

INVESTIGATION OF MINIMAX CONTROL AND OBSERVATION OF BAKING CHAMBER TEMPERATURE REGIME

O. Lobok, B. Goncharenko, A. Slyzenko
National University of Food Technologies

<p>Key words: <i>Optimization task</i> <i>Linear n-dimensional dynamical system</i> <i>Baking chamber Temperature regime</i> <i>Minimax control (evaluation)</i></p> <hr/> <p>Article history: Received 01.12.2014 Received in revised form 15.01.2015 Accepted 15.02.2015</p> <hr/> <p>Corresponding author: O. Lobok E-mail: npuht@ukr.net</p>	<p>ABSTRACT</p> <p>The problem solutions of minimax control and monitoring of multidimensional control objects during the complete and accurate, incomplete and inaccurate measurements of the object's state have been presented. The optimality criteria of control, monitoring, and values of the state of origin of the optimality criteria of an object under these conditions have been studied experimentally. Admissible perturbations in case of incomplete and inaccurate measurements have been investigated; the values of the criteria and their upper boundaries have been calculated. The analysis of transitive processes (TP) of feedback matrix elements $R(t)$ for both cases and measurements of the object have been conducted. The analysis of TP optimal controls, system states $x(t)$, observations $y(t)$ and optimal estimates $\hat{x}(t)$ has been conducted (the quality of Minimax Kalman-Bussy filter performance has been estimated). The optimum region of admissible perturbations has been investigated. It is proved that synthesized optimal control has an additional safety margin, which exceeds the predicted value.</p>
--	---

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ МІНІМАКСНОГО КЕРУВАННЯ І СПОСТЕРЕЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ ПЕКАРНОЇ КАМЕРИ

О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, А.М. Слєзенко
Національний університет харчових технологій

У статті наведено розв'язки задач мінімаксного керування та спостереження багатовимірних об'єктів керування за умов повних і точних, а також неповних і неточних вимірювань параметрів стану об'єкта. Експериментально досліджено оптимальні керування, спостереження, динаміку стану координат і значення критеріїв оптимальності об'єкта за цих умов, а також припустимі збурення для випадку неповних і неточних вимірювань. Обчислено значення критеріїв та їхніх верхніх меж. Здійснено аналіз перехідних процесів (ПП) елементів матриць зворотного зв'язку $R(t)$ та $\psi_{ij}(t)$ для обох випадків вимірювань стану об'єкта керування (ОК) і динаміки ПП оптимальних керувань, станів системи $x(t)$, спостережень $y(t)$ і оптимальних оцінок $\hat{x}(t)$ (оцінено якість роботи мінімаксного фільтра Калмана-Бюсі). Визначено оптимальну область

припустимих збурень. Доведено, що синтезоване оптимальне керування має додатковий запас стійкості, більший від розрахованого.

Ключові слова: *оптимізаційна задача, лінійна n -вимірна динамічна система, пекарна камера, температурний режим, мінімаксне керування (оцінювання).*

Постановка проблеми. Розв'язок оптимізаційної задачі мінімаксного керування лінійним багатовимірним об'єктом (температурним режимом пекарної камери) з моделлю:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + K(t)f(t) \\ x(t_0) = Mx^0, \end{cases} \quad (1)$$

за критерієм оптимальності:

$$I(u) = \int_{t_0}^T x^T(t)G(t)x(t)dt + \int_{t_0}^T u^T(t)D(t)u(t)dt + x^T(T)Hx(T), \quad (2)$$

де $A(t)$, $B(t)$, $K(t)$, $M(t)$, $G(t)$, $D(t)$, H — додатно визначені симетричні вагові матриці; одержано [1] відносно початкових умов x_0 і збурювальних чинників $f(t)$, що належать до області S_λ у вигляді гіпереліпсоїда виду [2].

