

**ANALYTICAL MODELING OF THE TEMPERATURE
MODE BEHAVIOR IN THE BAKING OVEN CAMERA
AS A MULTIDIMENSIONAL CONTROL OBJECT**

O. Lobok, B. Goncharenko, A. Slyzenko

National University of Food Technologies

Key words:

Bread oven
Baking chamber
Temperature
Dynamic mode
The material balance
The mathematical model of
the matrix-vector model
Object management
Disturbance

ABSTRACT

As a control object the bread oven is analyzed, reasonable assumptions are made, the structural and parametric diagram of the analytical model of the dynamics temperature for baking chamber is suggested providing for four heat capacities, heat balance equations are derived for each of them, as well as mathematical models of the dynamics and the matrix of the linear multidimensional control object under selected assumptions. In future thermal model of control object presented in the states space of in vector-matrix form will be the basis of optimal control analytical design, and if necessary optimal estimation (monitoring) of state parameters.

Article history:

Received 01.11.2012
Received in revised form
23.11.2012
Accepted 01.12.2012

Corresponding author:

E-mail:
npnuht@ukr.net

**АНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ
ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ КАМЕРИ
ХЛІБОПЕКАРСЬКОЇ ПЕЧІ ЯК БАГАТОВИМІРНОГО
ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ**

О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, А.М. Слезенко

Національний університет харчових технологій

Проаналізована в якості об'єкта керування (ОК) хлібопекарська піч, обґрунтовані припущення, запропонована структурно-параметрична схема аналітичної моделі динаміки температурного режиму пекарної камери, що передбачає наявність чотирьох теплових ємностей, складені рівняння теплових балансів для кожної з ємностей і виведені математична і матрична моделі динаміки лінійного багатовимірного ОК за вибраних припущень. Модель теплового ОК, представлена у просторі станів у векторно-матричному вигляді, є в подальшому основою аналітичного конструювання оптимального регулювання, а за потреби і оптимального оцінювання (спостереження) параметрів стану.

Ключові слова: хлібопекарська піч, пекарна камера, температурний режим, динамічний режим, матеріальний баланс, математична модель, матрично-векторна модель, об'єкт керування, збурення.

Аналітичне конструювання оптимального регулювання вимагає наявності аналітичної моделі об'єкта керування, яка для складних об'єктів якщо і може бути складена, то у вигляді визначеному обґрунтовано прийнятими припущеннями. Піч — один з головних агрегатів, що визначають технічний рівень хлібопекарського виробництва, і провідне

АВТОМАТИЗАЦІЯ

устаткування в потокових лініях виготовлення хлібних виробів. Її робота повинна забезпечувати високу якість продукції і ступінь автоматизації, найменшу питому витрату палива, невелику теплову інерцію та незначні втрати тепла [1]. Сучасні хлібопекарські печі забезпечені системами автоматичного керування, бажано оптимального.

У печах звичайно розрізняють: пекарну камеру, де проводиться випічка; топку; пристрої, що передають тепло (канали, пароводяні трубки, електронагрівники); конвеєрні роликові або сітчасті поди; корпус; привід рухомого поду. У печах від теплофізичних, мікробіологічних, біохімічних і колоїдних процесів, пов'язаних з виробництвом [2], відбувається перетворення тістової заготовки в готовий виріб. Саме від процесу випічки залежить якість виробленої продукції: зовнішній вигляд, пропеченість і об'ємний вихід хліба. Основним з технологічних процесів є температурний режим.

Існує об'єктивна необхідність синтезу такого регулятора (керування), який би забезпечував оптимальне керування даним режимом в якості об'єкта керування (ОК) за найменших витрат на його здійснення з найкращою якістю в умовах завад або невизначеності від можливих похибок.

Метою статті є синтез та аналіз аналітичної математичної моделі ОК для застосування оптимізаційних методів, напр. аналітичного конструювання оптимального регулятора. Поставлена задача конкретизується тим, що в якості ОК обрано температурний режим пекарної камери печі. Шуканий оптимальний регулятор (керування) повинен забезпечувати не лише мінімум витрат на процеси керування, а й мінімум відхилень за найбільш несприятливих умов (дії на ОК збурень невідомої природи і наявності похибок при вимірюваннях його стану). Синтез оптимального керування здійснюється на основі математичної моделі ОК, яку синтезовано (розглянено) далі, та відомих методів оптимізації.

