УДК 532.52

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF THE FILM JET GENERATION PROCESS

V. Kryvorotko, R. Tkachuk, N. Kovalyova
National University of Food Technologies

Key words:
Device
jet generation of the film
surface of the heating
factor of the heat emission

Article history:
Received 20.03.2013
Received in revised form 17.04.2013
Accepted 25.05.2013

Corresponding author:

E-mail:
npnuht@ukr.net

ABSTRACT

The hydrodynamics of the process is the first thing to handle for experimental and basic research of heat exchange, as well as for physical understanding of the process.

During the study of heat exchange and other studies it is found that in film devices the intensity of heat exchange is affected by various factors (the thickness of the film, velocity of its motion, density of the irrigation, heat flow, difference of the temperature, wave generation on surfaces of the film etc.).

The analysis of the basic researches on forming the new intensive action equipment under jet generation of the film in devices of food industry has been conducted. It is shown that the value, components of velocities, path of the flow, which are defined by indicative function, depend on the value of the velocities and particles in points, which in turn are depending on the corner of the slopping streamlining. With the increase of the number of the points, which are carried in calculation, the accuracy of the function determination also increases. The main features of the flow are defined by means of complex function.

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ СТРУМЕНЕВОЇ ГЕНЕРАЦІЇ ПЛІВКИ РІДИНИ

В.М. Криворотько, Р.А. Ткачук, Н.І. Ковальова
Національний університет харчових технологій

Для експериментального і теоретичного досліджень теплообміну, а також фізичного розуміння процесу в першу чергу необхідно вивчити гідродинаміку процесу.

В плівкових апаратах при дослідженні теплообміну і при інших дослідженнях встановлено, що на інтенсивність теплообміну впливають різні фактори (товщина плівки, швидкість її руху, густота зрошення, тепловий потік, різність температур, хвилеутворення на поверхні плівки і т. інше).

Наводиться аналіз теоретичного дослідження по створенню нового досконалого обладнання інтенсифікуючої дії при струменевій генерації плівки в апаратах харчової промисловості. Показано, що величина, компоненти швидкості і траєкторія потоку, які визначаються характеристичною функцією, залежать від значення швидкості і частинок в точках лінії, які в свою чергу змінюються в залежності від кута нахилу обтікання. Із збільшенням числа точок, які уведені в розрахунок, підвищується точність визначення функції. З допомогою комплексної функції визначаються основні характеристики потоку.

***Ключові слова**: апарат, струменева генерація плівки, поверхня нагрівання, коефіцієнт тепловіддачі.*

В апаратах харчової промисловості з метою інтенсифікації процесів часто використовується плівкова течія рідини в тонкому шарі, яка генерується різними способами. Одним із найбільш ефективних способів генерації плівкової течії є ударно-струменевий, який здійснюється методом обтікання струменем рідини плоскої або циліндричної стінки. При цьому забезпечується значна стійкість плівкової течії, високі швидкості рідини і невелика товщина плівки на поверхні. Апарати, які використовують цей спосіб, розроблені і застосовуються в промисловості [1…4]. Для визначення терміну перебування рідини, оптимізації і автоматизації необхідне описання течії рідини в цих апаратах. В цій роботі запропонований метод розв'язання цієї задачі.

