УДК 664.061.4:084

ANALYTICAL REASERCH OF MASS TRANSFER IN CONTINUOUS VIBRO-EXTRACTION FROM PLANT MATERIALS

V. Zavialov
National University of Food Technologies

Key words:
Mathematical modeling
Convective diffusion
Mass transfer
Vibro-extraction
Substance distribution

Article histore:
Received 06.08.2013
Received in revised form 12.09.2013
Accepted 14.10.2013

Corresponding author:
V. Zavialov
E-mail:
npnuht@ukr.net

ABSTRACT

Industrial design and use of the new vibro-extractional equipment requires theoretical justification of the mass transfer mechanism features at all scale levels. To that effect, for describing the kinetics of the material extraction, the convective diffusion equation is proposed which takes into account the features of mass transfer, namely the molecular diffusion due to turbulent effect on the surface of the particle, the convective mass transfer on a scale of an apparatus and also the accumulative component (the density of external sources) which takes account of the mass transfer in vibro-mixing zone and in the substance formation area between the principal plates. It is shown that the source substance density (accumulative component) depends on process conditions and especially on the change of vibro-transporting system vibration parameters such as amplitude and frequency. Considering the impact of these factors on the process, an exponential function is proposed to account for accumulative composes. This function can be used to describe the intensity of mass transfer in different cells of an apparatus with regard to the boundary conditions. Illustrative charts are presented. It is also shown that the intensity of the process increases with the dissipation of energy in the vibro-confusion area.

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ ПРИ БЕЗПЕРЕРВНОМУ ВІБРОЕКСТРАГУВАННІ З РОСЛИННОЇ СИРОВИНИ

В.Л. Зав'ялов
Національний університет харчових технологій

У статті представлено аналітичні дослідження конвективного масоперенесення в умовах твердофазового безперервного віброекстрагування на всіх його масштабних рівнях з урахуванням щільності зовнішніх джерел накопичення цільового компонента в екстрагенті в зоні віброперемішування. Аналітичні результати можуть бути використані на стадії проектування віброекстракційної апаратури та при розв'язанні оптимізаційних задач.

Ключові слова: *математична модель, конвективна дифузія, масоперенесення, віброекстрагування, розподілення речовини.*

Поряд із загальними закономірностями, що характеризують інтенсивність масообміну в екстракційній апаратурі, суттєву роль відіграє конструктивне оформлення процесу, яке формує особливості гідродинамічних умов його проведення. Для встановлення обґрунтованого в заданих технологічних межах зв'язку між конструктивними й технологічними параметрами процесу дієвим методом є використання аналітичної теорії.

На сьогодні не існує єдиного класичного фундаментального тлумачення механізму масоперенесення при твердофазовому екстрагуванні [1, 2, 3]. Разом з тим, широке впровадження нової віброекстракційної апаратури потребує теоретичного обґрунтування особливостей механізму масоперенесення при віброекстрагуванні на всіх його масштабних рівнях.

З метою інтенсифікації процесу, вибору його способу й апаратурного оформлення необхідно знати механізм самої інтенсифікації, дифузійні властивості рослинної сировини, статику та кінетику процесу на кожному його етапі.

Постановка завдання: теоретично обґрунтувати дію механізму конвективного масоперенесення з урахуванням накопичувальної складової речовини, що враховує масовіддачу в зоні вібропереміщування, та, використовуючи елементи статистичного аналізу, розкрити зміст цієї складової.

Виклад основного матеріалу. Зважаючи на реалії безперервного процесу віброекстрагування з рослинної сировини [4], для опису його кінетики нами пропонується рівняння конвективної дифузії, яке враховує особливості масоперенесення речовини на всіх його масштабних рівнях:

$$\frac{\partial m_1(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 m_1(x,t)}{\partial x^2} - \upsilon\frac{\partial m_1(x,t)}{\partial x} + F(x,t), \qquad (1)$$

де $F(x,t) = k\left(m^*(x) - m_1(x,t)\right)$; $m_1(x,t)$ — маса цільового компонента в екстрагенті, що змінюється в часі та по довжині апарата; t — поточний час процесу; x — поточна координата довжини L робочої частини апарата; υ — швидкість потоку екстрагента в робочій зоні апарата; $m^*(x)$ — змінна рівноважна концентрація речовини в кожній комірці апарата; k — коефіцієнт масовіддачі; D — узагальнений коефіцієнт дифузії речовини.

Складові правої частини рівняння (1) мають таке тлумачення: перший доданок описує молекулярне перенесення цільових компонентів у тканині сировини, а також явище турбулентного ефекту на поверхні (турбулентну дифузію); другий доданок — конвективне перенесення в масштабі апарата; третій — накопичувальна складова (щільність зовнішніх джерел), що враховує масовіддачу в зоні вібропереміщування та в зоні утворення шару сировини і не залежить від кількості комірок.