Складність стабілізації та керування температурним режимом печі обумовлена неоднорідністю температурного поля всередині неї. Тому у пекарній камері виділяють, як правило, три основні зони з різними температурними і паровологісними режимами: зону I зволоження тістових заготовок ($120 - 140\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $80 - 90\%$ відносною вологості), зону II інтенсивного теплообміну та високою температурою ($270 - 290\text{ }^{\circ}\text{C}$) і зону III пониженої температури ($180 - 220\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Такий поділ визначає структуру моделі динаміки температурного режиму камери. Структурно-параметрична схема камери показана на рис. 1. Вона представлена у вигляді послідовного з'єднання зон із зазначенням теплових потоків між ними і керувань, які відповідають зміні подавання палива G_z [3]. В даній статті розглядається математична модель температурного режиму для I зони пекарної камери як ОК, як більш складною у порівнянні з іншими зонами через наявність більшої кількості збурювальних чинників. Менша кількість збурень, що діють на зони II і III, робить задачу керування і стабілізації температурного режиму в них більш простою, а результати для складнішого випадку I зони застосовними до них.

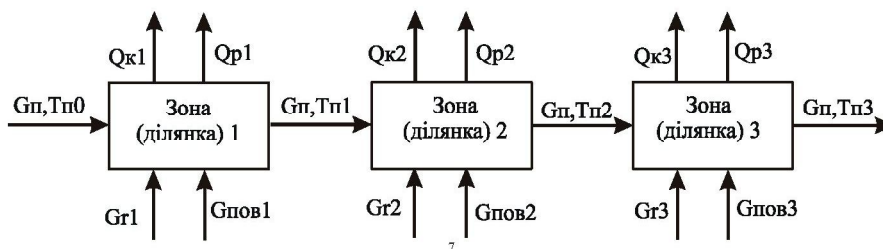


Рис. 1. Схема математичної моделі температурних ділянок пекарної камери: G_p , G_z , $G_{пов}$ — витрата відповідно продукту, газу і повітря для кожної з ділянок; T_p — температура продукту для кожної з ділянок; Q_k , Q_r — кількість тепла, що виділяється відповідно кладкою і роликками конвеєра для кожної з ділянок

Застосований метод аналітичного моделювання ОК ґрунтується на розгляді теплових або матеріальних балансів та на їхніх математичних перетвореннях за певних припущень. Числові значення коефіцієнтів математичної моделі розраховані за геометричними розмірами пекарної камери і футерівки стінок, тістової заготівки і роликового конвеєра. Враховано, що теплопередавання здійснюється випромінюванням, а направленість теплових потоків залежить від температури поверхонь і об'ємів.

При виведенні математичної моделі робляться припущення: 1) температура поверхонь випромінювання приймається середньою на кожній ділянці; 2) коефіцієнти випромінювання і теплопередачі є незалежними від температури в межах кожної ділянки; 3) теплоємність тіл і повітряної маси також не залежать від температури в межах кожної ділянки; 4) втрати в навколишнє середовище постійні. Ці всі припущення справедливі при стабілізації температурного поля всередині пекарної камери.

Очевидно, що зони пекарної камери мають чотири теплові ємності: об'єм нагрітої газоповітряної суміші всередині камери, пекарний продукт (тістова заготівка), роликовий конвеєр, кладка (футерівка) поверхні камери. Тому кожна зона камери в динаміці буде описуватися системою чотирьох диференціальних рівнянь, які виводяться з рівнянь теплового балансу кожної з ємностей тепла.