В припущенні, що струмінь рідини падає на плоску стінку нормально під високим постійним тиском, який розтікається по стінці потік (води) приймається стаціонарним, нехтуючи малими силами тертя і практично незмінною густиною. Припустимо, що стінка нахилена під кутом α до направлення сили тяжіння (рис. 1). Тоді при $\alpha = \pi/2$ (горизонтальне розташування стінки) частинки рідини переміщуються вздовж променів, які виходять з центра перерізу струменя площиною стінки з постійною швидкістю по всім цим направленням. Якщо $\alpha \neq \pi/2$ $(0 \le \alpha \le \pi/2)$, то на деякій відстані від вказаного центра перерізу струменя виникає крива L, на якій проходить зміна швидкостей частинок, яке викликане нахиленим розташуванням площини потоку до направлення сили тяжіння. Внаслідок цього весь потік зосереджується в частині D площини стінки, розташованої всередині кривої L. В точках лінії L швидкість частинок під дією сили тяжіння змінюється: в цих точках встановлюється нове значення швидкості, яке визначає рух всього плівкового потоку. Цю криву легко нанести на стінці при кожному значенні кута α, а також фактично виміряти або задати значення швидкості в любому кінцевому числі k її точок $z_1, z_2, \ldots z_k$ (рис. 2). Зокрема, в точці z_1 швидкість дорівнює нулю. В указаних умовах струмінь рідини поблизу дотику перешкоди може розглядатися як тонкий циліндр, який обтікається плоскопаралельним потоком ідеальної рідини, товщина якої визначається по відомим значенням витрат рідини за одиницю часу і площі області D. Площа перерізу струменя припускається невеликою порівняно з площею області D. В такому випадку ця задача зводиться до задачі при обтіканні потоком рідини циліндричного стержня радіуса R при таких граничних умовах: 1. Швидкість потоку в достатньо віддаленій від центра струменя течії області D постійна і дорівнює a (тобто $\left|(dW/dz)\right|_{Z=\infty} = a$) і, крім того, що є особливістю метода, при будь-якому кінцевому числі k точок $z_1, z_2, \ldots z_k$ кривої L швидкість повинна приймати заздалегідь задані значення, відповідно $a_1, a_2, \ldots a_k$. 2. Контур перерізу струменя є однією із ліній току. 3. Циркуляція потоку вздовж контуру, який обходить переріз струменя, задана і дорівнює I.

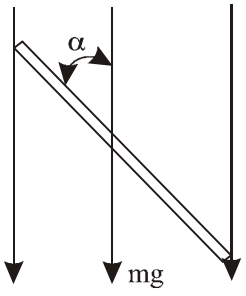

Рис. 1. Схема розташування обтічної стінки

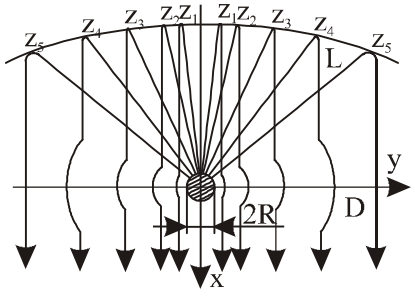

Рис. 2. Схема плівкової течії на нахиленій стінці

Розв'язування задачі може бути отримано методом розчленування її на дві задачі:

Задачі при обтіканні круглого циліндра без циркуляції з заданим значенням швидкості на безкінечності і в k точках $z_1, z_2, \ldots z_k$ кінцевої частини площини.

II. Задачі про чисто циркуляційний потік з заданим значенням циркуляції рівним I.

Розв'язування задачі 1. Знайдемо характеристичну функцію $W=f(z)$, припускаючи її однозначною в області $|z|>R$ і рахуючи точку $|z|=\infty$ правильною точкою цієї функції. Тоді, як відомо, в околиці $z=\infty$ шукану функцію можна розкласти в ряд Лорана часткового виду

$$W = az + \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^{-n}; \tag{1}$$

$\alpha_n = 0$ при $n>1$; $a_1 = a$; член b_0 відкинутий при $n=0$ як не впливаючий на визначення швидкості рівної dW/dz.

Граничні умови. 1. Вектор швидкості направлений по осі Ox і при $z=\infty$ дорівнює a. В точках $z_1, z_2, \ldots z_k$ вектор швидкості приймає відповідні значення $a_1, a_2, \ldots a_k$.

Таким чином останні умови мають вид

$$\left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=\infty} = a; \qquad \left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=z_1} = a_1;$$
$$\left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=z_2} = a_2\ldots; \qquad \left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=z_k} = a_k. \tag{2}$$

Коло радіуса R — контур перерізу струменя — одна із ліній току. Із (1) знаходимо, що

$$\frac{dW}{dz} = a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z^{-(n+1)}. \tag{3}$$

Тому граничні умови (2) можуть бути записані в вигляді

$$a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z_1^{-(n+1)} = a_1;$$

$$a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z_2^{-(n+1)} = a_2\ldots; \quad a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z_k^{-(n+1)} = a_k,$$

звідки

$$a = \frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \sum_{p=1}^{k} z_p^{-(n+1)}\right]. \tag{4}$$

