

MATHEMATICAL MODELING OF MASS TRANSFER IN VIBROEXTRACTION FROM PLANT MATERIALS UNDER COMBINED ACTION MECHANICAL VIBRATIONS OF DIFFERENT FREQUENCIES

V. Zavialov, V. Dekanskiy, A. Lobok, T. Misyura
National University of Food Technologies

Key words:

*Mathematical modeling
Mass transfer
Low-frequency
mechanical vibrations
High-frequency
mechanical vibrations
Vibroextraction*

Article history:

Received 03.11.2014
Received in revised form
17.11.2014
Accepted 28.11.2014

Corresponding author:

V. Zavialov
E-mail:
npnuht@ukr.net

ABSTRACT

The results of analytical and experimental studies of the kinetics of vibroextraction with intermediate extraction of vegetable raw materials and simultaneous effect on the working environment of low- and high-frequency mechanical vibrations are shown. To describe its kinetics, the convective diffusion equation is suggested, taking into account the peculiarities of mass transfer of a substance at all its scales. Taking into account the characteristics of the batch process, some results of computational experiments are presented, reflecting the dynamics of change in the current saturation concentration of target components of the extractant in time at different hydraulic kit. Verification of the adequacy of mathematical description of the process confirms its high accuracy. Thus, this mathematical model can be used as a basis for modeling the vibroextraction under the combined action of various physical effects on interacting phase.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОБМІНУ ПРИ ВІБРОЕКСТРАГУВАННІ ІЗ РОСЛИННОЇ СИРОВИНИ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ ДІЇ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ РІЗНОЇ ЧАСТОТИ

В.Л. Зав'ялов, В.Є. Деканський, О.П. Лобок, Т.Г. Мисюра
Національний університет харчових технологій

У статті представлено результати аналітичних та експериментальних досліджень кінетики процесу віброекстрагування з проміжним віджимом рослинної сировини й одночасним впливом на робоче середовище низько- і височастотних механічних коливань. Для опису його кінетики запропоновано рівняння конвективної дифузії, що враховує особливості масоперенесення речовини на всіх його масштабних рівнях. З урахуванням характерних особливостей періодичного процесу представлено результати обчислювальних експериментів, що відображають динаміку зміни поточної концентрації насичення цільовими компонентами екстрагенту в часі за різних гідромодулів. Перевірка на адекват-

ність математичного опису процесу підтверджує достатньо високу його точність. Запропонована математичка модель може бути взята за основу для моделювання віброекстрагування в умовах комбінованої дії різних фізичних ефектів на взаємодіючі фази.

Ключові слова: *математичне моделювання, масообмін, низькочастотні механічні коливання, високочастотні механічні коливання, віброекстрагування.*

Вступ. У сучасних харчових технологіях стадія вилучення цільових компонентів із рослинної сировини, внаслідок недосконалості існуючого екстрагуючого обладнання, є найбільш повільною й енерговитратною. Інтенсифікація цього складного процесу досягається збільшенням швидкостей відносного руху фаз, створенням великих поверхонь їх контакту, відповідним регулюванням технологічних параметрів ведення процесу (температури, гідромодуля тощо), а також застосуванням нових технологій і методів комбінованої дії на взаємодіючі фази різних фізичних ефектів [1, 2]. У зв'язку з цим широкі перспективи можуть мати віброекстрактори з комбінованим підведенням коливальної низькочастотної й високочастотної дії на робоче середовище. Високоамплітудні та низькочастотні механічні коливання сприятимуть інтенсифікації конвективного зовнішнього масоперенесення, а низькоамплітудні й високочастотні — спрямовані на інтенсифікацію молекулярної та конвективної дифузії. Проведені нами відповідні дослідження на лабораторному віброекстракторі періодичної дії показали перспективність використання таких заходів при вилученні цільових компонентів із рослинної сировини зернового походження [3].