Для побудови моделі (1) необхідно додатково задати крайові умови. Так, для потоку речовини на вході в апарат (точка подачі екстрагента):

$$D\frac{\partial m_1(x,t)}{\partial x} = \upsilon\left(m_1(x,t) - \overline{m_1}(t)\right) \text{ при } x = 0, \quad (2)$$

де $m_1(x,t) - \overline{m_1}(t)$ — різниця відповідних концентрацій, що визначає потік речовини на вході в апарат, де $\overline{m_1}(t)$ — концентрація речовини, що надходить в апарат з вхідним потоком рідини (з екстрагентом).

Для потоку речовини на виході з апарата:

$$\frac{\partial m_1(x,t)}{\partial x} = 0 \text{ при } x = L, \quad (3)$$

оскільки на виході з апарата притік речовини в екстрагент не відбувається (різниця концентрацій поточної та рівноважної стабілізується), тобто градієнт концентрації відсутній.

Початковий розподіл концентрації цільового компонента (початкова умова для крайової задачі (1) — (3)) матиме вигляд:

$$m_1(x,t_0) = m_1^0(x),\ 0 < x < L, \quad (4)$$

де $m_1^0(x)$ — початкова у часі процесу концентрація речовини в потоці на вході в апарат.

Зауважимо, якщо на вхід апарату подається чистий екстрагент, то $\overline{m_1}(t) = 0$, якщо ж у початковий момент часу речовина в апараті відсутня, то $m_1^0(x) = 0$

Виходячи з матеріального балансу, припускаємо, що кількість речовини в екстрагенті та в твердій фазі у відповідному поперечному перерізі апарата є сталою, а саме:

$$m_1(x,t) + m_2(x,t) = const \text{ при } t \geq t_0, \quad (4)$$

де $m_2(x,t)$ — маса цільового компонента (екстрактивної речовини) у твердій фазі.

Оскільки умова (4) виконується для всіх $t \geq 0$, то отримуємо:

$$m_1(x,t_0) + m_2(x,t_0) = m_1^0(x) + m_2^0(x), \quad (5)$$

де $m_1^0(x), m_2^0(x)$ — кількість речовини в рідкій і твердій фазі на початку процесу.

Або, враховуючи (4) та (5), одержимо:

$$m_1(x,t) + m_2(x,t) = m_1^0(x) + m_2^0(x). \quad (6)$$

Якщо в (6) перейти до границі при $t \to \infty$, то отримуємо:

$$\lim_{x\to\infty} m_1(x,t) + \lim_{x\to\infty} m_2(x,t) = m_1^0(x) + m_2^0(x). \quad (7)$$

Введемо позначення $\lim_{x\to\infty} m_1(x,t) = m^*(x)$ та $\lim_{x\to\infty} m_2(x,t) = m^*(x)$, де $m^*(x)$ — рівноважна концентрація цільового компоненту по всій довжині апарата.

Тоді з (7) матимемо:

$$m^*(x)+m^*(x)=m_1^0(x)+m_2^0(x) \tag{8}$$

або

$$2m^*(x)=m_1^0(x)+m_2^0(x), \tag{9}$$

звідки

$$m^*(x)=\frac{1}{2}\left(m_1^0(x)+m_2^0(x)\right). \tag{10}$$

Якщо в будь-який момент часу процесу матеріальний баланс виконується для всього апарата, то рівняння матеріального балансу набуває вигляду:

$$\int_0^L m_1(x,t)dx+\int_0^L m_2(x,t)dx=const. \tag{11}$$

Використовуючи метод розподілу змінних, розв'язок моделі (1) — (3) можна представити в такому аналітичному вигляді:

$$\begin{aligned} m_1(x,t)&=\int_0^L G(x,\zeta,t)\cdot m_1^0(\zeta)d\zeta+\\ &+\int_0^t\int_0^L G(x,\zeta,t-\tau)km^*\zeta\,d\zeta\,d\tau+\upsilon\int_0^t G(x,\zeta,t-\tau)\overline{m_1}(\tau)d\tau, \end{aligned} \tag{12}$$