Підставляючи значення a, визначене формулою (4), в рівнянні (1), отримаємо вид шуканої характеристичної функції, яка задовольняє умовам (2).

$$W = \left[\sum_{p=1}^{k} a_p + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \sum_{p=1}^{k} z^{-(n+1)}\right]\frac{z}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^{-n}. \tag{5}$$

Прийнявши $b_n = \rho_n \exp i\alpha_n$; $z_p = R_p \exp i\psi_p$; $r = r\exp i\Theta$ і запровадивши позначення $\sum_{p=1}^{k} a_p = s$, отримаємо

$$u + vi = \frac{1}{k}\left[sr\exp i\Theta + \sum_{n=1}^{\infty} n\rho_n R_1^{-(n+1)} r\exp\left[i\left(\alpha_n - (n+1)\psi_1 + \Theta\right)\right] + \right.$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} n\rho_n r R_2^{-(n+1)}\exp\left[i\left(\alpha_n - (n+1)\psi_2 + \Theta\right)\right] + \ldots + \sum_{n=1}^{\infty} n\rho_n r R_k^{-(n+1)}\exp\left[i\left(\alpha_n - (n+1)\psi_k + \Theta\right)\right] + \tag{6}$$
$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n r^{-n}\exp\left[i\left(\alpha_n - n\Theta\right)\right]\right].$$

звідки

$$u=\frac{1}{k}[sr\cos\Theta+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_1^{-(n+1)}r\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_1+\Theta)+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_2^{-(n+1)}r\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_2+\Theta)+\ldots+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_k^{-(n+1)}r\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_k+\Theta)+ \quad (7)$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\rho_n r^{-n}\sin(\alpha_n-n\Theta)];$$

$$v=\frac{1}{k}[sr\sin\Theta+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R^{-(n+1)}r\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_1+\Theta)+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n rR_2^{-(n+1)}r\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_2+\Theta)+\ldots \quad (8)$$
$$\ldots+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_k^{-(n+1)}r\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_k+\Theta)]+\sum_{n=1}^{\infty}\rho_n r^{-n}\sin(\alpha_n-n\Theta).$$

На лінії току $v=Const$, а оскільки контуром перерізу струменя є коло радіуса R, то повинна виконуватись умова

$$\partial v/\partial\Theta\big|_{r=R}=0. \quad (9)$$

Згідно виразу (8) ця умова рівнозначна наступному:

$$sR\cos\Theta+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_1^{-(n+1)}R\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_1+\Theta)+\ldots$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n RR_2^{-(n+1)}\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_2+\Theta)+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n RR_k^{-(n+1)}\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_k+\Theta)- \quad (10)$$
$$-k\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n r^{-n}\cos(\alpha_n-n\Theta)=0.$$

Враховуючи, що

$$\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_i+\Theta)=\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_i)\cos\Theta-\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_i)\sin\Theta;$$
$$\cos(\alpha_n-n\Theta)=\cos\alpha_n\cos n\Theta+\sin\alpha_n\sin n\Theta.$$

і прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях $\cos n\Theta$ і $\sin n\Theta$ в рівнянні (10), отримаємо (при n=1)

$$-sR-\rho_1 RR_1^{-2}\cos(\alpha_1-2\psi_1)-\rho_1 RR_2^{-2}\cos(\alpha_1-2\psi_2)-\ldots$$
$$\ldots-\rho_1 RR_k^{-2}\cos(\alpha_1-2\psi_k)+k\rho_1 R^{-1}\cos\alpha_1=\Theta; \quad (11)$$

$$\rho_1 RR_1^{-2}\sin(\alpha_1-2\psi_1)+\rho_1 RR_2^{-2}\sin(\alpha_1-2\psi_2)+\ldots$$
$$\ldots+\rho_1 RR_k^{-2}\sin(\alpha_1-2\psi_k)+k\rho_1 R^{-1}\sin\alpha_1=0. \quad (12)$$