Рівняння теплового балансу для об'єму нагрітої маси газоповітряної суміші:

$$\begin{aligned} M_{\Gamma} \cdot G_{\Gamma} \cdot dT_{\Gamma} = & \gamma \cdot G_{\text{ПАЛ}} \cdot dt + G_{\Gamma 1} \cdot C_{\Gamma 1} \cdot T_{\Gamma 1} \cdot dt + G_{\text{ПОВ}} \cdot C_{\text{ПОВ}} \cdot T_{\text{ПОВ}} \cdot dt + \\ & + G_{\Pi} \cdot C_{\Pi} \cdot T_{\Pi} \cdot dt - F_{\text{К}} \cdot \sigma_{\text{ГК}} \cdot (T_{\Gamma}^4 - T_{\text{К}}^4) \cdot dt - F_{\text{Р}} \cdot \sigma_{\text{ГР}} \cdot (T_{\Gamma}^4 - T_{\text{Р}}^4) \cdot dt - \\ & - F_{\text{К}} \cdot \alpha_{\text{К}} \cdot (T_{\Gamma} - T_{\text{К}}) \cdot dt - F_{\text{Р}} \cdot \alpha_{\text{Р}} \cdot (T_{\Gamma} - T_{\text{К}}) \cdot dt + G_{\Pi} \cdot C_{\Pi 2} \cdot T_{\Pi 2} \cdot dt - \\ & - \beta \cdot G_{\Pi} \cdot dt - G_{\Gamma 2} \cdot C_{\Gamma 2} \cdot T_{\Gamma 2} \cdot dt, \end{aligned} \quad (1)$$

де M_{Γ} — маса димових газів в об'ємі ділянки (зони); γ — питома теплота згорання палива; $G_{\text{ПОВ}}$, $C_{\text{ПОВ}}$, $T_{\text{ПОВ}}$ — витрата, теплоємність і температура повітря на згорання палива; $G_{\text{ПАЛ}}$ — витрата палива; $G_{\Gamma 1}$, $C_{\Gamma 1}$, $T_{\Gamma 1}$ — витрата, теплоємність, температура газів на вході в зону; G_{Π} — витрата продукту, що випікається; C_{Π} , T_{Π} — теплоємність і температура продукту на вході в зону; $C_{\Pi 2}$, $T_{\Pi 2}$ — теплоємність і температура продукту на виході з зони; $T_{\text{К}}$, $T_{\text{Р}}$ — температура внутрішньої поверхні кладки і роликів; $\sigma_{\text{ГК}}$, $\sigma_{\text{ГР}}$ — коефіцієнти випромінювання; $\alpha_{\text{К}}$, $\alpha_{\text{Р}}$ — коефіцієнти теплопередачі конвекцією кладки камери і роликів; β — коефіцієнт хімічних реакцій; $G_{\Gamma 2}$, $C_{\Gamma 2}$, $T_{\Gamma 2}$ — витрата, теплоємність, температура димових газів на виході з зони.

Після спрощення (1) рівняння динаміки температури газової суміші в пекарній камері приймає вигляд:

$$\frac{dT_{\Gamma}}{d\tau} = -\frac{1}{\tau_{\Gamma}} T_{\Gamma} + \frac{k_{12}}{\tau_{\Gamma}} T_{\Pi} + \frac{k_{13}}{\tau_{\Gamma}} T_{\text{Р}} + \frac{k_{14}}{\tau_{\Gamma}} T_{\text{Ф}} + \frac{k_{15}}{\tau_{\Gamma}} G_{\Gamma}, \quad (2)$$

де T_{Γ} , T_{Π} , $T_{\text{Р}}$, $T_{\text{Ф}}$ — температура газу, продукту (заготівки), роликів і футерівки, °С; G_{Γ} — витрата палива, кг/т (кілограм на тону продукції).