де ζ — змінна інтегрування по просторовій координаті; τ — змінна інтегрування по часовій координаті; $G(x,\zeta,t)=e^{\frac{\upsilon(x-\zeta)}{2D}-\left(k+\frac{\upsilon^2}{4D}\right)t}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{B_n}J_n(\zeta)\times$ $\times e^{-D\mu_n^2 t}$ — функція Гріна, в якій $J_n(x)=\cos(\mu_n x)+\frac{\upsilon}{2D\mu_n}\cdot\sin(\mu_n x)$ — власні функції; $B_n=\frac{L}{2}+\frac{\upsilon}{2D\mu_n^2}\left(1+\frac{L\upsilon}{4D}\right)$ — числові коефіцієнти нескінченого ряду; μ_n — додатні корені характеристичного (трансцендентного) рівняння;

$$\frac{tg(\mu L)}{\mu}=\frac{4D\upsilon}{4D^2\mu^2-\upsilon^2}. \tag{13}$$

Виконавши заміну $\lambda=\mu L$ (λ — безрозмірна величина), перетворимо останнє рівняння:

$$\frac{tg\lambda}{\lambda}=\frac{4D\alpha}{4D^2\lambda^2-\alpha^2}\ \text{ або }\ \frac{tg\lambda}{\lambda}=\frac{4D\upsilon L}{4D^2\lambda^2-\upsilon^2L^2}, \tag{14}$$

де $\alpha=\frac{\upsilon L}{D}$ — дифузійний критерій Пекле, що визначає міру відношення маси речовини, яка перемістилася за рахунок конвективного перенесення й молекулярної дифузії.

Представлений математичний опис процесу вилучення цільового компонента з рослинної сировини і його аналітичний вигляд можна використати для оцінювання масообміну при екстрагуванні, а також рівня масоперенесення на кожному з етапів.

Щільність розподілення концентрації речовини в екстракті в кожній комірці (в зоні перемішування), а також на певній відстані від неї, наприклад, в зоні накопичення твердої фази, можна вважати сталою за певного встановленого режиму роботи апарата (рис.1).

Густина джерела речовини, що характеризує щільність зміни концентрації цільового компонента, або накопичення в екстрагенті екстрактивної речовини може приймати різні значення залежно від умов процесу, насамперед від зміни параметрів коливань вібротранспортувальної системи (амплітуди A та частоти коливань f).

Враховуючи вплив на процес великої кількості інших технологічних факторів (гідромодуль, температура, властивості сировини, екстрагента, конструктивні параметри тощо), в загальному випадку щільність зовнішніх джерел (накопичувальна складова) $F(x,t)$ може бути уточнена функцією:

$$F(x,t)=\sum_{i=1}^{n} K_i e^{-\bar{\alpha}(x-x_i)^2}\left(m_1^*(x)-m_1(x,t)\right), \qquad (15)$$

яка узагальнює вираз (1) та визначає, в якій кількості i-комірок змінюється від 1 до n.

Крім того, $m_1(x,t)$ можна умовно вважати випадковою величиною, яка згідно з теорією статистичного аналізу підпорядковується певним законам розподілення, наприклад, нормальному статистичному (гаусівському).

Якщо в кожній i-комірці апарата рівноважна маса речовини $m^*(x)$ однакова, то функція (15) набуває вигляду:

$$F(x,t)=\left(m^*(x)-m_1(x,t)\right)\sum_{i=1}^{n} K_i e^{-\bar{\alpha}(x-x_1)^2}. \qquad (16)$$

Якщо ввести в розгляд функцію $g(x)=\sum_{i=1}^{n} K_i e^{-\bar{\alpha}(x-x_1)^2}$, що пропорційна масоперенесенню речовини з твердої фази в рідку по довжині апарата, де $\alpha=\alpha(f,A)$ — параметр, що відповідає за ступінь масоперенесення в i-й зоні (комірці); f, A — частота й амплітуда коливань вібротранспортувальної системи; n — кількість комірок; K_i — коефіцієнт масоперенесення для i-ї комірки; x_i — місце знаходження i-ї комірки довжиною x, то функція (16) матиме вигляд:

$$F(x,t)=\left(m^*(x)-m_1(x,t)\right)g(x). \qquad (17)$$

Враховуючи, що графік функції $g(x)$ має вигляд, зображений на рис.1$а$, то дану функцію можна використати для опису інтенсивності масоперенесення в різних комірках апарата (рис. 1$б$).

Так, якщо коефіцієнт масовіддачі K_i незмінний для кожної комірки і дорівнює K, то

$$g(x)=\sum_{i=1}^{n}K_i e^{-\bar{\alpha}(x-x_1)^2}=K\varphi(x), \tag{18}$$

де

$$\varphi(x)=\sum_{i=1}^{n}e^{-\bar{\alpha}(x-x_1)^2}. \tag{19}$$

Функція $\varphi(x)$ може бути використана для ілюстрації накопичувальної складової моделі (1).

У формулі (15) коефіцієнт $\bar{\alpha}$ залежить від частоти f та амплітуди A коливань вібротранспортувальної системи, тобто

$$\bar{\alpha}=\bar{\alpha}(f,A). \tag{20}$$

Це можна проілюструвати графіком гаусівсько-подібного розподілення (рис. 2), яке є складовою формули (19).

