

УДК 631.362

*А.И. Завгородний,
д-р техн. наук, проф.,
О.В. Синяева, асп.
Харьковский национальный
технический университет
сельского хозяйства
имени Петра Василенко*

АСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ ДВИЖЕНИЯ ШАРА В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ МЕЖДУ ВИБРИРУЮЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ

Приведены теоретические исследования пространственного периодического движения сферической частицы в воздушном потоке между двумя параллельными плоскостями, которые колеблются. Рассмотрен случай, когда плоскости расположены наклонно или имеют разные свойства, в результате чего движение частицы является асимметричным относительно каждой из них.

Ключевые слова: асимметричное движение, воздушная среда

Для разделения зерновых смесей по коэффициенту парусности применяют сепараторы, в основе работы которых лежит использование воздушного потока. Наряду с преимуществами — простота конструкции, надежность в эксплуатации, эти сепараторы имеют существенный недостаток: чрезвычайно короткий интервал времени обработки частиц смеси воздушным потоком (обычно — только доли секунды), что отрицательно сказывается на эффективности разделения. Известный путь устранения этого недостатка за счет увеличения габаритных размеров машин в настоящее время можно считать уже исчерпанным. В работах [1, 2] предложена новая конструкция сепаратора с дополнительными рабочими органами в виде пакета колеблющихся плоскостей, установленных вдоль линий воздушного потока. Одновременно с движением частиц в воздушном потоке, происходят их регулярные соударения с плоскостями, что затормаживает перемещение вдоль плоскостей и, как результат, — увеличивает время обработки частиц смеси воздухом. Предстоит выяснить, какой вклад в изменение указанного времени вносят настройки сепаратора (скорость воздушного потока, наклон плоскостей, частота и амплитуда их колебаний ...) и свойства частиц обрабатываемого материала (упругость, крупность, инертность вращения ...). Важным является также вопрос о влиянии указанных параметров на комплексный критерий разделения смесей — дальность перемещения частиц рабочими органами.

Движение частиц в воздушной среде изучено Василенко П.М. в работе [3]. Пространственное соударение тел произвольной формы рассмотрено Плявниексом В.Ю. [4]. Кобринским А.Е. и Кобринским А.А. разработана методика исследования периодических режимов движения тел в виброударных системах [5]. На базе этих источников авторами настоящей работы исследован частный случай симметричного периодического движения сферических частиц, когда плоскости установлены вертикально и имеют одинаковые свойства (упругость, шероховатость) [6]. Однако уже при наклонном положении плоскостей симметричность движения нарушается. Очевидно, что движение будет асимметричным и в случае, когда плоскости будут иметь различные свойства. Таким образом, исследование будет неполным без рассмотрения асимметричного режима движения частиц, что и есть основной целью данной работы. Отметим еще, что при симметричном движении частицы допускалось вместо целого периода, совпадающего с периодом колебаний плоскостей, рассматривать лишь

© А.И. Завгородний, О.В. Синяева, 2012

его половину. Это сокращало время поиска параметров, обеспечивающих периодический режим, численными методами. Следует указать, что каждая итерация поиска сопровождалась численным решением дифференциальных уравнений движения частицы от одной плоскости к другой. Теперь (в случае асимметрии) на полном периоде движения частицы потребуется указанные уравнения на каждой итерации решать дважды — при движении частицы туда и обратно. В этих условиях время расчета может оказаться, если не решающим, то и немаловажным фактором. Поэтому еще одной (дополнительной) целью поставим упрощение расчетов, разумеется, без существенной потери точности.

Воспользуемся далее результатами, полученными нами в работе [6]. Ниже приведем уравнения удара шара о плоскость в пространстве и дифференциальные уравнения движения частицы в воздушном потоке вне контакта с плоскостями. Уравнения удара:

$$v_x = u_x - \frac{\mu(u_x + \varpi_z r)}{1 + \mu}, \quad v_y = -R u_y, \quad v_z = u_z - \frac{\mu(u_z - \varpi_x r)}{1 + \mu}, \quad (1)$$

$$\Omega_x = \varpi_x + \frac{u_z - \varpi_x r}{r(1 + \mu)}, \quad \Omega_y = \varpi_y, \quad \Omega_z = \varpi_z - \frac{u_x + \varpi_z r}{r(1 + \mu)}, \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) и далее обозначено: $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ — скорость центра тяжести шара до удара; $\vec{U} = (U_x, U_y, U_z)$ — скорость точки соприкосновения шара с плоскостью до удара; $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, $\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$ — то же после удара; $\vec{\varpi} = (\varpi_x, \varpi_y, \varpi_z)$ — угловая скорость движения шара до удара; $\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ — угловая скорость движения шара после удара; R — коэффициент восстановления скорости при ударе; r, ρ — соответственно, радиус шара и радиус инерции шара; $\mu = (\rho/r)^2$, причем для шара: $0 < \mu < 2/3$ [7].

