

УДК 519.876

Т.О. Кривець, канд. екон. наук,  
І.В. Ющук, старш. викл.  
Національний університет  
харчових технологій

**ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА  
МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ  
ПЕРЕВЕЗЕННЯ КОНТЕЙНЕРІВ**

*Робота присвячена розгляду задачі оптимальної організації перевезень порожніх контейнерів між портами замкненої лінії, що продиктовано практикою. За критерій задачі прийнято мінімум затрат, пов'язаних з перевезенням, зберіганням і орендою порожніх контейнерів.*

**Ключові слова:** математична модель, контейнерні перевезення, оптимізація.

Однією з умов успішної організації морських контейнерних перевезень на міжнародній замкненій лінії є наявність постійного парку контейнерів. Вважається достатнім, щоб цей парк дорівнював трикратній сумарній контейнеромісткості суден-контейнеровозів, що курсують на лінії. Однак на практиці пароплавства змушені мати контейнерний парк, що перевищує цей теоретично достатній обсяг. В зв'язку з цим виникає задача необхідності такої організації роботи контейнерної лінії взагалі, і зокрема, задача такого управління парком контейнерів, щоб це дозволило максимально наблизити фактичний обсяг контейнерного парку до теоретичного. Для цього необхідно чітко планувати терміни і обсяги переробки контейнерних вантажів в кожному порту лінії, організовувати перевезення порожніх контейнерів між портами лінії таким чином, щоб виключити надлишкове накопичення в одних портах і забезпечити їх накопичення в інших у необхідних кількостях.

Як вже відзначалося в працях [1, 2, 3], оптимальна організація перевезень порожніх контейнерів як одна з найважливіших задач управління контейнерними перевезеннями дозволяє не тільки скоротити загальний парк контейнерів на морський замкненій лінії, але також веде до успішного виконання планів вантажних перевезень в кінцевих і проміжних портах лінії, що були складені заздалегідь. Друга обставина має особливе значення, так як невиконання пароплавствами своїх зобов'язань по перевезенню вантажів приводить не тільки до матеріальних збитків в даному рейсі, але й применшує авторитет у комерційних колах. Тому пароплавства завжди прагнуть виконувати свої зобов'язання, і за браком власних порожніх контейнерів йдуть на додаткові витрати, орендуючи їх зовні.

Таким чином, необхідність розгляду задачі про оптимальну організацію перевезень порожніх контейнерів між портами лінії диктується практикою. За критерій задачі приймемо мінімум витрат, що пов'язані з перевезенням, зберіганням і орендою порожніх контейнерів.

Розглянемо на відрізку часу  $[O, T]$  функціонування замкненої лінії, що має  $R$  портів, і на якій курсує  $L$  суден-контейнеровозів.

Нехай в момент часу  $t \in [O, T]$  в порт  $i$  прибуває судно  $j$ . Приймемо наступні позначення:  $d_{it}$  — кількість контейнерів в порту  $i$  в момент прибуття судна  $j$  (тобто до моменту  $t$ ).

Тут і в подальшому викладенні мова йтиме тільки про порожні контейнери.

$d'_{it}$  — кількість контейнерів в порту  $i$  після виходу судна  $j$  з порту;

$x_{jit}$  — в момент прибуття його в порт  $i$ ;

$x'_{jit}$  — кількість контейнерів на борту судна  $j$  після виходу його з порту  $i$ .

Легко помітити, що

$$d'_{it} = d_{it} + x_{jit} - x'_{jit} \quad (1)$$

Тоді

$$d_{i,t+\Delta} = d'_{it} + S_{it} \quad (2)$$

де  $S_{it}$  — кількість контейнерів, яка надійде в порт  $i$  з моменту виходу з цього порту судна, що прибуло в момент  $t$ , і до прибуття в нього наступного судна в момент  $t + \Delta$ .

Нехай  $q_{i,t+\Delta}$  — необхідний резерв контейнерів, який повинен знаходитись в порту  $i$  до моменту часу  $i$  для забезпечення запланованого обсягу завантаження наступного судна, що прибуде в цей порт в момент  $t + \Delta$ , а  $z_{i,t+\Delta}$  — кількість орендованих контейнерів під завантаження судна, що прибуває в порт  $i$  в момент  $t + \Delta$ , причому рішення про оренду повинно бути прийнято не пізніше моменту  $t$ . Якщо  $t + \Delta < 0$  або  $t > T - \Delta$ , то  $z_{i,t+\Delta} = 0$ .

Тоді

$$q_{i,t+\Delta} \leq d'_{it} + z_{i,t+\Delta} \quad (3)$$

Зазначимо, що величина  $d'_{it}$  відрізняється від  $d_{i,t+\Delta}$  на ту кількість контейнерів, які протягом інтервалу часу  $(t, t + \Delta)$  надійшли в порт  $i$  з суші. Вони формуються з числа тих контейнерів, які раніше надійшли завантаженими в цей порт і були відправлені сушею замовникам. Вважаємо, що для забезпечення запланованого обсягу завантаження наступного судна, що прибуває в порт  $i$  в момент  $t + \Delta$ , цю додаткову кількість порожніх контейнерів, що прибули з суші, використати вже не вдається.