Разом з тим, розвиток методів розрахунку та математичного моделювання процесів з інтенсивним перемішуванням фаз і комбінованим впливом на них додаткових фізичних ефектів, в тому числі віброекстракційних, стримується недостатньою вивченістю явища масоперенесення в умовах багатофазової турбулентності [4], тому **метою дослідження** є побудова й аналіз математичного моделювання масообміну на прикладі процесу періодичного віброекстрагуванні із рослинної сировини зернового походження. Технологічні властивості такої сировини визначаються її структурою, а також співвідношенням мас окремих анатомічних частин з певним хімічним складом. Після подрібнення частинки зерна набувають певної однорідності як за вмістом білка в окремих своїх ділянках, так і за механічними та фізико-хімічними властивостями, що впливатиме на умови екстрагування. При цьому найбільший варіант гідродинаміки процесу ґрунтуватиметься на створенні псевдозрідженого шару сировини, який успішно може бути реалізований в екстракторах з вібраційним способом перемішування робочого середовища. Крім того, використання додаткових фізичних ефектів інтенсифікації внутрішнього масоперенесення, таких як проміжний віджим і високочастотні механічні коливання у поєднанні з активною турбулізацією всього робочого об'єму, дасть позитивні результати щодо глибини вилучення цільових компонентів і зменшення тривалості процесу.

Вклад основного матеріалу. Розглянемо кінетику процесу, припустивши найбільш просту форму подрібненої частинки — кулеподібну радіусом R за схемою розподілення концентрації цільового компонента — білка, що складає близько 20 % об'єму частинки. Під час проведення процесу в неактивному режимі (переміщення речовини за рахунок масо провідності) процес визначатиметься дифузійними властивостями частинки, її фізико-хімічним станом, а також ступенем впливу передбачених фізичних ефектів на інтенсифікацію масообміну — проміжного віджиму, і механічними коливаннями високої (20 000 Гц) та низької (до 10 Гц) частоти. Характер концентраційних кривих (схема на рис. 1) відбиває вплив на кінетику процесу кожного з цих фізичних ефектів.

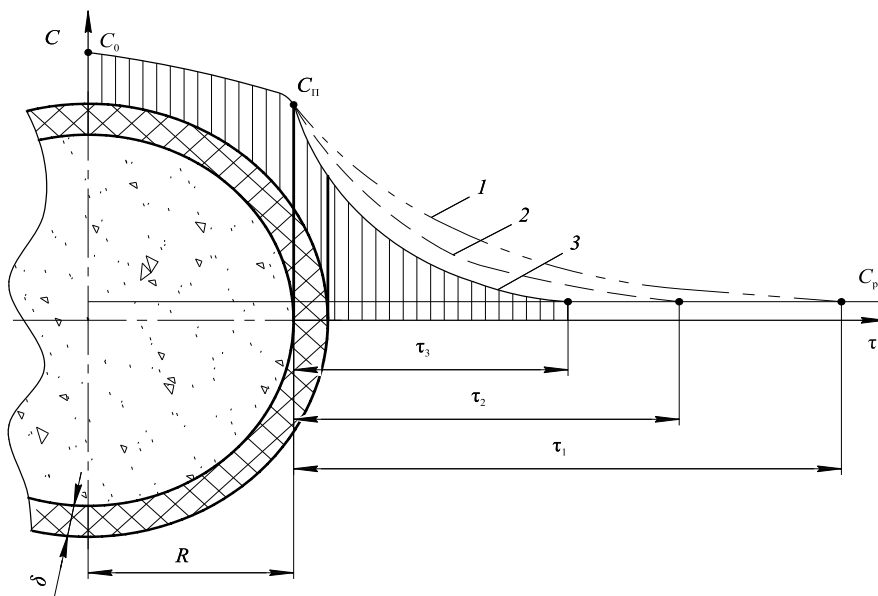


Рис. 1. Схема розподілення концентрацій цільового компонента в подрібненій рослинній сировині зернового походження: 1 — концентраційна крива під час дії на робоче середовище низькочастотних механічних коливань; 2 — концентраційна крива під час дії на робоче середовище низькочастотних механічних коливань і проміжного віджиму сировини; 3 — концентраційна крива під час дії на робоче середовище низько- і високочастотних механічних коливань, а також проміжного віджиму сировини; 4 — лінія рівноважних концентрацій; C_0 — початкова концентрація речовини в сировині на момент часу $\tau_0 = 0$; C_{II} — початкова концентрація речовини на межі поділу фаз на момент часу $\tau_0 = 0$; C_p — рівноважна концентрація речовини в ядрі потоку екстрагенту; τ_1 , τ_2 , τ_3 — час досягнення рівноважного стану системи, що відповідає кривим 1, 2 та 3

Враховуючи характерні особливості періодичного процесу віброекстрагування з проміжним віджимом рослинної сировини й одночасним впливом на робоче середовище низько- та високочастотних механічних коливань, для опису його кінетики пропонується рівняння конвективної дифузії, що враховує особливості масоперенесення речовини на всіх його масштабних рівнях:

$$\begin{cases} \frac{dC(\tau)}{d\tau} = k(C(\tau), q)(C_p - C(\tau)) + \alpha(C_p - C(\tau))e^{\beta(C_p - C(\tau))}, \\ C(\tau_0) = C_0 \end{cases} \quad (1)$$

де $k(C(\tau), q)$ — коефіцієнт масопередачі; α, β — постійні параметри; C_p — рівноважна концентрація матеріалу.

