

## USE OF GAME-THEORETICAL APPROACH FOR SOLVING THE PROBLEM OF ROBUST CONTROLLERS SYNTHESIS FOR OBJECTS FUNCTIONING IN UNCERTAINTY

O. Lobok, B. Goncharenko

*National University of Food Technologies*

---

**Key words:**

*Optimal control*  
*Robust control*  
*Minimax criterion*  
*The theory of differential games*  
*The Hamiltonian*  
*Riccati equation*

---

**ABSTRACT**

The problem of constructing optimal robust control as a feedback connection from the state of linear dynamic system, which minimizes the integral square functional under the most adverse perturbations of the system, is considered. One-parameter family of minimax controllers has been created, for which a given criterion does not exceed a certain limit. Minimax optimal control can be developed by searching the minimum threshold functionality value using numerical iterative methods.

---

**Article history:**

Received 18.04.2014  
Received in revised form  
28.04.2014  
Accepted 15.05.2014

---

**Corresponding author:**

O. Lobok  
**Email:**  
npnuht@ukr.net

---

## ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРЕТИКО-ІГРОВОГО ПІДХОДУ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ РОБАСТНИХ РЕГУЛЯТОРІВ ДЛЯ ОБ'ЄКТІВ, ЩО ФУНКЦІОНУЮТЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко

*Національний університет харчових технологій*

*У статті розглянуто задачу побудови оптимального робастного керування у вигляді зворотного зв'язку від стану лінійної динамічної системи, яке мінімізує інтегрально-квадратичний функціонал при найбільш несприятливих збуреннях системи. Отримано однопараметричне сімейство мінімаксних регуляторів, при яких заданий критерій не перевищує визначеного граничного значення. Оптимальне мінімаксне керування знаходиться шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціоналу за допомогою чисельних ітераційних методів.*

**Ключові слова:** *оптимальне управління, робастний регулятор, мінімаксний критерій, теорія диференціальних ігор, функція Гамільтона, рівняння Ріккати.*

Більшість реальних систем або об'єктів керування функціонує [1] в умовах невизначеності, пов'язаної з недостатньою інформацією про об'єкт керування, неточністю його математичної моделі, вихідних даних тощо, тому завданням керування об'єктами, що функціонують в умовах невизначеності, приділялася і продовжує приділятися велика увага [2]. У пропонованому дослідженні розглядається і пропонується розв'язок задачі побудови гарантованого керування лінійною системою, що знаходиться під впливом збурень невідомої природи, які належать до обмеженої області у вигляді заданого еліпсоїда.

Постановка проблеми та аналіз останніх досягнень. Розглянемо динаміку стану об'єкта  $x(t)$  при керуванні  $u(t)$  і зовнішніх збуреннях  $f_0, f(t)$ :

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + K(t)f(t), & 0 < t \leq T, \\ x(0) = Lf_0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  — вектор стану;  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  — вектор керування;  $f(t) \in \mathbb{R}^r$  — невідомий вектор зовнішніх збурень, що діють на систему;  $f_0 \in \mathbb{R}^l$  — також невідомий вектор, що збурює систему (1) в початковий момент часу;  $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $K(t) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ,  $L \in \mathbb{R}^{n \times l}$  — задані матриці.

Передбачається, що область допустимих збурень задається у вигляді еліпсоїда:

$$S_f = \left\{ f : f = (f_0, f(\cdot)), (F_0 f_0, f_0) + \int_0^T (F(t)f(t), f(t)) dt \leq 1 \right\}, \quad (2)$$

де  $F_0 = F_0^T > 0$ ,  $F(t) = F^T(t) > 0$  — відомі вагові матриці.

Введемо [3] інтегрально-квадратичний критерій оптимальності:

$$I(u, f) = (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (D(t)u(t), u(t))) dt, \quad (3)$$

де  $H = H^T \geq 0$ ,  $G(t) = G^T(t) \geq 0$ ,  $D(t) = D^T(t) > 0$  — задані матриці.