За умови вимірювання або спостереження координат стану об'єкта оптимальне (мінімаксне) керування шукається у вигляді зворотного зв'язку від стану ОК:

$$u(t) = R(t) \cdot x(t), \quad (3)$$

де $R(t)$ — матриця зворотного зв'язку (керування); $x(t)$ — вектор стану об'єкта.

Матриця керування (або матриця підсилення) $R(t)$ в оптимальному керуванні (3) визначається за співвідношенням:

$$R(t) = -\lambda^{-2}(t)D^{-1}(t)B^T(t)\psi(t), \quad (4)$$

де $\lambda(t)$ — відома скалярна функція; $D(t)$ — відома додатно визначена симетрична вагова матриця; $B(t)$, — матриця коефіцієнтів математичної моделі (1); $\psi(t)$ — спряжена матриця, яка визначається з функції Гамільтона [3].

За умови неповних і неточних вимірювань вектора стану ОК спостереження описується співвідношенням:

$$y(t) = C(t)x(t) + M(t)f_2(t), \quad (5)$$

де $C(t)$ — матриця, яка визначає елементи вектора стану об'єкта $x(t)$, які вимірюються з похибками (неповно, неточно); $f_2(t)$ — вектор похибок спостережень; $M(t)$ — матриця коефіцієнтів при складових вектора $f_2(t)$ похибок спостережень [4].

Оптимальне керування за цих умов визначається як:

$$u(t) = R(t)\hat{x}(t) + Q(t)y(t), \quad (6)$$

де $R(t)$ — матриця зворотного зв'язку (матриця підсилення); $Q(t)$ — шукана матриця коефіцієнтів при спостереженнях $y(t)$; $y(t)$ — спостереження вимірюваних координат стану об'єкта $x(t)$; $\hat{x}(t)$ — оцінки координат стану об'єкта $x(t)$ на виході фільтра (Калмана-Бюсі) [5].

Оптимальне керування повинно задовольняти умову мінімізації такого критерію:

$$J_c(u) = \sup_{(x^0, f_1, f_2) \in S_\lambda} I_c(u), \quad (7)$$

де $I_c(u)$ — критерій (функціонал) якості.

Тепер для матриці керування або зворотного зв'язку можна одержати вирази:

$$R(t) = -\lambda^{-2}(t)D^{-1}(t)B^T(t)\psi(t), \quad (8)$$

$$G(t) = S(t)C^T(t)P_2(t), \quad (9)$$

де $\lambda(t)$ — відома скалярна функція; $B(t)$ — матриця коефіцієнтів математичної моделі (3.58); $C(t)$ — одна з шуканих матриць фільтра, яка визначає його структуру; $P_2(t)$ — додатно визначена симетрична вагова матриця з відомими коефіцієнтами області допустимих збурень; $S(t)$ — матриця, яка задовольняє певне матричне рівняння; (t) — спряжена матриця.

Для експериментальних досліджень наведених вище розв'язків у середовищі пакета прикладних програм Matlab було розроблене алгоритмічно-програмне забезпечення для випадків *першого* (повного і точного) та *другого* (неповного і неточного) вимірювання координат стану об'єкта. Лістинги основних програм для цих випадків і всіх допоміжних підпрограм наведено в [1].

Мета статті. Виклад експериментальних досліджень та аналіз результатів.

Виклад результатів дослідження. Аналіз перехідних процесів елементів матриці зворотного зв'язку $R(t)$ і елементів матриці $\psi(t)$. Графіки цих перехідних процесів наведені на рис. 1 і 2.

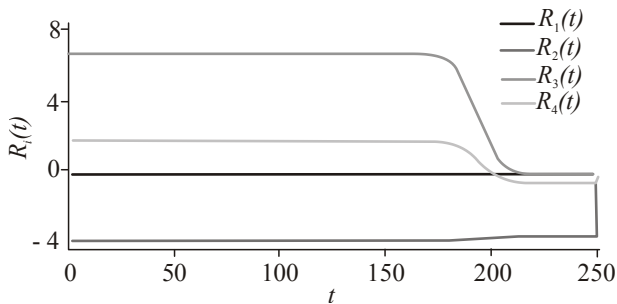


Рис. 1. Графіки перехідних процесів елементів матриці зворотного зв'язку $R(t)$

Графіки слід розглядати справа наліво, а не навпаки, як завжди, оскільки інтегрування при розв'язанні диференціальних рівнянь відбувалось у зворотному напрямі.