Для врахування ефекту проміжного віджиму твердої фази в робочому об'ємі апарата, заявленої конструкції вібраційного екстрактора періодичної дії [5], приймаємо, що коефіцієнт масопередачі $k(C(\tau), q)$ залежить від поточної концентрації $C_i(\tau)$ та гідромодуля q .

Якщо $k(C(\tau), q)$ стала, тобто є незалежною від зміни концентрації, гідромодуля та інших важелів процесу, то перший доданок правої частини першого рівняння системи (1) характеризуватиме вплив низькочастотних механічних коливань на процес вилучення цільових компонентів.

Другий доданок правої частини першого рівняння системи (1) характеризуватиме ефект впливу високочастотних механічних коливань, генерованих високочастотним випромінювачем, що встановлений у робочій зоні апарата.

У цій складовій першого рівняння системи (1) параметри α і β є емпіричними коефіцієнтами, що визначаються за результатами експериментів і враховують перенесення речовини на мікрорівні, тобто в масштабах самої частинки твердої фази.

З урахуванням результатів проведених досліджень була прийнята модель для ідентифікації коефіцієнта масопередачі, яка узагальнює математичну модель, представлену в [6]:

$$k(C(\tau), q) = a_1(q) + a_2(q)(C_p - C(\tau)) + a_3(q)(C_p - C(\tau))^2, \quad (2)$$

де $a_1(q), a_2(q), a_3(q)$ — функціональні параметри, що залежать від гідромодуля q і визначаються експериментальним шляхом.

Зважаючи на складність представленого математичного опису процесу, для розв'язання рівняння (1) можуть бути використані лише числові методи, що реалізовані в математичних пакетах інтегрованих систем MathCAD, Matlab тощо.

Для визначення невідомих параметрів $a_1(q), a_2(q), a_3(q)$ моделі, що не враховує високочастотне випромінювання

$$\begin{cases} \frac{dC(\tau)}{d\tau} = k(C(\tau), q)(C_p - C(\tau)), \\ C(\tau_0) = C_0 \end{cases} \quad (3)$$

був використаний метод найменших квадратів, відповідно до якого будувалась функція нев'язки виду:

$$F(a_1(q), a_2(q), a_3(q)) = \sum_{i=1}^n (y_i - C(\tau_i, a_1(q), a_2(q), a_3(q)))^2, \quad (4)$$

де y_i — результат i -го виміру; $C(\tau_i, a_1(q), a_2(q), a_3(q))$ — розв’язок задачі Коші (3) в момент часу τ_i при поточних значеннях параметрів $a_1(q), a_2(q), a_3(q)$; n — кількість вимірювань.

Ці невідомі параметри знаходилися шляхом мінімізації функції (3); тобто з умови:

$$F(a_1(q), a_2(q), a_3(q)) = \sum_{i=1}^n (y_i - C(\tau_i, a_1(q), a_2(q), a_3(q)))^2 \rightarrow \min_{a_1(q), a_2(q), a_3(q)}.$$

Для розв’язання останньої оптимізаційної задачі використовувалися різні модифікації градієнтних методів, зокрема метод змінної метрики, Левенберга-Марквардта та інші.

Як приклад, нижче представлені результати деяких обчислювальних експериментів, які проводились на основі експериментальних даних, що наведені в табл. 1.