Розглянемо таку задачу мінімаксного керування: знайти оптимальне керування  $u^*$ , що задовольняє умову:

$$J(u^*) = \inf_{u \in U} \left\{ \sup_{f \in S_f} I(u, f) \right\}, \quad (4)$$

де  $I(u, f)$  — функціонал виду (3).

Керування  $u^*$  іноді називають мінімаксним. Зазначимо, що в цій постановці операція *supremum* винесена з-під знака інтеграла і береться з урахуванням усього інтегрально-квадратичного критерію.

Мета статті: визначення можливості застосування теорії оптимального робастного керування до синтезу працездатних (робастних) систем в умовах невизначеності.

Виклад основного матеріалу. Для досягнення означеної мети перетворимо спочатку множину допустимих збурень  $S_f$ . Зауважимо[3], що будь-яка симетрична позитивно визначена матриця  $F$  допускає факторизацію виду  $F = \Phi \Lambda \Phi^T$ , де  $\Phi$  — ортогональна матриця  $\Phi^{-1} = \Phi^T$ , яка складається з орто-

нормованих власних вектор-стовпців матриці  $F$ ,  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  — діагональна матриця власних значень  $\lambda_i > 0$  матриці  $F$ . Якщо позначити  $\Lambda^{1/2} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_r})$ , то матрицю  $F$  можна представити у вигляді  $F = F^{1/2} \cdot F^{1/2}$ , де  $F^{1/2} = \Phi \Lambda^{1/2} \Phi^T$  ( $F^{1/2} = (F^{1/2})^T$ ).

Введемо тепер множину  $\Omega_{n,m}$  виду:

$$\Omega_{n,m} = \left\{ \begin{pmatrix} a_0 \\ a(t) \end{pmatrix} : a_0 \in R^n, a(t) \in L_2^m(0, T); a_0^T a_0 + \int_0^T a^T(t) a(t) dt < \infty \right\},$$

де

$$L_2^n(0, T) = \left\{ a : a = a(t) = (a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t))^T, a_i(t) \in L_2(0, T), i = 1, 2, \dots, n \right\},$$

і визначимо скалярний добуток норми:

$$\langle a, b \rangle_{\Omega_{n,m}} = a_0^T b_0 + \int_0^T a^T(t) b(t) dt, \|a\|_{\Omega_{n,m}}^2 = \langle a, a \rangle_{\Omega_{n,m}} = a_0^T a_0 + \int_0^T a^T(t) a(t) dt,$$

де  $a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a(t) \end{pmatrix} \in \Omega_{n,m}$ ,  $b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b(t) \end{pmatrix} \in \Omega_{n,m}$ .

Якщо ввести позначення для вектора збурення

$$w_0 = F_0^{1/2} f_0, w(t) = F^{1/2}(t) f(t), \quad (5)$$

то ліву частину нерівності, що задає обмеження (2), можна перетворити так:

$$\begin{aligned} (F_0 f_0, f_0) + \int_0^T (F(t) f(t), f(t)) dt &= (w_0, w_0) + \\ + \int_0^T (w(t), w(t)) dt &= \langle w, w \rangle_{\Omega_{l,r}} = \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $w = \begin{pmatrix} w_0 \\ w(t) \end{pmatrix} \in \Omega_{l,r}$ .

Таким чином, множину  $S_f$  еквівалентно перетворили до множини  $S_w$  ( $S_f \leftrightarrow S_w$ ) виду:

$$S_w = \left\{ w : w = (w_0, w(t)), \|w\|_{\Omega_{l,r}} \leq 1 \right\}. \quad (7)$$

Перетворимо тепер систему (1) і критерій (3). Якщо ввести позначення

$$v(t) = D^{1/2}(t) u(t), B_v(t) = B(t) D^{-1/2}(t), K_w(t) = K(t) F^{-1/2}(t), L_w = L F_0^{-1/2}, \quad (8)$$

то систему (1) можна записати так:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B_v(t)v(t) + K_w(t)w(t), & 0 < t \leq T, \\ x(0) = L_w w_0, \end{cases} \quad (9)$$

а функціонал (3) матиме вигляд:

$$I(u, f) = (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (D(t)u(t), u(t))) dt = \\ = (H^{1/2}x(T), H^{1/2}x(T)) + \int_0^T ((G^{1/2}(t)x(t), G^{1/2}(t)x(t)) + (v(t), v(t))) dt = I(v, w), \quad (10)$$

де  $v$  — вектор керувального діяння.