Очевидно, що

$$x'_{jit} = x_{jit} + y_{jit}^+ - y_{jit}^- \quad (4)$$

де  $y_{jit}^+$  та  $y_{jit}^-$  — відповідно кількості контейнерів, що завантажуються на судно  $j$  і вивантажуються з судна  $j$  в порту  $i$ .

Повинні також виконуватись умови:

$$y_{jit}^+ \geq 0; \quad y_{jit}^- \geq 0; \quad z_{it} \geq 0 \quad (5)$$

та

$$0 \leq x'_{jit} \leq r_{jit}, \quad (6)$$

де  $r_{jit}$  — максимальна кількість контейнерів, яку судно  $j$  може прийняти на борт виходячи з порту  $i$ .

Зазначимо, що практично у кожного судна-контейнеровоза є можливість навіть при повному завантаженні взяти додатково ще деяку кількість порожніх контейнерів понад свою паспортну місткість.

Нехай  $C_{jit}$  — вартість перевезення для судна  $j$  одного контейнера з порту  $i$  в наступний за розкладом порт.

$D_{jit}^+$  та  $D_{jit}^-$  — вартості відповідно завантаження і вивантаження на судні  $j$  одного контейнера в порту  $i$ .

За зберігання контейнерів в порту також стягується платня. Нехай  $\alpha_{it}$  — вартість зберігання одного контейнера в порту  $i$  з моменту виходу судна, що прибуло в момент  $t$ , і до прибуття в цей порт наступного судна.

Позначимо через  $W_{i,t+\Delta}$  вартість оренди одного контейнера в порту  $i$ , що використовується для забезпечення перевезення вантажів, запланованих для судна, що прибуває в порт  $i$  в момент часу  $t + \Delta$ .

Таким чином, оптимальним розв'язком задачі буде такий, що задовольняє умови (1)–(6) і мінімізує вираз

$$\sum_{i=1}^R \sum_{0 \leq t \leq T-\Delta} W_{i,t+\Delta} z_{i,t+\Delta} + \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^L \sum_{0 \leq t \leq T-\Delta} C_{jit} x'_{jit} + \sum_{i=1}^R \sum_{0 \leq t \leq T-\Delta} \alpha_{it} d'_{it} + \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^L \sum_{0 \leq t \leq T-\Delta} (D_{jit}^+ y_{jit}^+ + D_{jit}^- y_{jit}^-) \quad (7)$$

**Висновки.** Дана математична постановка задачі дозволяє строго розрахунковим шляхом, відповідно до критерію мінімуму затрат на усі операції по перевезенню порожніх контейнерів, оптимально розподілити порожні контейнери між портами і суднами і визначити, в яких портах, коли і в якій кількості доцільно орендувати додаткові контейнери. Проведений аналіз задачі оптимального планування перевезень порожніх контейнерів показує можливість і ефективність розв'язку її на моделях задач про потоки і мережі.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Дунаев О.Н. К вопросу о развитии контейнерных перевозок // Вестник евроазиатского транспортного союза (информационно-аналитический журнал). 2003. — №2 (9). — С. 23.
2. Т.С. Malhotra. Containerized cargo system in Asia // Transportweekly. 2005. — № 44. — р. 25 — 35.
3. А.И. Ерзин. Введение в исследование операций. — Новосибирск: НГУ, 2006. — 100 с.

*Т.А. Кривець, И.В. Ющук*

#### Экономико-математическая модель задачи перевозки контейнеров

*Работа посвящена рассмотрению задачи об оптимальной организации перевозок порожних контейнеров между портами замкнутой линии, что продиктовано практикой. За критерий задачи принят минимум затрат, связанных с перевозкой, хранением и арендой порожних контейнеров.*

**Ключевые слова:** математическая модель, контейнерные перевозки, оптимизация.

*T. Kryvets, I. Yuschuk*

#### Economic and mathematical model of the transport of containers

*The article deals with the problem of optimal organization of transportation of empty containers between ports closed line, dictated by practice. Criterion adopted for the problem at least the costs of transportation, maintenance and rental of empty containers.*

*Optimal organization of transport of empty containers as one of the most important tasks of managing container transport can not only reduce the fleet at sea containers closed line, but also leads to the successful execution of transportation plans in the final and intermediate ports lines that were drawn up in advance. The second factor is of particular importance, as failure Shipping obligations Live Cargo leads not only to material losses in this flight, but also diminishes the credibility in business circles. Because shipping is always seeking to fulfil their obligations and the lack of their own empty containers are the additional costs by renting tem out.*

**Key words:** mathematical model, container traffic, optimization.

*e-mail:* jimp@ukr.net

*Надійшла до редколегії 19.06.2012 р.*