Таблиця 1. Експериментальні значення вмісту екстрактивних речовин в екстракті

τ , хв	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$q = 15$	1,4	2	2,2	2,5	2,6	3,4	3,5	3,8	4	4,1	4,3	4,3	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7
$q = 20$	1,2	1,4	1,8	2,3	2,5	3,3	3,5	3,7	4	4,1	4,2	4,2	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
$q = 25$	1	1,1	1,4	2	2,5	3,3	3,5	3,6	4	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1
$q = 30$	1	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	1,8

У табл. 2 наведені обчислені значення параметрів $a_1(q), a_2(q), a_3(q)$ математичної моделі виду:

$$\begin{cases} \frac{dC(\tau)}{d\tau} = [a_1(q) + a_2(q)(C_p - C(\tau)) + a_3(q)(C_p - C(\tau))^2](C_p - C(\tau)) \\ C(\tau_0) = C_0 \end{cases} \quad (5)$$

для різних значень гідромодуля $q = (15, 20, 25, 30)$ за відсутності ультразвукового випромінювання.

Таблиця 2. Значення емпіричних коефіцієнтів у системі (5)

q	$a_1(q)$	$a_2(q)$	$a_3(q)$
15	0,04834	-0,0279	0,00812
20	0,09964	-0,03909	0,0057
25	0,05486	-0,01889	0,00427
30	0,05745	-0,17235	0,1963

На основі табл. 2 були одержані такі аналітичні залежності:

$$\begin{aligned} a_1(q) &= -2,11654 + 0,30225q - 0,0134q^2 + 1,91267 \cdot 10^{-4}q^3; \\ a_2(q) &= 2,24451 - 0,34546q + 0,01703q^2 - 2,734 \cdot 10^{-4}q^3; \\ a_3(q) &= -1,90338 + 0,30036q - 0,01538q^2 + 2,56627 \cdot 10^{-4}q^3, \end{aligned}$$

графіки яких представлено на рис. 2.

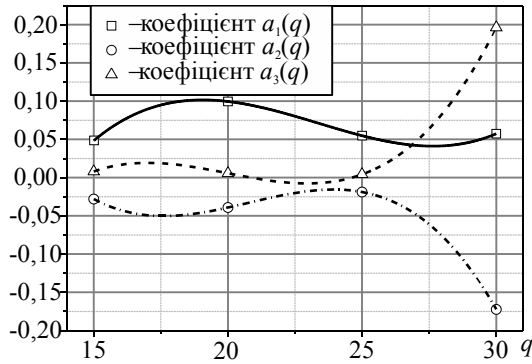


Рис. 2. Графіки залежності емпіричних коефіцієнтів $a_1(q)$, $a_2(q)$, $a_3(q)$ математичної моделі (5) від гідромодуля q

На рис. 3 представлені результати обчислювальних експериментів, що відображають динаміку зміни поточної концентрації насичення цільовими компонентами екстрагенту в часі за різних гідромодулів.

