacturing lumber. *Proceedings of the Forestry Academy of Sciences of Ukraine*, 7, 139-146.
- Gryciuk, Yu. I., & Yatsyshyn, S. I. (2005). Determination of optimal schemes for deck decking on radial lumber. *Scientific Bulletin of UNFU*, 15(3), 115-124.
- Gryciuk, Yu. I., & Yatsyshyn, S. I. (2005a). The problem of identifying the surfaces of logs sawn from the trunks of coniferous trees. *Proceedings of the Forestry Academy of Sciences of Ukraine*, 4, 132-138.
- Gryciuk, Yu. I., & Yatsyshyn, S. I. (2007b). Calculation of volumetric output of sawdust and related waste by numerical integration methods. *Bulletin of the National University «Lviv Polytechnic». Series: Computer Science and Information Technology*, 598, 61-69.
- Hrytsiuk, Yu. I., & Buchkovska, A. Yu. (2017). Visualization of the Results of Expert Evaluation of Software Quality Using Polar Diagrams. *Scientific Bulletin of UNFU*, 27(10), 137-145. <https://doi.org/10.15421/40271025>
- Hrytsiuk, Yu. I., & Koshyrets, S. I. (2014). *Models and methods of cutting logs on radial lumber: a monograph*. Lviv: Publishing House of the Lviv State University of Life Safety. 216 p. (in Ukrainian).
- Makarov, V. L., & Khlobystov, V. V. (1993). *Spline approximation of functions: a textbook for university students*. Moscow: Publisher «High School». (in Russian).
- Stechkin, S. B., & Subbotin, Iu. N. (1976). *Splines in computational math*. Moscow: G Main editors of the physical and mathematical literature of the publishing house «Science». 248 p. (in Russian).
- Vovryn, K. Ya., & Hrytsiuk, Yu. I. (2018). Software for constructing complex geometric surfaces using spline functions. *Civilization. Progress. New Measurements: a collection of materials for a multidisciplinary scientific and practical conference*, (pp. 41-46), June 15, Kyiv, Ukraine. Kyiv: Yudina L. I. 118 p. Retrieved from: <http://futuolog.com.ua/publish/10/Zbirnyk.pdf#page=41>. (in Ukrainian).
- Yakovlev, M. K. (1995). Improvement of accounting and cutting of round timber based on the method of individual models. *Abstract of Doctoral Dissertation for Technical Sciences* (05.21.05 – Wood Science, Technology and Equipment for Woodworking). Minsk. 18 p. (in Russian).
- Yatsyshyn, S. I., & Gryciuk, Yu. I. (2007). Method of determination of optimum charts for cutting out of logs on radial saw-timbers. *Scientific Bulletin of UNFU*, 17(1), 136-146.
- Zavialov, Iu. S., Kvasov, B. I., & Miroshnichenko, V. L. (1980). *Spline function methods*. Moscow: Publisher «Science». (in Russian).

### Моделирование образующих поверхностей стволов древесины с помощью сплайн-функций

Ю. И. Грыцюк<sup>1</sup>, С. І. Яцишин<sup>2</sup>

Разработана методология моделирования сложных геометрических поверхностей природного происхождения – ствола дерева с помощью сплайн-функций, что дает возможность повысить точность и достоверность его учета по различным размерным характеристикам, а также выпиленных из него пиломатериалов в области деревообработки. Установлено, что метод построения математических моделей образующих поверхностей поперечного сечения бревен и их поверхностей вдоль оси позволяет на основе единого теоретического подхода описать их размеры и форму осей, а также наружных образующих поверхностей. Он основан на измерении координат определенных количества точек поперечного сечения ствола дерева вдоль ее длины и последующей интерполяции точечного базиса. Установлено, что математический аппарат – интерполяционные кубические сплайны, построенные на небольшом количестве точек поверхности, позволяют с доста-

<sup>1</sup> Грыцюк Юрий Иванович – академик Лесной академии наук Украины, доктор технических наук, профессор кафедры программного обеспечения. Национальный университет «Львовская политехника», ул. С. Бандеры, 28-а, г. Львов, 79013, Украина. Тел.: +38-067-944-11-15. Email: [yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua](mailto:yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua); ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8183-3466>; ResearcherID: V-3995-2017

<sup>2</sup> Яцишин Светлана Ивановна – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий, Национальный лесотехнический университет Украины, ул. генерала Чупрынки, 103, г. Львов, 79057, Украина. Тел.: +38-097-470-31-16. E-mail: [svitlana0981@gmail.com](mailto:svitlana0981@gmail.com)