Графік ілюструє щільність зовнішніх джерел (розподілення) екстрактивної речовини відповідно до встановленого режиму роботи апарата. З графіка видно, що із збільшенням параметра $\bar{\alpha}$ спостерігається збільшення щільності гаусівсько-подібного розподілення. Стосовно апарата це означає, що інтенсивність масообміну зростає із збільшенням $\bar{\alpha}$, тобто із зростанням дисипації енергії в зоні перемішування.

У найпростішому випадку можна запропонувати такий вираз для коефіцієнта $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha}=MAlf^m, \tag{21}$$

де M — коефіцієнт пропорційності; l, m — деякі дійсні показники даної степеневої залежності.

Зокрема, при $l = 1$, $m = 1$ маємо $\bar{\alpha}=MAf$.

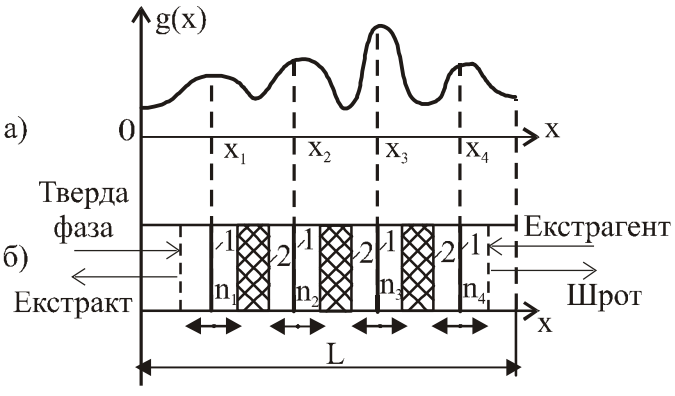

Рис. 1. Ілюстрація щільності розподілення речовини по довжині апарата:
1 — транспортувальний пристрій (тарілка);
2 — шар сировини в просторі між тарілками

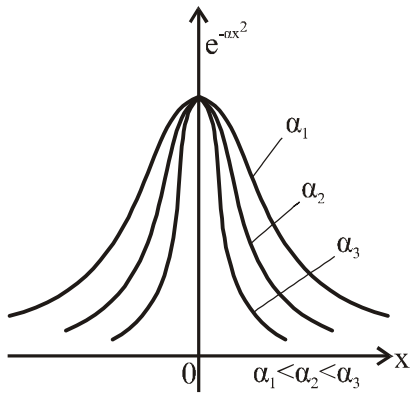

Рис. 2. Графік ілюстрації складових, що формують коефіцієнт масоперенесення та його зміну по довжині екстрактора

Якщо ввести позначення $J = Af$ — інтенсивність коливань, то останню формулу можна подати у такому вигляді:

$$\bar{\alpha} = MJ. \qquad (22)$$

Таким чином, отримані результати моделювання масоперенесення при неперервному віброекстрагуванні можуть бути використані для опису та встановлення ступеня вилучення цільових компонентів по довжині робочої частини апарата залежно від параметрів коливань вібротранспортувальної системи, а також для оптимізації їх процесу.

Література

1. *Аксельруд Г.А.* Экстрагирование. Система твердое тело-жидкость / Г.А. Аксельруд, В.М. Лысянский. — Ленинград: «Химия». Ленинградское отделение, 1974. — 253 с.

2. *Рудобашта С.П.* Массоперенос с твердой фазой / С.П. Рудобашта. — М.: «Химия», 1980. — 248 с.

3. *Белоглазов И.Н.* Твердофазные экстракторы / И.Н. Белоглазов. — Ленинград: «Химия». Ленинградское отделение, 1985. — 239 с.

4. *Зав'ялов В.Л.* Дослідження процесу віброекстрагування із рослинної сировини та перспективи його використання в промисловості / В.Л. Зав'ялов, В.С. Бодров, Ю.В. Запорожець, Н.В. Попова, Т.Г. Мисюра, В.Є. Деканський // Харчова промисловість. Випуск присвячено 60-річчю кафедри процесів і апаратів харчових виробництв, НУХТ, 2012. — С. 263—272.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ ВИБРОЭКСТРАГИРОВАНИИ ИЗ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ

В.Л. Завьялов
Национальный университет пищевых технологий

В статье представлены аналитические исследования конвективного массопереноса в условиях твердофазного непрерывного экстрагирования на всех его масштабных уровнях с учетом плотности внешних источников накопления целевых компонентов в экстрагенте в зоне виброперемешивания. Аналитические результаты могут быть использованы на стадии проектирования виброэкстракционной аппаратуры при решении оптимизационных задач.

Ключевые слова: *математическое моделирование, конвективная диффузия, массоперенос, виброэкстрагирование, распределение вещества.*