Експерименти показали, що вигляд ПП не змінюється в обох випадках (повного й точного вимірювання координат стану та неповного і неточного) при зміні будь-яких з доступних для зміни параметрів: виду збурень, їх частоти або амплітуди, вагових коефіцієнтів матриць тощо.

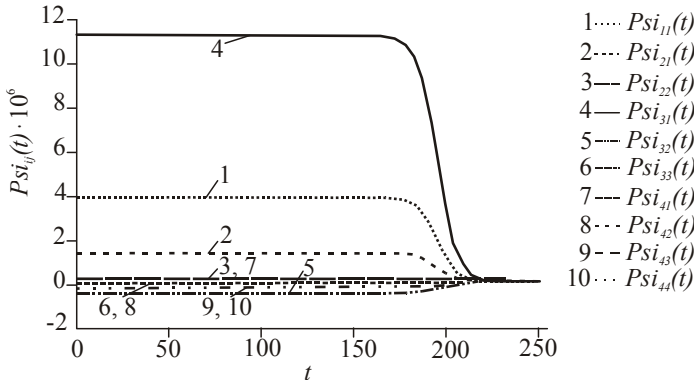


Рис. 2. Графіки перехідних процесів елементів матриці $\psi(t)$

При цьому збільшення вагових коефіцієнтів критерію оптимальності призводить до зменшення масштабів вертикальної вісі для ПП елементів матриці зворотного зв'язку $R(t)$ і наближення ліній різних елементів та збільшення масштабів («розширення») для ПП елементів матриці $\psi(t)$ і віддалення ліній різних її елементів одна від одної. Спостерігається і зворотний процес. Відповідна зміна вагових коефіцієнтів області припустимих збурень мало змінює або взагалі не змінює вигляд і масштаб ПП.

Аналіз перехідних процесів спостережень станів системи $y(t)$ і оптимальних оцінок $\hat{x}(t)$ для випадку неповних та неточних вимірюваннях координат стану об'єкта. Графіки цих перехідних процесів фактично дають змогу наочно оцінити якість роботи мінімаксного фільтра Калмана-Бюсі. На рис. 3 і 4, наведені графіки ПП відповідно оптимальних станів системи $x(t)$, спостережень $y(t)$ і оптимальних оцінок (або відфільтрованих значень) $\hat{x}(t)$.

Порівняння графіків вказує на те, що вони не просто подібні, а дуже близькі один до одного як за значеннями, так і за характером перебігу. Зокрема, графіки оптимальних оцінок станів системи найближче відтворюють дійсні стани системи. Можна зробити висновок про задовільну роботу використаного фільтра і можливість його застосування для побудови оптимального мінімаксного регулятора в умовах неповноти і неточності вимірювання координат стану об'єкта.

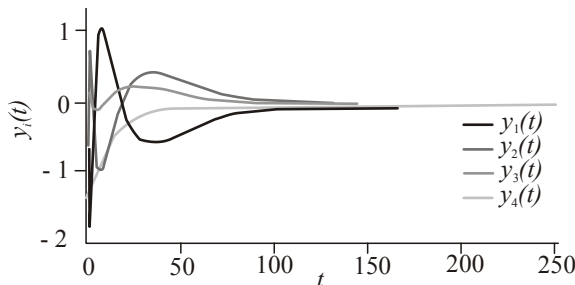


Рис. 3. Графіки перехідних процесів спостережень станів системи $y(t)$

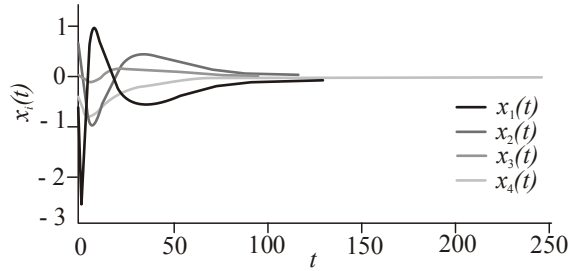


Рис. 4. Графіки перехідних процесів оптимальних оцінок станів системи $\hat{x}(t)$