Очевидно, що функціонал  $I(v, w)$  можна представити у вигляді:

$$I(v, w) = \langle z, z \rangle_{\Omega_{n, n+m}} = \|z\|_{\Omega_{n, n+m}}^2, \quad (11)$$

де  $z = \begin{pmatrix} H^{1/2}x(T) \\ G^{1/2}(t)x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$  — вектор контрольованих змінних (параметрів).

Оскільки система (9) лінійна, то існує лінійний передавальний оператор  $R_v$ , який залежить від обраної стратегії керування, що відображає вектор входних впливів  $w \in \Omega_{l, r}$  на вектор контрольованих змінних,  $z$  тобто

$$z = R_v(w), \quad w \in \Omega_{l, r}, \quad z \in \Omega_{n, n+m}. \quad (12)$$

Таким чином, функціонал (11) може бути записаний у вигляді:

$$I(u, f) = I(v, w) = \|z\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 = \|R_v(w)\|_{\Omega_{n, n+m}}^2. \quad (13)$$

Тоді, враховуючи відомі властивості норм лінійних обмежених операторів [4], отримуємо:

$$\sup_{f \in S_f} I(u, f) = \sup_{w \in S_w} \|R_v(w)\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 = \sup_{\|w\|_{\Omega_{l, r}}^2 \leq 1} \|R_v(w)\|_{\Omega_{n, n+m}}^2 = \\ = \sup_{w \in \Omega_{l, r}, w \neq 0} \frac{\|R_v(w)\|_{\Omega_{n, n+m}}^2}{\|w\|_{\Omega_{l, r}}^2} = \|R_v\|_{\Omega}^2, \quad (14)$$

де  $\|R_v\|_{\Omega}$  — норма передавального оператора  $R_v$ , породжена нормами просторів  $\Omega_{n, m}$ .

У підсумку вихідна оптимізаційна задача (4) зводиться до еквівалентної оптимізаційної задачі виду:

$$J(v) = \sup_{w \in S_w} I(v, w) = \|R_v\|_{\Omega}^2 \rightarrow \inf_{v \in V}. \quad (15)$$

Для її розв'язання знайдемо спочатку субоптимальне керування  $v$ , що задовольняє умову:

$$\|R_v\|_{\Omega}^2 \leq \gamma^2, \quad (16)$$

де  $\gamma$  — задане порогове значення.

Враховуючи, що  $\sup_{w \in \Omega_{l,r}, w \neq 0} \frac{\|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2}{\|w\|_{\Omega_{l,r}}^2} = \|R_v\|^2 \leq \gamma^2$ , приходимо до еквівалентної нерівності  $\frac{\|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2}{\|w\|_{\Omega_{l,r}}^2} \leq \gamma^2$  або  $\|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2 \leq 0$  для всіх  $w \in \Omega_{l,r}$ .

Введемо такі позначення:

$$J_\gamma(v, w) = \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2. \quad (17)$$

Оскільки нерівність  $J_\gamma(v, w) \leq 0$  повинна виконуватися для всіх  $w \in \Omega_{l,r}$ , то має бути справедливою і нерівність

$$\sup_{w \in \Omega_{l,r}} J_\gamma(v, w) \leq 0. \quad (18)$$

Таким чином, якщо керування задовольняє нерівність (16), то воно задовольняє нерівність (18), і навпаки. Враховуючи вид функціоналу  $J_\gamma(v, w)$ , керування  $v$  будемо знаходити з умови:

$$\inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{l,r}} J_\gamma(v, w) \leq 0. \quad (19)$$

Керування  $v$ , яке є розв'язком останньої оптимізаційної задачі, називатимемо субоптимальним керуванням [5], параметризованим за параметром  $\gamma$ . Враховуючи еквівалентність нерівностей (16) і (18), приходимо до висновку, що субоптимальне керування з останньої оптимізаційної задачі також забезпечуватиме виконання нерівності (16).

