

VOLUME GEOMETRIC MODEL STEAM BUBBLES IN THE CELLS: CRYSTALS SUGAR–INTERCRYSTALLINE SUCROSE SOLUTIONS–STEAM BUBBLE

T. Pogoriliy

National University of Food Technologies

Key words:

Cellular model

Steam bubble

Sphere

Surfaces area

Solution volume

Volume of specified area

Article history:

Received 12.02.2015

Received in revised form

22.12.2015

Accepted 25.03.2015

Corresponding author:

T. Pogoriliy

E-mail:

taras22@mail.ru

ABSTRACT

The final stage of creating the geometric model for one of the forming parts of the following system of simultaneous contact of cells is presented: sugar crystal of smaller cell – intercrystalline sucrose solution of smaller cell – steam bubble – intercrystalline sucrose solution of bigger cell – sugar crystal of bigger cell. The development of three-dimensional model of a steam bubble in cellular system will depend on forms, sizes and mutual location of bigger and smaller cells, each of which, in turn, consists of sugar crystal together with intercrystalline sucrose solution, which surrounds this crystal. However, in case of any location of these cells, it is necessary to take into account that steam bubble contacts simultaneously with both bigger and smaller cells, which, in turn, simultaneously have a contact between them. Three-dimensional geometric model of a steam bubble is designed and built during this study, based on created earlier three-dimensional models of abovementioned cells i.e., bigger and smaller sugar crystals and intercrystalline solutions of sucrose surrounding them. The significant difference in size between cells of intercrystalline solutions of sucrose and steam bubble under mass boiling of sugar fillmass was taken into account.

ОБ'ЄМНА ГЕОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ПАРОВОЇ БУЛЬБАШКИ В СИСТЕМІ КОМІРОК: КРИСТАЛИ ЦУКРУ–МІЖКРИСТАЛЬНІ РОЗЧИНИ САХАРОЗИ–ПАРОВА БУЛЬБАШКА

Т.М. Погорілий

Національний університет харчових технологій

У статті представлено заключний етап створення геометричної моделі однієї із складових наступної системи одночасного контакту комірок: кристал цукру меншої комірки–міжкристальний розчин сахарози меншої комірки–парова бульбашка–міжкристальний розчин сахарози більшої комірки–кристал цукру більшої комірки. Розроблення об'ємної моделі парової бульбашки в системі комірок залежатиме від форми, розмірів і взаємного розміщення більшої та меншої комірок, кожна з яких, у свою чергу, включає кристал цукру разом з міжкристальним розчином, що його оточує. Однак за будь-якого взаємного

розташування цих комірок необхідно враховувати, що парова бульбашка одночасно контактує з більшою та меншою комірками, які, у свою чергу, одночасно контактують між собою. На основі створених раніше об'ємних моделей комірок вищезгаданої системи, тобто більшого та меншого кристалів цукру та міжкристалльних розчинів сахарози, що їх оточують, розроблено та побудовано об'ємну геометричну модель парової бульбашки. Враховано значні відмінності в розмірах між комірками міжкристалльних розчинів сахарози та паровою бульбашкою при масовому уварюванні цукрового утфелю.

Ключові слова: комірчаста модель, парова бульбашка, сфера, площа поверхні, об'єм виділеної області.

Постановка проблеми. Основною проблемою в харчовій або хімічній промисловості є створення найбільш повної й адекватної математичної моделі того чи іншого процесу, що необхідно для покращення його перебігу та зменшення енерговитрат на його проведення. Найскладнішим, найбільш енергетично ємним і таким, що найважче піддається описанню в цукровій промисловості, є процес масової кристалізації цукру з розчину сахарози при уварюванні цукрових утфелів у промислових умовах.

Як відомо, цукровий утфель являє собою досить складну багатofазну дисперсну систему. Першим етапом у створенні математичної моделі процесу кристалізації сахарози, яка б найбільш повною мірою описувала перебіг цього процесу в промислових умовах, є створення тривимірної (об'ємної) геометричної моделі дисперсної системи. За умов прийнятих певних спрощень ідеалізована модель цукрового утфелю розглядається з точки зору комірчастої моделі. Ця модель представлена такою системою комірок: *кристал цукру меншої комірки–міжкристалльний розчин сахарози меншої комірки–парова бульбашка–міжкристалльний розчин сахарози більшої комірки–кристал цукру більшої комірки*. Заключним етапом у створенні об'ємної геометричної моделі такої системи комірок [1, 2] є створення об'ємної геометричної моделі парової бульбашки. Це можливо зробити лише на основі вже розглянутих і запропонованих об'ємних моделей більшого та меншого кристалів цукру [1], а також міжкристалльних розчинів сахарози [2], що оточують відповідні кристали цукру більшої й меншої комірок у вищезгаданій системі комірок.