Аналіз перехідних процесів оптимальних керувань $u(t)$ і відповідних їм оптимальних станів системи $x(t)$. Ці ПП розглянуті тому, що є найважливішими показниками якості функціонування і роботи мінімаксної системи керування.

Спочатку вибрано певний стандарт, з яким порівнювалися ПП за умови змінювання різних показників. Для обох випадків такими «стандартами» є всі вагові діагональні одиничні матриці і значення збурень в початковий момент часу $f_0 = [-0,2; 0,4; 0,1; -0,5]$. Кінцевий момент керування T в програмі обирається залежно від вигляду ПП та їхнього затухання (найчастіше в межах 60—250). При цьому скалярна функція є $\lambda(t) = 2$ для випадку повних і точних вимірювань і $\lambda(t) = 7$ — для випадку неповних і неточних вимірювань.

Графіки ПП оптимальних керувань і станів системи для першого випадку наведені на рис. 5 і 6, а для другого випадку — на рис. 7 і 8.

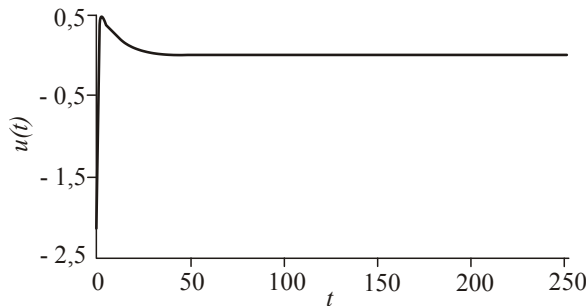


Рис. 5. Графік перехідного процесу оптимального керування $u(t)$ для випадку повних і точних вимірювань

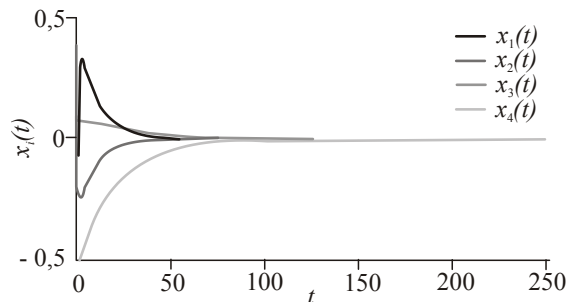


Рис. 6. Графіки ПП оптимальних станів $x(t)$ для випадку повних і точних вимірювань

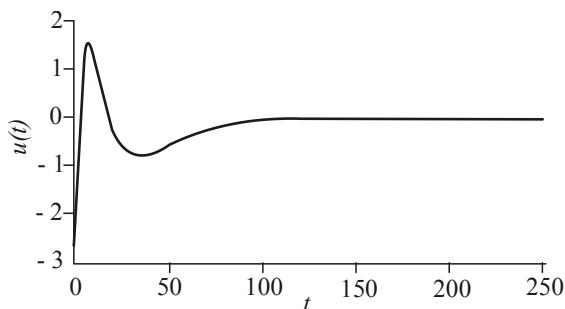


Рис. 7. Графік ПП оптимального керування $u(t)$ для випадку неповних і неточних вимірювань