Рівняння теплового балансу заготівки, що випікається, має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} M_{\Pi} \cdot C_{\Pi} \cdot dT_{\Pi} = & F_{\Pi} \cdot \sigma_{\text{ГП}} \cdot (T_{\Gamma}^4 - T_{\Pi}^4) \cdot dt + F_{\Pi} \cdot \sigma_{\text{КП}} \cdot (T_{\text{К}}^4 - T_{\Pi}^4) \cdot dt + \\ & + F_{\Pi} \cdot \alpha_{\Pi} \cdot (T_{\Gamma} - T_{\Pi}) \cdot dt, \end{aligned} \quad (3)$$

де M_{Π} , C_{Π} — маса і теплоємність заготівки; F_{Π} — площа заготівки; $\sigma_{\text{ГП}}$, $\sigma_{\text{КП}}$ — коефіцієнти випромінювання; α_{Π} — коефіцієнт теплопередачі продукту; T_{Π} , T_{Γ} , $T_{\text{К}}$ — температури продукту, газу суміші і кладки всередині камери.

Спрощення (3) дає рівняння динаміки температури заготівки:

$$\frac{dT_{\Pi}}{d\tau} = \frac{k_{21}}{\tau_{\Pi}} T_{\Gamma} - \frac{1}{\tau_{\Pi}} T_{\Pi} + \frac{k_{24}}{\tau_{\Pi}} T_{\text{Ф}}, \quad (4)$$

де T_{Γ} , T_{Π} , $T_{\text{Ф}}$ — температура газу, продукту (заготівки) і футерівки, °С.

АВТОМАТИЗАЦІЯ

Рівняння теплового балансу роликів конвеєра:

$$M_p \cdot C_p \cdot dT_p = F_p \cdot \sigma_p \cdot (T_\Gamma^4 - T_p^4) \cdot dt + F_p \cdot \sigma_{\text{КР}} \cdot (T_K^4 - T_p^4) \cdot dt + F_p \cdot \alpha_p \cdot (T_\Gamma - T_\Pi) \cdot dt - Q_p \cdot dt, \quad (5)$$

де M_p, C_p — маса і теплоємність роликів; F_p — площа роликів; $\sigma_\Gamma, \sigma_{\text{КР}}$ — коефіцієнти випромінювання; α_p — коефіцієнт теплопередачі роликів; T_p, T_K, T_Γ — температури роликів, стінок і газу всередині камери; Q_p — тепловтрати в зовнішнє середовище через площу роликів транспорту.

З останнього рівняння (5) за згадуваних припущень рівняння динаміки температури роликів транспортеру:

$$\frac{dT_\Pi}{d\tau} = \frac{k_{31}\lambda}{\tau_p} T_\Gamma - \frac{1}{\tau_p} T_p + \frac{k_{34}}{\tau_p} T_\Phi, \quad (6)$$

де T_Γ, T_p, T_Φ — температура газу, роликів і футерівки, °С.

Рівняння теплового балансу для кладки печі має наступний вигляд:

$$M_K \cdot C_K \cdot \frac{dT_K}{dt} = F_K \cdot \sigma_{\text{ГК}} \cdot (T_\Gamma^4 - T_K^4) \cdot dt + F_K \cdot \sigma_{\text{ПК}} \cdot (T_\Pi^4 - T_K^4) \cdot dt + F_K \cdot \sigma_{\text{КР}} \cdot (T_p^4 - T_K^4) \cdot dt + F_K \cdot \alpha_K \cdot (T_\Gamma - T_K) \cdot dt - Q_K \cdot dt, \quad (7)$$

де M_K, C_K — маса і теплоємність кладки; F_K — площа внутрішньої поверхні кладки; $\sigma_\Gamma, \sigma_{\text{КР}}$ — коефіцієнти випромінювання; α_K — коефіцієнт теплопередачі кладки; $T_\Gamma, T_\Pi, T_p, T_K$ — температура газу, продукту, роликів і кладки; Q_K — тепловтрати в зовнішнє середовище через кладку.

З рівняння (7) виводиться рівняння динаміки температури кладки:

$$\frac{dT_\Phi}{d\tau} = \frac{k_{41}}{\tau_\Phi} T_\Gamma + \frac{k_{42}}{\tau_\Phi} T_\Pi + \frac{k_{43}}{\tau_\Phi} T_p - \frac{1}{\tau_\Phi} T_\Phi, \quad (8)$$

де $T_\Gamma, T_\Pi, T_p, T_\Phi$ — температура газу, продукту, роликів і футерівки, °С. Крім того $\tau_\Gamma, \tau_\Pi, \tau_p, \tau_\Phi$ — числові коефіцієнти математичної моделі, для ємностей пекарної камери: газоповітряної суміші, продукту, роликів і футерівки; $\lambda, k_{12}, k_{13}, k_{14}, k_{15}, k_{21}, k_{24}, k_{31}, k_{34}, k_{41}, k_{42}, k_{43}$ — числові коефіцієнти математичної моделі, які залежать від зони пекарної камери.