Після перетворення із останнього рівняння знаходимо

$$tg\alpha_1\left[R\left(R_1^{-2}\cos 2\psi_1+R_2^{-2}\cos 2\psi_2+\ldots+R_k^{-2}\cos 2\psi_k\right)+kR^{-1}\right]-$$
$$-R\left[R_1^{-2}\sin 2\psi_1+R_2^{-2}\sin 2\psi_2+\ldots+R_k^{-2}\sin 2\psi_k\right]=0,$$

звідки

$$\alpha_1 = arctg\frac{R_1^{-2}\sin 2\psi_1 + R_2^{-2}\sin 2\psi_2 + \ldots + R_k^{-2}\sin 2\psi_k}{R_1^{-2}\cos 2\psi_1 + R_2^{-2}\cos 2\psi_2 + \ldots + R_k^{-2}\cos 2\psi_k + k/R^2}. \quad (13)$$

Підставляючи знайдені значення α_1 в рівнянні (11), отримаємо вираз

$$\rho_1 = \frac{-sR}{R\left[R_1^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_1) + R_2^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_2) + \ldots + R_k^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_k)\right] + kR^{-1}\cos\alpha_1}. \quad (14)$$

При порівнянні коефіцієнтів при $\cos n\Theta$ і $\sin n\Theta$ у рівнянні (10) для $n>1$ знаходимо $\rho_n\cos\alpha_n = \rho_n\sin\alpha_n = 0$, із якого, як наслідок, $\rho_0 = 0$; $\alpha_n = 0$. Отже

$$b_1 = \rho_1 \exp i\alpha_1; b_2 = b_3 = \ldots = b_n = 0. \quad (15)$$

Тому рівняння (5) приймає вид:

$$W = \left[\sum_{p=1}^{k} a_p + b_1\left(z_1^{-2} + z_2^{-2} + \ldots + z_k^{-2}\right)\right]\frac{z}{k} + \frac{b_1}{z}. \quad (16)$$

Відділяючи дійсну і уявну частки в цьому виразі, отримаємо

$$u = \frac{1}{k}\left\{\sum_{p=1}^{k} a_p\cos\Theta + \rho_1 r[R_1^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_1 + \Theta) + R_2^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_2 + \Theta) + \ldots + R_k^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_k + \Theta)]\right\} + \frac{\rho_1}{r}\cos(\alpha_1 - \Theta); \quad (17)$$

$$v = \frac{1}{k}\left\{\sin\Theta\sum_{p=1}^{k} a_p + \rho_1 r[R_1^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_1 + \Theta) + R_2^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_2 + \Theta) + \ldots + R_k^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_k + \Theta)]\right\} + \frac{\rho_1}{r}\sin(\alpha_1 - \Theta). \quad (18)$$

Підставляючи в формулу (18) $v = C$, отримаємо рівняння траєкторій

$$\sin\Theta\left\{\sum_{p=1}^{k} a_p + \rho_1 r[R_1^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_1) + \ldots + R_k^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_k)] - \frac{k\rho_1}{r}\cos\alpha_1\right\} + \cos\Theta\left\{\rho_1 r[R_1^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_1) + \ldots + R_k^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_k)] - \frac{k\rho_1}{r}\sin\alpha_1\right\} = C. \quad (19)$$

Задача 2. Розв'язуванням задачі про чисто циркуляційний потік є відома функція

$$f(z) = u + vi = \frac{I}{2\pi i}\ln z. \quad (20)$$

Позначаючи $z = r\exp i\Theta$, знаходимо $u = I\Theta/2\pi$; $v = (I/2\pi)\ln r$, із яких встановлюємо, що рух частинок рідини проходить проти годинникової стрілки з постійною швидкістю. Для циркуляції вздовж контуру C, який оточує циліндр, маємо

$$\int_C pdx + gdy = \frac{I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\Theta = I.$$

Із цього виразу визначається постійна I.

Загальне розв'язання задачі

Складаючи обидва розглянутих рухи, отримаємо обтікання струменя потоком рідини, який має в точках z_1, z_2, … z_k швидкості a_1, a_2, … a_k при $z=\infty$ швидкість a і циркуляцію I. Характеристична функція буде мати вигляд:

$$W = \frac{I}{2\pi i}\ln z + \frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p + b_1\left(z_1^{-2} + z_2^{-2} + \ldots + z_k^{-2}\right)\right]z + \frac{b_1}{z}. \quad (21)$$

Приблизний вид ліній току в залежності від величини I зображений на рис.3, 4.