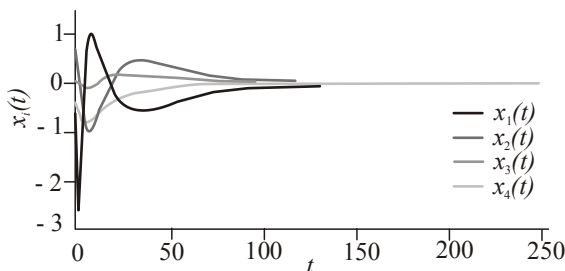


Рис. 8. Графіки перехідних процесів оптимальних станів системи $x(t)$ для випадку неповних і неточних вимірювань

Збільшення вагових коефіцієнтів матриці P_0 області припустимих збурень у випадку неповних і неточних вимірювань суттєво змінює вигляд і перебіг ПП оптимальних керувань і станів системи. Так, при збільшенні вагових коефіцієнтів матриці P_0 суттєво зростають витрати на керування і в той же час збільшується похибка функціонування системи, що особливо помітно за амплітудами ПП координат $x_1(t)$ і $x_2(t)$. При цьому мінімальне значення критерію при відомих зовнішніх збуреннях $I(u) = 56,3164$, його верхня межа $J(u) = 1853849,5148$, а значення лівої частини обмеження на припустимі збурення $St = 9,7989$, тобто збурення виходять за припустимі межі, але система не втрачає стійкості і має, як і в попередньому випадку, більший від розрахованого запас.

Для аналізу впливу на оптимальні керування і стани системи (у випадках повного і точного та неповного і неточного вимірювань) періодичних збурень з різними амплітудою і частотою збурень розглядалися два їх види: періодичне затухаюче і незатухаюче. Передбачено збільшення в 10 разів амплітуди і зменшення в 10 разів частоти при незмінній амплітуді. Встановлено, що збільшення частоти зменшує значення критерію $I(u)$, а амплітуди, навпаки, збільшує. При цьому збільшення частоти несуттєво зменшує в першому випадку і збільшує в другому випадку обмеження St , в той час як збільшення амплітуди в обох випадках суттєво збільшує це значення. Навіть при виході збурень за припустимі межі спостерігається незначне погіршення якості керування (регулюва-

ння), і через деякий час значення стабілізується (тобто система має великий запас стійкості, більший від номінально розрахованого).

Значення верхньої межі критерію оптимальності $J(u)$ залишається незмінним для кожного випадку (повного і точного та неповного і неточного вимірювань) при будь-яких змінах амплітуд і частот збурень та їх видів.

При періодичних незатухаючих збуреннях перехідні процеси, що розглядаються, при точних і повних та неточних і неповних вимірюваннях координат стану об'єкта є практично ідентичними (з різницею лише у масштабі).

Аналіз перехідних процесів елементів матриці $S(t)$. Графічне представлення перехідних процесів цієї матриці наведено на рис. 9.

Вигляд даних ПП є практично незмінним при зміні будь-яких інших з розглянутих вище показників, крім матриць P_0, P_1, P_2 області припустимих збурень, що свідчить про стабільність структури мінімаксного фільтра і його залежність лише від зазначених матриць P_0, P_1, P_2 (при постійних значеннях інших матриць, зокрема, матриці $A(t)$ коефіцієнтів математичної моделі і матриці $C(t)$ коефіцієнтів моделі спостережень).