Для розв'язку задачі (19) можна використовувати теорію динамічних (диференціальних) ігор двох осіб з нульовою сумою і з ціною гри, яка визначається функціоналом:

$$J_\gamma(v, w) = \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2 = \|z\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2. \quad (20)$$

Першим гравцем ( $v$  — гравець) виступає конструктор, який за допомогою відповідного вибору стратегії керування намагається мінімізувати свій програвш при виборі стратегії.

Конструктор використовує функціонал  $J_\gamma(v, w)$  як міру «вартості», пов'язану з вибором стратегії керування. Метою цього гравця є побудова регулятора  $v$  у формі (8), що мінімізує критерій  $J_\gamma(v, w)$  за найбільш несприятливих вхідних впливів  $w$ . Це гарантує якість виконання верхнього значення динамічної гри:

$$r(\gamma) = \inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{l,r}} J_\gamma(v, w). \quad (21)$$

Якщо позначити  $r(\gamma^*) = \inf_{\gamma > 0} r(\gamma)$  або  $\gamma^* = \arg \inf_{\gamma > 0} r(\gamma)$ , то аналогічно з [7] можливо довести, що  $(\gamma^*)^2 = \inf_{v \in V} \|R_v\|^2$  або  $\gamma^* = \inf_{v \in V} \|R_v\|$ , де  $(\gamma^*)^2$  — мінімальне значення критерію (20) при найбільш несприятливих збуреннях  $w \in \Omega_{l,r}$ .

Враховуючи (12), перетворимо функціонал  $J_\gamma(v, w)$  :

$$\begin{aligned} J_\gamma(v, w) &= \|R_v(w)\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2 = \|z\|_{\Omega_{n,n+m}}^2 - \gamma^2 \|w\|_{\Omega_{l,r}}^2 = \\ &= (Hx(T), x(T)) + \int_0^T ((G(t)x(t), x(t)) + (v(t), v(t)))dt - \\ &\quad - \gamma^2 \left( (w_0, w_0) + \int_0^T (w(t), w(t))dt \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Перед розв'язком задачі  $\inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{l,r}} J_\gamma(v, w)$  зазначимо, що

$$\inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{l,r}} J_\gamma(v, w) = \sup_{w_0 \in R^l} \left\{ \inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in L_2^l(0,T)} J_\gamma(v, w) \right\} \quad (23)$$

і для розв'язку мінімаксної задачі  $\inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in L_2^l(0,T)} J_\gamma(v, w)$  використаємо міні-

максний принцип Понтрягіна, відповідно до якого побудуємо функцію Гамільтона виду:

$$\begin{aligned} H(x, v, w, \lambda) &= (G(t)x(t), x(t)) + (v(t), v(t)) - \gamma^2 (w(t), w(t)) + \\ &\quad + \lambda^T(t) (A(t)x(t) + B_v(t)v(t) + K_w(t)w(t)), \end{aligned}$$

де  $x$  і  $\lambda$  задовольняють таку систему спряжених рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \nabla_x H(x, v, w, \lambda) = A(t)x(t) + B_v(t)v(t) + K_w(t)w(t), \\ \frac{d\lambda(t)}{dt} = -\nabla_x H(x, v, w, \lambda) = -A^T(t)\lambda(t) - 2G(t)x(t), \end{cases}$$