Варто зауважити, що даний підхід у створенні математичної моделі процесу кристалізації цукру може бути використаний також і для будь-якої іншої суміжної галузі. Тобто там, де в дисперсній системі, яка розглядається, наявні дві або три складові фази. В даному випадку це може бути або система кристал–розчин, або система кристал–розчин–парова бульбашка.

У зв'язку зі значними труднощами, які виникли при описанні процесу тепло- та масообміну при проходженні масової кристалізації сахарози в реальних промислових умовах, було використано ряд припущень для створення ідеалізованої геометричної моделі складових системи комірок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Останні дослідження авторів [3, 4, 5] зі створення математичних моделей процесу масової кристалізації

сахарози безпосередньо вказують на те, що через складність перебігу даного процесу, особливо в промислових умовах, на сьогоднішні не існує єдиного підходу та не вироблено єдиної загальноприйнятої теорії, яка б могла дати в повній мірі відповіді на всі поставлені питання стосовно процесу кристалізації. Остаточного не дослідженим залишається проблема повного описання наявного в процесі масової кристалізації сахарози процесу рекристалізації. За попередніми даними, процес рекристалізації займає вагоме місце в процесі масової кристалізації сахарози. Отже, необхідно створити таку математичну модель, яка б найбільш повною мірою описувала перебіг цього процесу. Необхідно також встановити вагу впливу процесу рекристалізації на процес масової кристалізації сахарози.

Мета статті. Створення геометричної об'ємної моделі вищезгаданої системи комірок, в даному випадку — об'ємної моделі парової бульбашки, яка буде базуватись на вже створеній об'ємній геометричній моделі кристалів цукру у формі паралелепіпеда [1] та об'ємній геометричній моделі міжкристального розчину сахарози, що оточує відповідні кристали цукру в більшій і меншій комірках системи [2].

Виклад основних результатів дослідження. Геометричне моделювання парової бульбашки. Останнім етапом у створенні геометричної моделі системи кристал цукру меншої комірки–розчин сахарози меншої комірки–парова бульбашка–розчин сахарози більшої комірки–кристал цукру більшої комірки залишається створення моделі парової бульбашки.

Варто зауважити, що при розробці геометричної моделі вищезгаданої системи комірок обирається форма комірок кристалів цукру та міжкристальних розчинів, які оточують відповідні кристали, саме у формі паралелепіпеда. На відміну від прийнятих форм комірок у вигляді паралелепіпеда для об'ємних моделей кристалів цукру [1] та міжкристальних розчинів [2], парову бульбашку розглядатимемо у вигляді кулі з радіусом $r_{\text{пар}}$, що є максимально наближеним до реальних умов при уварюванні цукрових утфелів. Саме такий вибір форми комірки обґрунтовано тим, що розміри парових бульбашок при кипінні під вакуумом у десятки разів перевищують розмір комірок дисперсної системи [5], якою є вже розглянуті комірки кристалів цукру разом з комірками міжкристальних розчинів сахарози, що оточують ці кристали (рис. 1). Зазначимо, що на рис. 1 через величину l позначено характерний лінійний розмір комірок, представлених у формі паралелепіпеда.

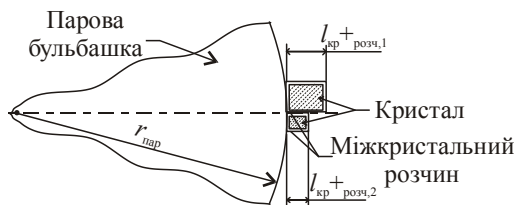


Рис. 1. Модель парової бульбашки і комірки кристал цукру разом з міжкристальним розчином

Визначимо величину об'єму $V_{\text{пар}}$ усієї парової бульбашки у вигляді кулі з радіусом $r_{\text{пар}}$:

$$V_{\text{пар}}(r) = \frac{4}{3} \pi r_{\text{пар}}^3. \quad (1)$$

Слід зазначити, що об'ємна геометрична модель парової бульбашки, яка розробляється, в подальшому буде використовуватись для створення моделі тепло- та масообміну між комірками системи. Потрібно також врахувати той факт, що її розміри значно перевищуватимуть розміри комірок з міжкристальним розчином сахарози. Отже, кількість комірок з міжкристальними розчинами сахарози, що оточуватимуть парову бульбашку, буде суттєвою. Це спонукало автора до більш детального дослідження цього питання та врахування того факту, що не вся величина об'єму парової бульбашки буде брати участь у процесі теплообміну саме з розглянутими сусідніми двома комірками міжкристального розчину всієї системи комірок. Потрібно розробити методику вирішення такого питання: яким чином у створюваній об'ємній моделі комірок врахувати масову кристалізацію сахарози, адже парова бульбашка в процесі уварювання цукрового утфелю контактує одночасно з багатьма комірками дисперсної системи. У дослідженні це питання вирішується поки що тільки для комірки парової бульбашки.