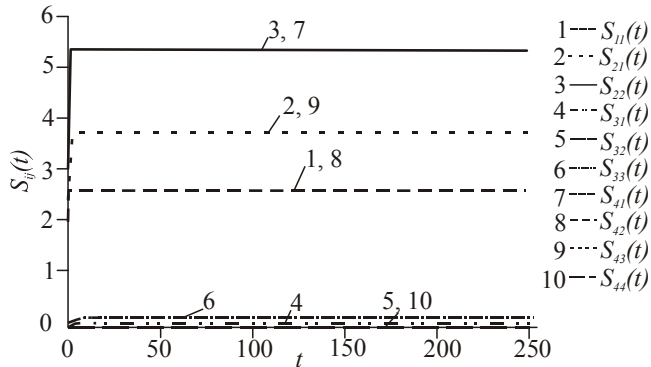


Рис. 9. Графіки перехідних процесів елементів матриці $S(t)$

Висновки

Здійснений аналіз перехідних процесів елементів матриць зворотного зв'язку $R(t)$ та $\psi_{ij}(t)$ для обох випадків вимірювання стану об'єкта, а також оптимальних станів системи $x(t)$, спостережень $y(t)$ і оптимальних оцінок $\hat{x}(t)$ якості роботи мінімаксного фільтра Калмана-Бюсі. Досліджені ПП оптимальних керувань $u(t)$ і відповідних їм оптимальних станів системи $x(t)$, а також область припустимих збурень, які суттєво змінюють вигляд і перебіг ПП оптимальних керувань і станів системи. Доведено, що синтезоване оптимальне керування має додатковий запас стійкості, більший від розрахованого.

Література

1. Слезенко А.М. Дослідження оптимального мінімаксного управління лінійними динамічними системами, що функціонують в умовах невизначеності / А.М. Слезенко, О.П. Лобок // Програма і матеріали 78 Міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів «Наукові здо-

бутки молоді — вирішенню проблем харчування людства у ХХІ столітті». — 2—3 квітня 2012 р. — К.: НУХТ, 2012. — Ч. 2. — С. 316—317.

2. Гончаренко Б.М. Аналітичне подання збурень при розв'язуванні задачі оптимізації керування багатовимірним об'єктом [Текст] / Б.М. Гончаренко, А.О. Повзик // Наукові праці Національного університету харчових технологій. — 2013. — № 49. — С. 8 — 13.

3. Лобок О.П. Аналітичне моделювання динаміки температурного режиму камери хлібопекарської печі як багатовимірного об'єкта керування / О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, А.М.Слезенко // Наукові праці Національного університету харчових технологій. — 2013. — № 48. — С. 38 — 43.

4. Бублик Б.Н. Минимаксные оценки и регуляторы в динамических системах / Б.Н. Бублик, Н.Ф. Кириченко, А.Г. Наконечный; Академия наук Украинской ССР, Ордена Ленина Институт кибернетики. — К.: АН УССР Институт кибернетики, 1978. — 47 с.

5. Кириченко Н.Ф. Аналитическое конструирование минимаксных регуляторов в линейных системах / Н.Ф. Кириченко // Доклады АН УССР, сер. А. — 1977. — № 7. — С. 591—594.

6. Наконечный О.Г. Оцінювання параметрів в умовах невизначеності / О.Г. Наконечний // Наукові записки КНУ ім. Т.Г. Шевченка. — 2004. — Том 7: факультет кибернетики. — С. 102—112.

ИССЛЕДОВАНИЯ МИНИМАКСНОГО УПРАВЛЕНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ПЕКАРНОЙ КАМЕРЫ

А.П. Лобок, Б.Н. Гончаренко, А.М. Слезенко
Национальный университет пищевых технологий

В статье приводятся решения задач минимаксного управления и наблюдения многомерных объектов управления в условиях как полных и точных, так и неполных и неточных измерений параметров состояния объекта. Экспериментально исследованы оптимальные управления, наблюдения, состояние координат и значений критериев оптимальности объекта при этих условиях. Исследованы допустимые возмущения для случая неполных и неточных измерений, рассчитаны значения критериев и значения их верхних границ. Осуществлён анализ переходных процессов (ПП) элементов матриц обратной связи $R(t)$ для обеих случаев измерений объекта. Осуществлён анализ ПП оптимальных управлений, состояний системы $x(t)$, наблюдений $y(t)$ и оптимальных оценок $\hat{x}(t)$ (оценено качество работы минимаксного фильтра Калмана-Бюсси). Исследована оптимальная область допустимых возмущений. Доказано, что синтезированное оптимальное управление имеет дополнительный запас устойчивости, больший от рассчитанного.

Ключевые слова: оптимизационная задача, линейная n -мерная динамическая система, пекарная камера, температурный режим, минимаксное управление (оценивание).