Переход от скоростей движения центра масс частицы к скоростям точки ее соприкосновения с плоскостью, соответственно, до и после удара осуществляется по зависимостям:

$$U_x = u_x + \varpi_z r, \quad U_y = u_y, \quad U_z = u_z - \varpi_x r, \quad (3)$$

$$V_x = v_x + \Omega_z r, \quad V_y = v_y, \quad V_z = v_z - \Omega_x r. \quad (4)$$

Дифференциальные уравнения движения центра масс частицы имеют вид:

$$\ddot{x} = -k(\dot{x} - V_n) \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad (5)$$

$$\ddot{y} = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_1) - g \sin \alpha - k\dot{y} \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad (6)$$

$$\ddot{z} = g \cos \alpha - k\dot{z} \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad (7)$$

где: k — коэффициент квадратичного сопротивления воздушной среды; V_n — скорость воздушного потока; A, ω — соответственно, амплитуда и частота колебаний плоскостей; α — угол отклонения плоскостей от вертикали; φ_1 — фаза удара частицы об одну из плоскостей; g — ускорение свободного падения.

Уравнения (5)–(7) записаны в относительной системе координат, неподвижно связанной с плоскостью. Причем ось x направлена вдоль линий воздушного потока, ось y — по нормали к плоскости, а ось z — в сторону действия силы тяжести так, что названные оси образуют правую тройку координат. Начало этих осей совмещено с точкой соприкосновения частицы с плоскостью при ударе. Поскольку трение частиц о воздух во вращательном движении пренебрежимо мало, считалось, что угловая скорость частицы изменяется только в момент удара о плоскость.

Как уже упоминалось, в установившемся режиме, частицы совершают однотипные движения с периодом, совпадающим с периодом колебаний плоскостей. Причем время перемещения частицы вдоль оси y между последовательными соударениями о плоскости близко к половине указанного периода. Например, при $\omega = 200 \text{ c}^{-1}$ это время составляет всего $0,314 \text{ с}$. Естественно предположить, что сопротивление воздуха в течение такого скоротечного отрезка времени не окажет существенного влияния на полет частицы и этим сопротивлением можно пренебречь. Тогда уравнение упрощается:

$$\ddot{y} = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_1) - g \sin \alpha. \quad (8)$$

В таком виде оно легко интегрируется:

$$\dot{y} = -gt \sin \alpha - A\omega \cos(\omega t + \varphi_1) + C_1; \quad (9)$$

$$y = C_1 t - A \sin(\omega t + \varphi_1) - \frac{1}{2} gt^2 \sin \alpha + C_2. \quad (10)$$

Если начало осей координат совпадает с точкой соприкосновения частицы с плоскостью (см. выше), то начальными условиями для определения постоянных C_1, C_2 будут: $y = r$, $\dot{y} = v_{y1}$ при $t = 0$. После их определения получим уравнения движения частицы вдоль оси y от одной плоскости к другой:

$$\dot{y} = v_{y1} - gt \sin \alpha - A\omega [\cos(\omega t + \varphi_1) - \cos \varphi_1], \quad (11)$$

$$y = r - A [\sin(\omega t + \varphi_1) - \sin \varphi_1] + A\omega t \cos \varphi_1 + v_{y1}t - \frac{1}{2} gt^2 \sin \alpha. \quad (12)$$

Условия $y = B - r$, $\dot{y} = v_{y2}$ при $t = t_1$ дают возможность записать уравнения движения частицы в обратном направлении:

$$\dot{y} = v_{y2} - g(t - t_1) \sin \alpha - A\omega [\cos(\omega t + \varphi_1) - \cos(\omega t_1 + \varphi_1)], \quad (13)$$

$$y = B - r - A [\sin(\omega t + \varphi_1) - \sin(\omega t_1 + \varphi_1)] + A\omega(t - t_1) \cos(\omega t_1 + \varphi_1) + v_{y2}(t - t_1) - \frac{1}{2} g(t - t_1)^2 \sin \alpha, \quad (14)$$

где: B — зазор между плоскостями; t_1 — продолжительность полета частицы до удара о вторую плоскость.