Насамперед розглянемо об'ємну модель: контакт комірки парової бульбашки у вигляді сфери лише з однією коміркою дисперсної системи, тобто міжкристальним розчином у вигляді паралелепіпеда, яка включає в себе один кристал цукру, що оточений цим самим міжкристальним розчином сахарози (рис. 1 [2]). Вважаємо, що ця комірка у вигляді паралелепіпеда дотикається до сфери парової бульбашки найменшою з усіх трьох різних за розміром стороною. Позначимо розміри цієї сторони через $(b_{\text{кр+розч}} \times c_{\text{кр+розч}})$. Двовимірний випадок такого розташування комірки парової бульбашки та комірок з міжкристальним розчином сахарози й кристалом цукру всередині представлено на рис. 2 (сторона $c_{\text{кр+розч}}$ проходить перпендикулярно до площини).

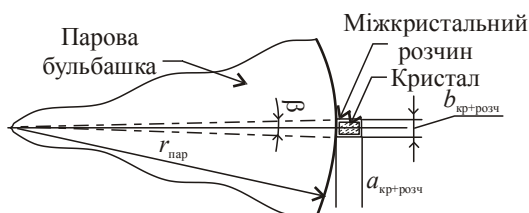


Рис. 2. Виділення області в паровій бульбашці, що контактує з коміркою міжкристального розчину сахарози і кристалом цукру всередині у двовимірному випадку

Саме такий вибір у розташуванні комірки міжкристального розчину сахарози стосовно комірки парової бульбашки пояснюється так: якщо брати до уваги одночасно дві комірки міжкристального розчину сахарози, що контактують між собою і в той же час одночасно контактують із паровою бульбашкою (рис. 1), а не обмежуватись лише однією коміркою (як це було зроблено в попередньому випадку, зображеному на рис. 2), тобто повністю розглядати

першопочаткову систему комірок: менший кристал цукру–міжкристальний розчин сахарози, що оточує менший кристал цукру–парова бульбашка–міжкристальний розчин сахарози, що оточує більший кристал цукру–більший кристал цукру, то молекулярні сили взаємодії між комірками міжкристального розчину сахарози значно перевищуватимуть молекулярну взаємодію між паровою бульбашкою та кожною окремо взятою коміркою міжкристального розчину [5]. Це означає, що комірки міжкристальних розчинів будуть об'єднуватись між собою найбільшими своїми сторонами, а найменшими будуть дотикатись до тих тіл, з якими в них значно менш виражені сили молекулярної взаємодії. Зважаючи на це, можна припустити, що кожна з найменших сторін комірок міжкристальних розчинів у формі паралелепіпедів контактує саме з паровою бульбашкою.

У паровій бульбашці, що являє собою кулю, виділимо (або «виріжемо») саме ту її частину, яка й буде брати участь у процесі теплообміну саме з цією однією коміркою міжкристального розчину сахарози (рис. 2, рис. 3). У результаті найкращою фігурою буде прямокутна піраміда (рис. 3), тобто піраміда, в основі якої лежить прямокутник $ABCD$, вирізана зі сфери, вершина якої збігається з центром сфери O , а бічні грані — це площини, що проходять через центр сфери O парової бульбашки, та кожне з тих ребер паралелепіпеда комірки міжкристального розчину, що контактує (або майже контактує з усією поверхнею) з поверхнею сфери. На рис. 3 ці площини позначено через грані піраміди OAB , OBC , OCD та ODA . Кути між віссю OO_1 та бічними гранями при вершині O у виділеній піраміді позначимо, відповідно, через $\angle\beta$ та $\angle\gamma$. У даному випадку також вважатимемо, що кожна комірка міжкристального розчину всією площею поверхні своєї найменшої сторони комірки у формі паралелепіпеда контактує з поверхнею парової бульбашки.