точной точностью определить размерные показатели бревен и учесть особенности формы ствола древесины (кривизну, сходимость, овальность), а также являются адекватными индивидуальными моделями для учета бревен как промышленного сырья, так и выпиленных из них пиломатериалов. Определено, что основными задачами при разработке программного обеспечения является построение образующих поверхностей поперечного сечения бревен кубическими сплайнами, масштабирование образующей торца бревна для построения годовых колец и вычисления как его площади, так и выхода выпиленных пиломатериалов по разным схемам раскря. Реализовано программное обеспечение для построения образующих поверхностей стволов древесины сложной формы, которое позволяет осуществить построение моделей поверхностей бревен сплайн-функциями. Приведены алгоритмы учета ствола древесины и отдельные алгоритмы схем раскря бревен на пиломатериалы. Доказано, что выход пиломатериалов после реализации математического моделирования значительно увеличивается по сравнению с традиционными методами моделирования поверхностей бревен. Установлено, что метод индивидуальных моделей стволов древесины, их математическая, программная и аппаратная поддержка в виде математических моделей, алгоритмы реализации и программное обеспечение, результаты и выводы представленных исследований могут быть использованы при проектировании производственно-технологических систем деревообработки, создания соответствующих ресурсосберегающих технологических процессов на основе современного технологического и измерительного оборудования, методов и моделей информационных технологий.

**Ключевые слова:** информационные технологии; программный проект; ствол дерева; поперечное сечение бревна; образующая поверхность; годовые кольца; схема раскря; пиломатериалы; технологическое оборудование; ресурсосберегающий технологический процесс.

## Modeling the forming surfaces of wood trunks using spline functions

Yu. Hrytsiuk<sup>1</sup>, S. Yatsyshyn<sup>2</sup>

It was developed the methodology for modeling complex geometric surfaces of natural origin – a tree

<sup>1</sup> *Yuriy Hrytsiuk* – full Member of the Forestry Academy of Sciences of Ukraine, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Software, Lviv Polytechnic National University, S. Bandera str., 28-a, Lviv, 79013, Ukraine. Tel.: +38-067-944-11-15. Email: yurii.i.hrytsiuk@lpnu.ua; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8183-3466>; ResearcherID: V-3995-2017

<sup>2</sup> *Svitlana Yatsyshyn* – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Information Technologies, Ukrainian National Forestry University. General Chuprynka str., 103, Lviv, 79057, Ukraine. Tel.: +38-097-470-31-16. E-mail: svitlana0981@gmail.com

trunk using spline functions. It allows to increase the accuracy and reliability of wood assessment in different dimensional characteristics, as well as sawn timber in the field of woodworking. It was found that the method of constructing mathematical models of forming the cross-sectional surface of logs and their surfaces along the axis allows based on a single theoretical approach to describe the dimensions and shape of the axes, as well as external surfaces. It is based on the measurement of coordinates certain amount of the cross-section of a tree trunk points along its length and the subsequent interpolation point basis. It was found that the mathematical implementation – interpolating cubic splines, constructed on a small number of surface points, allow to determine with sufficient accuracy, the dimensional indices logs and incorporate features of the form of timber barrel (curvature, convergence, ovality). The cubic splines are also the adequate individual models to account for the logs as an industrial raw material and timber sawn from them. It was determined that the main objectives of software development is the construction of the cross-sectional surfaces forming logs cubic splines, scale forming butt logs for the construction of the annual rings and calculating his area and the output of sawed sawn timber for different cutting patterns. The software for constructing forming surfaces of complex shape of trunks of wood, which makes it possible to build models of surfaces logs by spline functions was implemented. The algorithms accounting for wood barrel and some algorithms schemes cutting logs for timbers are given. It is proved that the output of sawn timber after the implementation of mathematical modelling is significantly increased in comparison with the traditional methods of modelling the surfaces of logs. It was found that the method of individual models of trunks of wood, their mathematical, software and hardware support in the form of mathematical models, algorithms, implementation and software, the results and conclusions of the presented research can be used in the design of production and processing of wood systems, the establishment of appropriate resource-saving technological processes on the basis of modern technology and measuring equipment, methods and information technology models.

**Key words:** information technology; software design; tree trunk; cross-section of the log; forming surface; annual rings; cutting scheme; timber; technological equipment; resource-saving process.