Уравнения (11)–(14) заменяют дифференциальное уравнение (6), а оставшиеся два — (5) и (7), упрощаются к виду:

$$\ddot{x} = -k(\dot{x} - V_n) \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{z}^2}, \quad \ddot{z} = g \cos \alpha - k \dot{z} \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{z}^2}. \quad (15)$$

Протестировать результат использования приближенных уравнений (8), (15) вместо точных (5)–(7) можно на примере симметричного движения частицы с известной методикой расчета [6]. Для этого достаточно рассмотреть лишь половину пе-

риода движения частицы ($0,5T = \pi/\omega$), то есть, воспользоваться лишь двумя уравнениями (11), (12), в которых принять $\alpha = 0$. Кроме того, следует учесть условия периодичности движения в симметричном случае $y(\pi/\omega) = B - r$, $\dot{y}(\pi/\omega) \cdot R = v_y$, что дает:

$$v_y R - A\omega [\cos(\pi + \varphi) - \cos \varphi] R = v_y , \quad (16)$$

$$r - A [\sin(\pi + \varphi) - \sin \varphi] + \pi A \cos \varphi + \pi v_y / \omega = B - r . \quad (17)$$

Здесь нижний числовой индекс величин v_{y1} , φ_1 упущен, так как при симметричном движении численные значения параметров взаимодействия частицы с одной и другой плоскостью не различаются.

Рассматривая уравнения (16), (17) как систему, определим из нее неизвестные v_y , φ , при которых соблюдается периодический симметричный режим движения частицы:

$$\varphi = \pi - \arcsin \left(\frac{b}{A} \cdot \frac{\tilde{R}}{\sqrt{4\tilde{R}^2 + \pi^2}} \right) - \arctg \frac{2\tilde{R}}{\pi}, \quad v_y = \frac{2A\omega R}{1-R} \cos \varphi , \quad (18)$$

Имея результат (18), можно найти предел $\lim_{R \rightarrow 1} v_y$, то есть, значение скорости v_y , когда параметр R принимает единичное значение:

$$v_y = \frac{\omega}{\pi} (b - 2A) . \quad (19)$$

Исходя из очевидных неравенств $|\sin x| \leq 1$, $v_y > 0$, для амплитуды колебаний с учетом выражений, будем иметь:

$$\frac{b}{A} \cdot \frac{\tilde{R}}{\sqrt{4\tilde{R}^2 + \pi^2}} \leq A < \frac{b}{2} . \quad (20)$$

В соотношениях (18), (20): $b = B - 2r$ — свободный зазор; $\tilde{R} = (1 - R)/(1 + R)$.

Важно численные значения амплитуды выбирать из промежутка (20), за пределами которого периодический режим движения частиц вообще не существует.

Теперь можно проводить приближенные расчеты, используя уравнения (15) и (18)–(20) вместо системы (5)–(7). Для выявления погрешности параметры движения частицы были определены дважды — по системе (5)–(7) и с помощью уравнений (15), (18)–(20), при одних и тех же значениях параметров: $A = 5 \text{ мм}$, $\omega = 40 \text{ с}^{-1}$, $B = 20 \text{ мм}$, $\alpha = 0$, $V_n = 10 \text{ м/с}$, $k = 0,1 \text{ м}^{-1}$, $r = 2 \text{ мм}$, $\mu = 0,4$, $R = 0,6$. Расчеты проведены в среде «Mathcad» [8] по методике, предложенной в работе [6]. В результате расчетов получено: $v_x = 0,7846 \text{ м/с}$, $v_y = 0,0580 \text{ м/с}$, $v_z = 0,8573 \text{ м/с}$, $\omega_x = 428,6259 \text{ с}^{-1}$, $\omega_z = -392,2769 \text{ с}^{-1}$ — по системе (5)–(7); $v_x = 0,7844 \text{ м/с}$, $v_y = 0,0577 \text{ м/с}$, $v_z = 0,8573 \text{ м/с}$, $\omega_x = 428,6381 \text{ с}^{-1}$, $\omega_z = -392,1880 \text{ с}^{-1}$ — с помощью уравнений (15), (18)–(20). Сравнение этих результатов показывает, что наибольшая погрешность расчета составляет менее одного процента (0,517% при определении скорости v_y). Время расчета двумя указанными способами фиксировалось при начислении данных для построения графиков: разбиение оси абсцисс на 10 интервалов требовало определения значений соответствующей величины в 11 точках. Для поиска данных (на примере построения зависимостей параметров движения частицы от коэффициента R) точным способом потребовалось 37 с, а приближенным — 9 с, то есть, практически в 4 раза меньше.