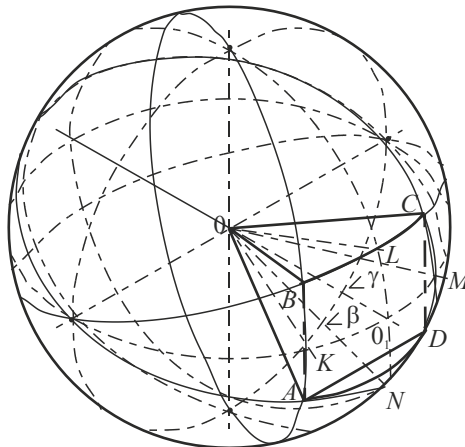


Рис. 3. Виділення області в паровій бульбашці, що контактує з коміркою міжкристального розчину в тривимірному випадку

У результаті проведених досліджень аналітично вдалося обрахувати об'єм такої виділеної зі сфери прямокутної піраміди $OABCD$ (рис. 3) з кутами $\angle\beta$

(що лежить навпроти сторони міжкристального розчину, позначеного через $b_{\text{кр+розч}}$) та $\angle\gamma$ (що лежить навпроти сторони міжкристального розчину позначеного через $c_{\text{кр+розч}}$), з радіусом сфери r (що являє собою розмір парової бульбашки). Позначимо цей об'єм через $V_{\text{пірам.сфер}}$:

$$V_{\text{пірам.сфер}}(r, \beta, \gamma) = \frac{4}{3} r^3 \arcsin(\sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)), \quad 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}. \quad (2)$$

В отриманій формулі (2) наявні обмеження на застосування кутів $\angle\beta$ та $\angle\gamma$, та, зважаючи на невеликий розмір кутів $\angle\beta$ та $\angle\gamma$, формулу (2) можна буде застосувати для подальших розрахунків.

Знайдемо кути $\angle\beta_1$ та $\angle\gamma_1$ для більшої комірки міжкристального розчину сахарози, а також кути $\angle\beta_2$ та $\angle\gamma_2$ для меншої комірки міжкристального розчину сахарози. Відразу зауважимо, що, як видно з рис. 2, ці кути будуть достатньо малими величинами порівняно з кутом $\frac{\pi}{2}$, а отже, умови, накладені на кути при застосуванні формули (2), виконуватимуться. Застосуємо отриману формулу (2) для визначення об'єму виділеної області піраміди з комірки парової бульбашки у формі сфери. Спочатку знайдемо кути $\angle\beta_i$ та $\angle\gamma_i$, ($i=1,2$) для більшої та меншої комірок міжкристальних розчинів. Зобразимо ці кути на окремих прямокутних трикутниках (рис. 4а) — для кута $\angle\beta$ та рис. 4б — для кута $\angle\gamma$, де через менші катети цих прямокутних трикутників позначено відповідні сторони більшої та меншої комірок міжкристального розчину $b_{\text{кр+розч}}$ та $c_{\text{кр+розч}}$; іншим катетом у цих трикутниках буде радіус кулі $OO_I=r_{\text{пар}}$ парової бульбашки.

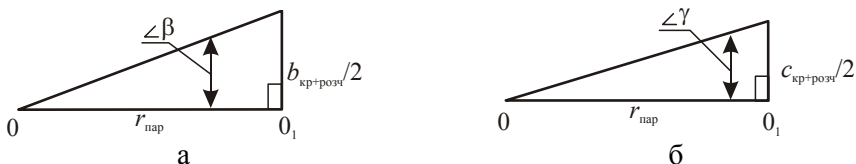


Рис. 4. Розташування кутів $\angle\beta$ і $\angle\gamma$ стосовно сторін паралелепіпеда комірки міжкристального розчину

Як видно з рис. 4а, кут $\angle\beta_1$ більшої комірки визначатиметься з прямокутного трикутника таким чином:

$$r_{\text{пар}} \cdot \text{tg}(\beta_1) = \frac{b_{\text{розч+кр1}}}{2} \Rightarrow \text{tg}(\beta_1) = \frac{b_{\text{розч+кр1}}}{2r_{\text{пар}}} \Rightarrow \angle\beta_1 = \arctg\left(\frac{b_{\text{розч+кр1}}}{2r_{\text{пар}}}\right). \quad (3)$$

У свою чергу, інший кут $\angle\gamma_1$ для більшої комірки також визначатиметься з прямокутного трикутника, зображеного на рис. 4б, як:

$$\angle\gamma_1 = \arctg\left(\frac{c_{\text{розч+кр1}}}{2r_{\text{пар}}}\right). \quad (4)$$

Аналогічним чином визначатимуться і кути для меншої комірки, тобто кути $\angle\beta_2$ та $\angle\gamma_2$:

$$\angle\beta_2 = \arctg\left(\frac{b_{\text{розч+кр } 2}}{2r_{\text{пар}}}\right); \quad \angle\gamma_2 = \arctg\left(\frac{c_{\text{розч+кр } 2}}{2r_{\text{пар}}}\right). \quad (5)$$