Аналіз ОК показав, що найбільш суттєвими збуреннями, які можуть діяти на нього, є витрата продукту $G_{\text{п1}}$ на вході в І зону пекарної камери і вологість φ у ній, а в якості керувального діяння можна розглядати витрату газу $G_{\text{Г1}}$, які введемо як складові з відповідними коефіцієнтами k_{11}, k_{12}, k_{22} , і з врахуванням значень інших коефіцієнтів з роботи [3] в рівняннях (2), (4), (6), (8) одержимо систему рівнянь як шукану математичну модель пекарної камери як багатовимірної ОК:

$$\begin{cases} \frac{dT_{\text{Г1}}}{dt} = -147T_{\text{Г1}} + 105T_{\text{п1}} + 12.4T_{\text{р1}} + 24.6T_{\text{ф1}} + 170G_{\text{Г1}} + k_{11}G_{\text{п1}} + k_{12}\varphi; \\ \frac{dT_{\text{п1}}}{dt} = 2.09T_{\text{Г1}} + 2.45T_{\text{п1}} + 0.232T_{\text{ф1}} + k_{22}\varphi; \\ \frac{dT_{\text{р1}}}{dt} = 0.04T_{\text{Г1}} + 0.085T_{\text{р1}} + 0.044T_{\text{ф1}}; \\ \frac{dT_{\text{ф1}}}{dt} = 0.0144T_{\text{Г1}} + 0.01T_{\text{п1}} + 0.014T_{\text{р1}} - 0.04T_{\text{ф1}}, \end{cases} \quad (9)$$

де $T_{\text{Г1}}, T_{\text{п1}}, T_{\text{р1}}, T_{\text{ф1}}$ — температура газу, продукту, роликів і футерівки для І зони пекарної камери; $G_{\text{Г1}}$ — витрата газу (палива) для І зони пекарної камери; k_{11}, k_{12}, k_{22} — коефіцієнти,

які визначають наявність в математичній моделі як її складових (змінних) збурень, що діють на ОК.

Математичні моделі всіх зон пекарної камери будуть подібними, але в той же час і відмінними між собою, що пов'язано з різними умовами в них і відповідно різними числовими коефіцієнтами при змінних моделі. Зокрема, в залежності від характеру теплообміну перше рівняння системи (9) буде різним для різних зон. На зоні I необхідно враховувати передавання тепла як випромінюванням, так і конвекцією, а на зонах II і III переважає випромінювання, а конвекцією можна знехтувати.

Математична модель ОК (9) є досить інформативною. З її допомогою можна імітувати вплив теплових потоків і випромінювальних об'ємів та поверхонь, що є дуже важливим при проектуванні систем керування камерою, дослідженні її поведінки, особливостей і пошуку керувальних впливів при враховуванні всіх припущень, які робились раніше.

Для синтезу керування системою (9) ОК доцільно представити у просторі станів або так званому векторно-матричному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + K(t)f(t), \\ x(t_0) = Mx^0, \end{cases} \quad (10)$$

де $A = \begin{pmatrix} -147 & 105 & 12.4 & 24.6 \\ 2.09 & 2.45 & 0 & 0.232 \\ 0.04 & 0 & 0.085 & 0.044 \\ 0.0144 & 0.01 & 0.014 & -0.04 \end{pmatrix}$ — матриця коефіцієнтів при змінних вектора стану