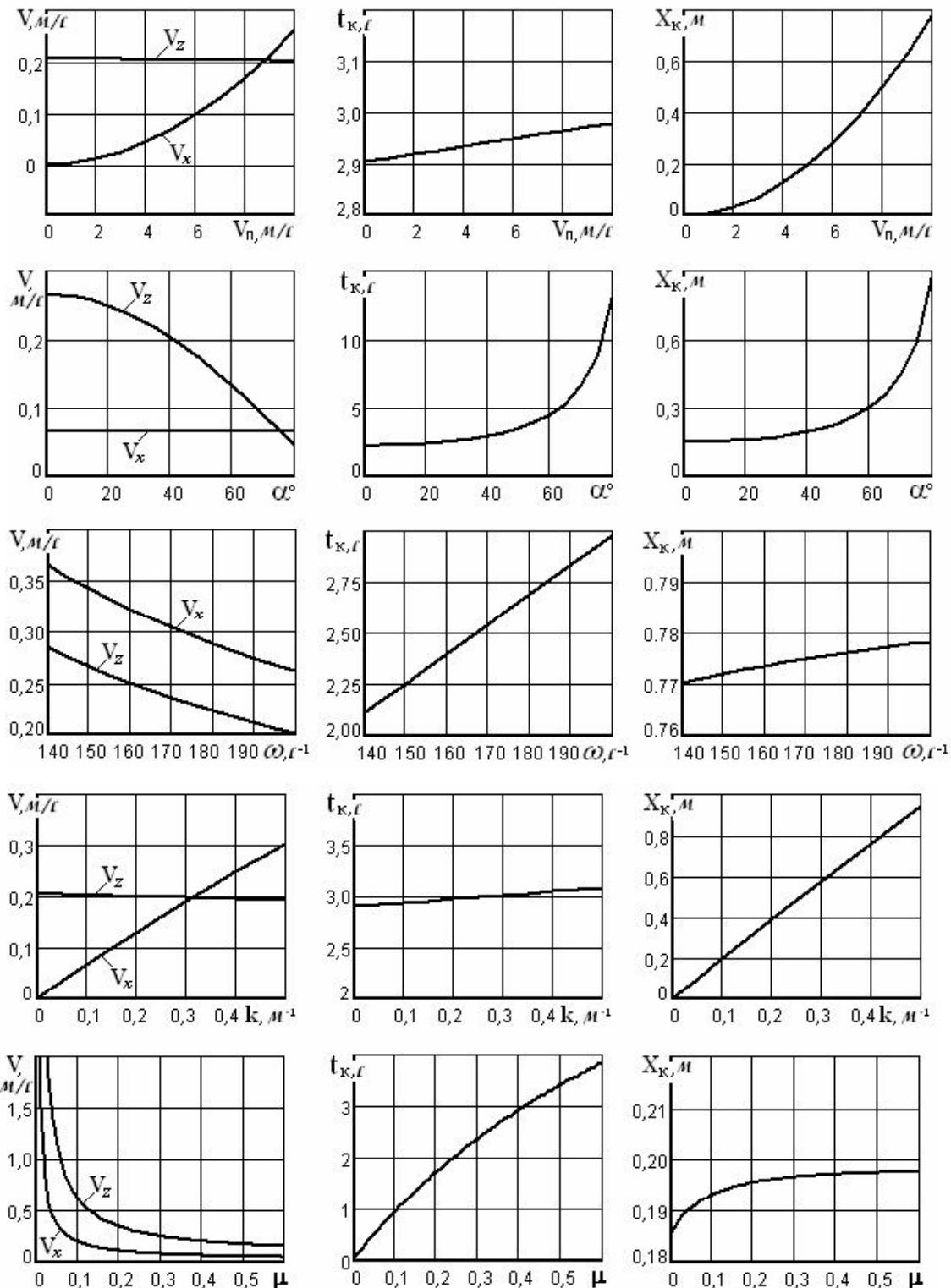


Рис. 1. Изменение горизонтальной (V_x) и вертикальной (V_z) скоростей движения частицы, времени движения (t_k) и дальности (X_k) перемещения в зависимости от параметров режима работы V_n , α , ω и свойств частицы: k , μ

Расчеты асимметричного движения частицы проведены с использованием соотношений (11)–(14), на основании чего построены графики — рис. 1. В основу

расчета положены следующие данные: $A = 5 \text{ мм}$, $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$, $b = 0,02 \text{ м}$, $\alpha = 40^\circ$, $V_n = 5 \text{ м/с}$, $k = 0,1 \text{ м}^{-1}$, $r = 2 \text{ мм}$, $\mu = 0,4$, $R_1 = 0,8$, $R_2 = 0,5$.