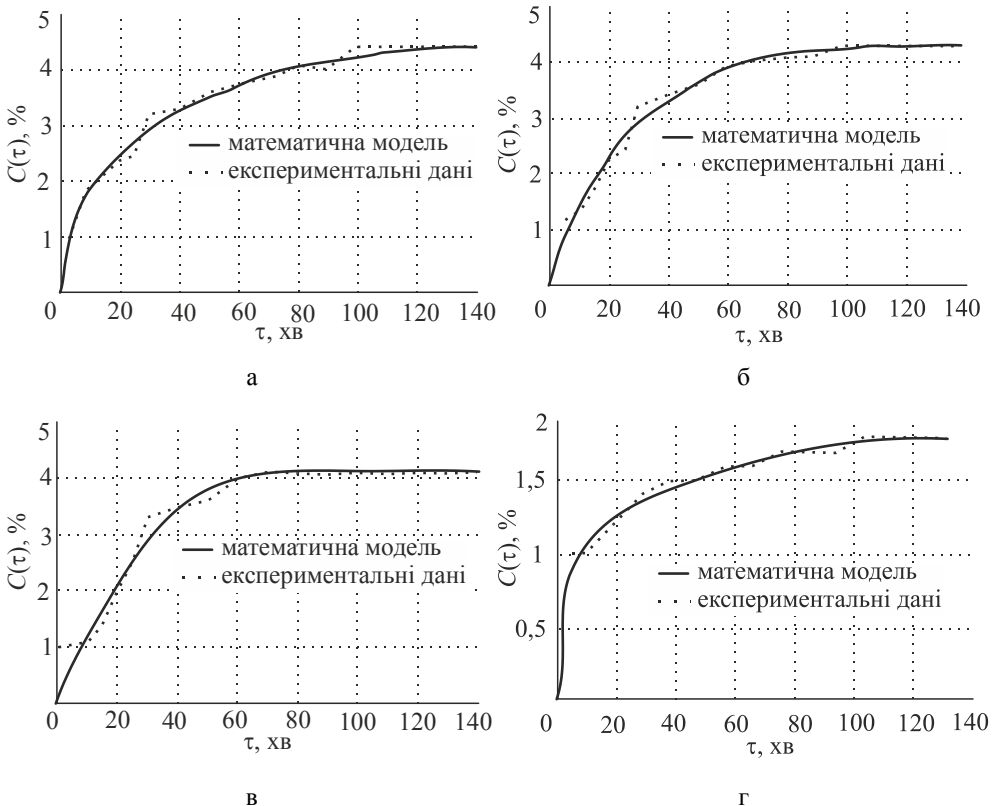


Рис. 3. Динаміка зміни поточної концентрації насичення цільовими компонентами екстрагенту в часі при гідромодулі: а) $q = 15$; б) $q = 20$; в) $q = 25$; г) $q = 30$

Висновки

Таким чином, представлені результати аналітичних та експериментальних досліджень підтверджують досить високу точність, яка в середньому становила близько 1,5 % запропонованої математичної моделі, що може бути взята за основу для моделювання процесу віброекстрагування в умовах комбінованої дії різних фізичних ефектів на взаємодіючі фази.

Література

1. *Новый справочник химика и технолога. Процессы и аппараты химических технологий. Часть 2, разд. 16 / под ред. Е.В. Иванова.* — СПб.: НПО «Профессионал», 2006. — С. 444—518.
2. *Зав'ялов В.Л.* Наукове обґрунтування та апаратурне оформлення процесів віброекстрагування в харчовій промисловості: дис. ... докт. техн. наук. 05.18.2012 / В.Л. Зав'ялов; НУХТ. — 2014. — 310 с.
3. *Зав'ялов В.Л.* Закономірності впливу низько і високочастотних механічних коливань на зовнішній масообмін при періодичному віброекстрагуванні / В.Л. Зав'ялов, В.Є. Деканський // Наукові праці НУХТ. — 2014. — № 2. — С. 124—129.
4. *Белоглазов И.Н.* Твердофазные экстракторы / И.Н. Белоглазов. — Ленинград: «Химия». Ленинградское отделение, 1985. — 239 с.
5. *Патент 103838* Україна, МПК В 01 D 11/02 (2006.01). Вібраційний екстрактор періодичної дії з комбінованим енергопідведенням / В.Л. Зав'ялов, В.Є. Деканський, Н.В. Попова, Т.Г. Мисюра, В.С. Бодров, Ю.В. Запорожець. — № а 2012 08141; заявл. 03.07.12; опубл. 25.11.13, Бюл. № 22.
6. *Зав'ялов В.Л.* Математичний опис зовнішнього масообміну при екстрагуванні із рослинної сировини в умовах нестационарного масоперенесення / В.Л. Зав'ялов // Наукові праці НУХТ. — 2013. — № 51. — С. 64—70.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАСООБМЕНА ПРИ ВИБРОЭКСТРАГИРОВАНИИ ИЗ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ В УСЛОВИЯХ КОМБИНИРОВАННОГО ДЕЙСТВИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ЧАСТОТ

В.Л. Завьялов, В.Е. Деканский, А.П. Лобок, Т.Г. Мисюра
Национальный университет пищевых технологий

В статье представлены результаты аналитических и экспериментальных исследований кинетики процесса виброэкстрагирования с промежуточным отжимом растительного сырья и одновременным воздействием на рабочую среду низко- и высокочастотных механических колебаний. Для описания его кинетики предложено уравнение конвективной диффузии, учитывающее особенности массопереноса вещества на всех его масштабных уровнях. С учетом характерных особенностей периодического процесса представлен ряд результатов вычислительных экспериментов, отражающих динамику

изменения текущей концентрации насыщения целевыми компонентами экстрагента во времени при различных гидромодулях. Проверка на адекватность математического описания процесса подтверждает достаточно высокую его точность. Таким образом, данная математическая модель может быть взята за основу для моделирования виброэкстрагирования в условиях комбинированного действия различных физических эффектов на взаимодействующие фазы.

Ключевые слова: математическое моделирование, массообмен, низкочастотные механические колебания, высокочастотные механические колебания, виброэкстрагирование.