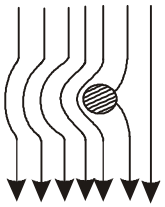

Рис. 3. Вид ліній току при $I = 4\pi\frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p - \sum_{n=1}^{\infty} nb_n \sum_{p=1}^{k} z_p^{-(n+1)}\right]R.$

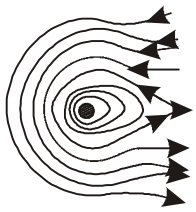

Рис. 4. Вид ліній току при $I > 4\pi\frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p - \sum_{n=1}^{\infty} nb_n \sum_{p=1}^{k} z_p^{-(n+1)}\right]R.$

Із формули (21) витікає, що величина, направлення, компоненти швидкості, траєкторія потоку, які визначаються характеристичною функцією, залежать від значення швидкості частинок в точках лінії L, які, в свою чергу, змінюються в залежності від кута нахилу обтікання стінки. Із збільшенням числа k точок z_p, які уведені в розрахунок, підвищується точність визначення функції W.

Як показали порівняння швидкостей витікання рідини в п'ятні плівки, яка розтікається, розрахованих згідно формули (21), з даними експериментальних вимірів, похибка дорівнює 25…30 %.

Висновки

Одним із найбільш перспективних способів підвищення ефективності роботи плівкових апаратів є використання в них струменевої генерації плівки. Утворена в цьому випадку плівка більш стійка, ніж при гравітаційній течії в довгих трубах, де є можливість її відшарування і зриву. При струменевому зрошенні плівка генерується водночас по всій поверхні нагрівання, а не тільки на вході в трубу, внаслідок чого збільшується рівномірність зрошення, підвищується стійкість плівки, повністю усувається можливість її відшарування і оголення поверхні кип'ятильних труб. Крім того, високі швидкості розтікання рідини дозволяють значно збільшити теплове навантаження поверхні нагрівання.

Література

1. *Ткачук Р.А., Коваленко Б.Д.* Методика теплового розрахунку струменевих витрат апаратів // Наукові праці НУХТ — 2006. — № 18. — с. 63 – 65.

2. *Ткачук Р.А., Іванова Л.І.* Підвищення продуктивності випарних установок молочної промисловості при використанні в них струменевого зрошення // Наукові праці НУХТ — 2007. — № 22. — с. 23 – 25.

3. *Коваленко Б.Д., Ткачук Р.А., Іванова Л.І.* Дослідження тепловіддачі при струменевій генерації рідинної плівки //Наукові праці НУХТ — 2009. — № 28. — с. 68 – 70.

4. *Ткачук Р.А., Коваленко Б.Д.* Гідравлічний розрахунок струменевих плівкових випарних апаратів // Наукові праці НУХТ — 2009. — №29. — с. 49 – 51.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА СТРУЙНОЙ ГЕНЕРАЦИИ ПЛЁНКИ

В.М. Криворотько, Р.А. Ткачук, Н.И. Ковалёва
Национальный университет пищевых технологий

Для экспериментального и теоретического исследований теплообмена, а также физического понимания процесса в первую очередь необходимо изучить гидродинамику процесса.

В плёночных аппаратах при исследовании теплообмена и при других исследованиях установлено, что на интенсивность теплообмена влияют разные факторы (толщина плёнки, скорость ее движения, плотность орошения, тепловой поток, разность температур, волнообразование на поверхности плёнки и т.д.).

Приводится анализ теоретических исследований по образованию нового совершенного оборудования интенсифицирующего действия при струйной генерации плёнки в аппаратах пищевой промышленности. Показано, что величина, компоненты скорости, траектория потока, которые определяются характеристической функцией, зависят от значения скорости и частиц в точках, которые в свою очередь меняются в зависимости от угла наклона обтекания. С увеличением числа точек, которые введены в расчёт, увеличивается точность определения функции. С помощью комплексной функции определяются основные характеристики потока.

***Ключевые слова**: аппарат, струйная генерация плёнки, поверхность нагревания, коэффициент теплоотдачи.*