Как видим, увеличение скорости воздушного потока приводит к увеличению продольной составляющей (V_x) скорости движения частицы и дальности (X_k) ее перемещения, но время движения (t_k) при этом практически не меняется. Увеличение частоты колебаний (ω) приводит к пропорциональному уменьшению продольной (V_x) и вертикальной (V_z) составляющих скорости так, что дальность перемещения частицы почти не изменяется, но время движения увеличивается. При увеличении же угла (α) наклона плоскостей вертикальная составляющая скорости уменьшается, но при этом увеличивается и время движения, и дальность перемещения частицы. Все это говорит о том, что для эффективного управления процессом разделения зерновых смесей (установки оптимального сочетания времени обработки и дальности перемещения частиц) вполне достаточно привлечения трех параметров режима работы машины — V_n , α , ω . Среди свойств частиц наиболее значащим является коэффициент k (пропорциональный коэффициенту парусности). Параметр μ , характеризующий инертность вращения частицы, производит тормозящий эффект, то есть, уменьшает скорость и увеличивает время движения, но на дальности перемещения частицы почти не оказывается. Другие параметры — A , b , r , R_1 , R_2 , изменяют лишь фазы удара частицы о плоскости, но не влияют на основные технологические параметры: скорость и время движения, дальность перемещения.

Выводы. 1. При расчете периодического режима движения частицы в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями оказывается целесообразным (ввиду быстротечности периода) сопротивлением воздуха при поперечном движении частицы от одной плоскости к другой пренебречь. Это дает экономию во времени расчета примерно в 4 раза при максимальной погрешности вычислений менее одного процента.

2. Для успешного управления процессом разделения смесей достаточно ограничиться регулировкой трех параметров режима работы вибропневмосепаратора: скорости воздушного потока, наклона плоскостей и частоты их колебаний. Зазор между плоскостями и амплитуда колебаний не оказывают влияния на основные технологические характеристики разделения.

3. Основным показателем, по которому происходит разделение смесей предложенным устройством, является коэффициент сопротивления воздушной среды (коэф. парусности). Другие свойства частиц — упругость, крупность, не могут быть использованы в качестве критерия разделения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. 1251967 (СССР). Вибрационная очистительно-сортировальная машина для разделения зерновых смесей по коэффициенту парусности /А.И. Завгородний, В.А. Сметанкин, А.Б. Азарова и др. — Опубл. в Б.И., 1986, № 31.
2. Патент на корисну модель 64488 від 10.11.2011. Вібросепаратор вертикального типу з повітряним потоком для розділення сипучих сумішей / Сіняєва О.В., Завгородній О.І.: Україна, Український інститут промислової власності.
3. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. — изд-во УАСХН, 1960. — 284 с.
4. Плявниекс В.Ю. Пространственное соударение двух тел. // Вопросы динамики и прочности, № 20. — Рига: «Зинатне», 1970. — С. 75—88.
5. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы. М.: Наука, 1973. — 592 с.
6. Завгородний А.И., Синяєва О.В. Движение шара в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал, № 3 (67). — Вінниця: ВНАУ, 2012. — С. 20—27.

7. Завгородній А.І., Обыхвост А.В. К исследованию движения частиц окружной формы по рабочим поверхностям машин // Динаміка та міцність машин, будівель і споруд: Зб. наук. пр. ПНТУ ім. Ю. Кондратюка — Полтава, 2009. — С. 119—125.

8. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad 14 (+CD). — СПб.: Питер, 2007. — 592с.

O.I. Завгородній, O.B. Синяєва

Асиметричний режим руху кулі в повітряному потоці між вібраючими площинами

Приведені теоретичні дослідження просторового періодичного руху сферичної частинки у повітряному потоці між двома паралельними площинами, які коливаються. Розглянуто випадок, коли площини розташовані похило або мають різні властивості, в результаті чого рух частинки є асиметричним відносно кожної з них.

Ключові слова: асиметричний рух, повітряне середовище.

A. Zavgorodny, O. Sinyaeva

Asymmetric mode of motion of ball in the current of air between vibrating plains.

Theoretical researches of spatial periodic motion of spherical particle are resulted in the current of air between two parallel planes which hesitate. A case is considered, when plains are located aslope or have different characteristics, as a result the motion of a particle is asymmetric in relation to each of them.

Key words: asymmetric motion, air between.

e-mail: jimp@ukr.net

Надійшла до редколегії 16.04.2012 р.