з такими крайовими умовами:

$$x(0) = L_w w_0, \quad \lambda(T) = \nabla_{x(T)} [(Hx(T), x(T))] = 2Hx(T).$$

Оптимальне значення  $v$  ( $w$ ) визначимо з умови мінімізації (максимізації) функції  $H(x, v, w, \lambda)$  за  $v$  ( $w$ ), тобто з умови:

$$\nabla_v H(x, v, w, \lambda) = 2v(t) + B_v^T(t)\lambda(t) = 0, \quad \nabla_w H(x, v, w, \lambda) = -2\gamma^2 w(t) + K_w^T(t)\lambda(t) = 0.$$

Звідки знаходимо:

$$v(t) = -\frac{1}{2} B_v^T(t)\lambda(t), \quad w(t) = \frac{1}{2\gamma^2} K_w^T(t)\lambda(t). \quad (24)$$

Враховуючи (24), спряжена система перетворюється так:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) - \frac{1}{2} B_v(t)B_v^T(t)\lambda(t) + \frac{1}{2\gamma^2} K_w(t)K_w^T(t)\lambda(t), \\ \frac{d\lambda(t)}{dt} = -A^T(t)\lambda(t) - 2G(t)x(t), \end{cases} \quad (25)$$

$$x(0) = L_w w_0, \quad \lambda(T) = 2Hx(T). \quad (26)$$

Спряжену функцію  $\lambda(t)$  цієї двоточкової крайової задачі знаходитимемо у вигляді:

$$\lambda(t) = 2P(t)x(t), \quad (27)$$

де  $P(t)$  — шукана матриця.

Враховуючи спряжену систему (25), знайдемо похідну від функції (27) за  $t$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda(t)}{dt} &= 2 \frac{dP(t)}{dt} x(t) + 2P(t) \frac{dx(t)}{dt} = 2 \frac{dP(t)}{dt} x(t) + \\ &+ 2P(t) \left( A(t)x(t) - \frac{1}{2} B_v(t) B_v^T(t) \lambda(t) + \frac{1}{2\gamma^2} K_w(t) K_w^T(t) \lambda(t) \right) = \\ &= -2A^T(t)P(t)x(t) - 2G(t)x(t), \end{aligned}$$

звідки отримаємо:

$$\begin{aligned} 2 \left( \frac{dP(t)}{dt} + P(t)A(t) - P(t)B_v(t)B_v^T(t)P(t) + \frac{1}{\gamma^2} P(t)K_w(t)K_w^T(t)P(t) + \right. \\ \left. + A^T(t)P(t) + G(t) \right) x(t) = 0. \end{aligned}$$

Враховуючи, що останнє рівняння має виконуватися для всіх  $x(t)$ , отримаємо:

$$\frac{dP(t)}{dt} + P(t)A(t) - P(t)B_v(t)B_v^T(t)P(t) + \frac{1}{\gamma^2} P(t)K_w(t)K_w^T(t)P(t) + A^T(t)P(t) + G(t) = 0,$$

а з (26) і (27) знаходимо початкову умову для останнього рівняння  $P(T) = H$ .

Таким чином, отримали матричне диференціальне рівняння для матриці  $P(t)$ , яке відноситься до рівнянь виду Ріккати:

$$\begin{cases} \frac{dP(t)}{dt} = -A^T(t)P(t) - P(t)A(t) + P(t) \left( B_v(t)B_v^T(t) - \frac{1}{\gamma^2} K_w(t)K_w^T(t) \right) P(t) - G(t), \\ P(T) = H. \end{cases}$$

Враховуючи співвідношення (24) і (27), остаточно отримаємо оптимальні значення для функцій  $v(t)$  і  $w(t)$ , які представимо так:

$$v^*(t) = -B_v^T(t)P(t)x(t), \quad w^*(t) = \frac{1}{\gamma^2} K_w^T(t)P(t)x(t). \quad (29)$$

Значення функціоналу  $J_\gamma(v^*, w^*)$ , оминаючи проміжні викладки, матиме такий кінцевий вигляд:

$$J_\gamma(v^*, w^*) = w_0^T \left( L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E \right) w_0.$$