$x(t)$ об'єкта; $B(t) = (170 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ — матриця коефіцієнтів при керуванні $u(t)$ об'єкта; $x(t) = (T_{r1}(t), T_{п1}(t), T_{р1}(t), T_{ф1}(t))^T$ — вектор, який описує температури ємностей об'єкта, де $T_{r1}(t), T_{п1}(t), T_{р1}(t), T_{ф1}(t)$ — температури газу, продукту, роликів і футерівки для I зони пекарної камери; $u(t) = G_{r1}(t)$ — вектор-функція керування об'єкта, в якості якої обрано витрату газу на I зону; $f(t) = (f_{11}(t), f_{12}(t))^T$ — вектор збурень, який описує витрату продукту $G_{п1}(t)$ і вологість $\varphi(t)$ в I зоні; $K(t) = [k_1(t) \ k_2(t)]$ — матриця коефіцієнтів при векторі збурень $f(t)$ розмірністю 4Ч2, де $k_1(t) = (k_{11} \ 0 \ 0 \ 0)^T$ — вектор коефіцієнтів при збурювальному чиннику $G_{п1}(t)$ (витрата продукту на вході в I зону, $k_2(t) = (k_{12} \ k_{22} \ 0 \ 0)^T$ — вектор коефіцієнтів при збурювальному чиннику $\varphi(t)$ (вологість у I зоні); x^0 — вектор стану пекарної камери в початковий момент часу t_0 ; M — матриця, яка визначає елементи вектора стану об'єкта $x(t)$ і які з його координат збурені в початковий момент t_0 .

Висновки

Проаналізована в якості ОК хлібопекарська піч, обґрунтовані припущення і складені математична і матрична моделі динаміки температурного режиму пекарної камери як лінійного багатовимірного ОК за вибраних припущень. Модель теплового ОК, представлена у просторі станів або у векторно-матричному вигляді, є основою аналітичного конструювання оптимального регулювання, а за потреби і оптимального оцінювання (спостережування) параметрів стану. Практичне значення викладеного полягає в можливості здійснити постановку оптимізаційної задачі керування на основі синтезованого математичного опису пекарної камери в якості багатовимірного ОК та попередньо сформульованого квадратичного критерію оптимальності.

Література

1. Дробот В.І. Технологія хлібопекарського виробництва: підручник / В.І. Дробот. — К.: Логос, 2002. — 365 с.
2. Данин В.Б. Оптимизация режима стабилизации температуры пекарной камеры на основе использования метода разделения движений / В.Б. Данин, А.Ю. Кириков // СПбГУНиПТ, Процессы и аппараты пищевых производств. — 2010. — №1.

3. Данин В.Б. Разработка математической модели пекарной камеры как объекта с сосредоточенными параметрами/В.Б. Данин, А.Ю. Кириков//СПбГУНиПТ, Процессы и аппараты пищевых производств. — 2010. — №1.

4. Лобок О.П. Аналіз методів аналітичного конструювання оптимальних регуляторів для детермінованих та стохастичних багатовимірних об'єктів / О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, А.М. Слезенко // Збірник наукових праць КНТУ «Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація», вип.25, ч. II. — Кіровоград: КНТУ, 2012. — 162 – 168 с.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА КАМЕРЫ ХЛЕБОПЕКАРНОЙ ПЕЧИ КАК МНОГОМЕРНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

А.П. Лобок, Б.Н. Гончаренко, А.М. Слезенко

Национальный университет пищевых технологий

Проанализирована в качестве ОУ хлебопекарная печь, обоснованы допущения, предложена структурно-параметрическая схема аналитической модели динамики температурного режима пекарной камеры, предусматривающая наличие четырех тепловых ёмкостей, выведены уравнения тепловых балансов для каждой из них, а также математическая и матричная модели динамики линейного многомерного ОУ при выбранных допущениях. Модель теплового ОУ, представленная в пространстве состояний в векторно-матричном виде, в дальнейшем является основой аналитического конструирования оптимального регулирования, а при необходимости и оптимального оценивания (наблюдения) параметров состояний.

Ключевые слова: *хлебопекарная печь, пекарная камера, температурный режим, динамический режим, материальный баланс, математическая модель, матрично-векторная модель, объект управления, возмущения.*