Тоді, враховуючи співвідношення (23), отримуємо:

$$\inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in \Omega_{l,r}} J_\gamma(v, w) = \sup_{w_0 \in R^l} \left\{ \inf_{v \in L_2^m(0,T)} \sup_{w \in L_2^r(0,T)} J_\gamma(v, w) \right\} = \sup_{w_0 \in R^l} \left\{ J_\gamma(v^*, w^*) \right\} =$$

$$= \sup_{w_0 \in R^l} \left\{ w_0^T \left( L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E \right) w_0 \right\}. \quad (30)$$

Оскільки шукане керування повинне задовольняти умову:

$$\inf_{v \in L_2^m(0, T)} \sup_{w \in \Omega_{l, r}} J_\gamma(v, w) \leq 0, \quad (31)$$

то з (30) маємо  $\sup_{w_0 \in R^l} \left\{ w_0^T \left( L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E \right) w_0 \right\} \leq 0$ . Ця нерівність справедлива тільки при виконанні умови:

$$L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E \leq 0, \quad (32)$$

тобто матриця  $L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E$  повинна бути від'ємно визначеною. В іншому випадку  $\sup_{w_0 \in R^l} \left\{ w_0^T \left( L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E \right) w_0 \right\} = \infty$ , що суперечить умові (18). Відзна-

чимо також, що при виконанні умови (32)  $\sup_{w_0 \in R^l} \left\{ w_0^T \left( L_w^T P(0) L_w - \gamma^2 E \right) w_0 \right\} = 0$  і досягається при значенні  $w_0^* = 0$ .

### **Висновки**

У статті запропоновано розв'язок задачі побудови оптимального робастного керування лінійною системою, що знаходиться під впливом збурень невідомої природи, які проте належать до обмеженої області у вигляді заданого еліпсоїда. Отримано однопараметричне сімейство мінімаксних регуляторів, при яких заданий критерій не перевищує визначеного граничного значення, що забезпечує їхню робастність. Оптимальне мінімаксне керування може бути знайдено шляхом пошуку мінімально допустимого порогового значення функціонала за допомогою чисельних ітераційних методів.

### **Література**

1. Поляк Б.Т. Вероятностный подход к робастной устойчивости систем с запаздыванием [Текст] / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков // Автоматика и телемеханика. — М.: Наука, 1996. — Вып. 12. — С. 97—108.
2. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. — М.: Наука, 1961. — С.124—125.
3. Кац А.М. Определение параметров регулятора по желаемому характеристическому уравнению системы регулирования [Текст] / А. М.Кац // Автоматика и телемеханика. — М.: МГТУ, 1955. — Вып. 3. — С. 269—270.
4. Киселев О.Н. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию  $H_\infty$  и по критерию максимальной робастности [Текст] / О. Н. Киселев, Б. Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. — М.: МГТУ, 1999. — Вып.3. — С. 113—115.
5. Шайхет Л.Е. Устойчивость по вероятности нелинейных стохастических систем с запаздыванием [Текст] / Л.Е. Шайхет // Математические заметки. — 1995. — Т. 57, Вып.1. — С. 142—146.



6. Афанасьев В.Н. Аналитическое конструирование детерминированных непрерывных систем управления [Текст] : Учеб. пособие / В.Н. Афанасьев. — М.: МГИЭМ 2003. — С. 88—89.

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОГО ПОДХОДА В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ РОБАСТНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

А.П. Лобок, Б.Н. Гончаренко

*Национальный университет пищевых технологий*

*В статье рассмотрена задача построения оптимального робастного управления в виде обратной связи от состояния линейной динамической системы, которое минимизирует интегрально-квадратичный функционал при наиболее неблагоприятных возмущениях системы. Получено однопараметрическое семейство минимаксных регуляторов, при которых заданный критерий не превышает некоторого граничного значения. Оптимальное минимаксное управление может быть найдено путём поиска минимально допустимого порогового значения функционала при помощи численных итерационных методов.*

**Ключевые слова:** *оптимальное управление, робастный регулятор, минимаксный критерий, теория дифференциальных игр, функция Гамильтона, уравнение Риккати.*