Для спрощення подальших розрахунків використаємо властивість тригонометричних функцій [10]:

$$\sin(\arctg(y)) = \frac{y}{\sqrt{1+y^2}}; \quad (6)$$

та розрахуємо значення синусів усіх отриманих за формулами (3)–(5) кутів: $\angle\beta_i$ та $\angle\gamma_i$, ($i=1,2$). Отримаємо такі вирази:

$$\sin(\beta_1) = \sin\left(\arctg\left(\frac{b_{\text{розч+кр } 1}}{2r_{\text{пар}}}\right)\right) = \frac{b_{\text{розч+кр } 1}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + b_{\text{розч+кр } 1}^2}}; \quad (7)$$

$$\sin(\gamma_1) = \sin\left(\arctg\left(\frac{c_{\text{розч+кр } 1}}{2r_{\text{пар}}}\right)\right) = \frac{c_{\text{розч+кр } 1}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + c_{\text{розч+кр } 1}^2}}; \quad (8)$$

$$\sin(\beta_2) = \sin\left(\arctg\left(\frac{b_{\text{розч+кр } 2}}{2r_{\text{пар}}}\right)\right) = \frac{b_{\text{розч+кр } 2}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + b_{\text{розч+кр } 2}^2}}; \quad (9)$$

$$\sin(\gamma_2) = \sin\left(\arctg\left(\frac{c_{\text{розч+кр } 2}}{2r_{\text{пар}}}\right)\right) = \frac{c_{\text{розч+кр } 2}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + c_{\text{розч+кр } 2}^2}}. \quad (10)$$

Отже, на основі виразів (2) і (7)–(8) можемо знайти, яка саме частина об'єму комірки парової бульбашки, що представлена у формі піраміди, виділеної з кулі (рис. 3), братиме участь у процесі теплообміну окремо з більшою коміркою міжкристалного розчину:

$$V_{\text{пірам.сфер } 1} = \frac{4}{3}r_{\text{пар}}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{b_{\text{розч+кр } 1}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + b_{\text{розч+кр } 1}^2}} \cdot \frac{c_{\text{розч+кр } 1}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + c_{\text{розч+кр } 1}^2}}\right). \quad (11)$$

Аналогічним чином, на основі виразів (2) та (9)–(10) можна знайти, яка частина об'єму комірки парової бульбашки, представлена у формі піраміди, виділеної з кулі (рис. 3), братиме участь у процесі теплообміну окремо з меншою коміркою міжкристалного розчину:

$$V_{\text{пірам.сфер } 2} = \frac{4}{3}r_{\text{пар}}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{b_{\text{розч+кр } 2}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + b_{\text{розч+кр } 2}^2}} \cdot \frac{c_{\text{розч+кр } 2}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + c_{\text{розч+кр } 2}^2}}\right). \quad (12)$$

Можна припустити, що в процесі одночасного контакту парової бульбашки з більшою та меншою комірками міжкристалного розчину сахарози (які, у свою чергу, вміщують кристали цукру), і які також одночасно контактують між собою, для розрахунків задачі теплопровідності необхідно

розглядати виділені об'єми $V_{\text{пірам.сфер 1}}$ та $V_{\text{пірам.сфер 2}}$ разом. Тобто в процесі одночасного процесу теплообміну парової бульбашки з більшою та меншою комірками системи на основі отриманих виразів (11)—(12) необхідно використовувати таку величину частини об'єму парової бульбашки:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{пірам.сфер}} &= V_{\text{пірам.сфер 1}} + V_{\text{пірам.сфер 2}} = \\
 &= \frac{4}{3} r_{\text{пар}}^2 \cdot \arcsin \left(\frac{b_{\text{розч+кр 1}}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + b_{\text{розч+кр 1}}^2}} \cdot \frac{c_{\text{розч+кр 1}}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + c_{\text{розч+кр 1}}^2}} \right) + \\
 &+ \frac{4}{3} r_{\text{пар}}^2 \cdot \arcsin \left(\frac{b_{\text{розч+кр 2}}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + b_{\text{розч+кр 2}}^2}} \cdot \frac{c_{\text{розч+кр 2}}}{\sqrt{4r_{\text{пар}}^2 + c_{\text{розч+кр 2}}^2}} \right).
 \end{aligned} \tag{13}$$

Отже, для подальшого моделювання процесу теплообміну між комірками системи при масовому уварюванні цукрового утфелю в об'ємній геометричній моделі парової бульбашки на основі формули (13) визначили, яка саме частина її об'єму братиме участь у процесі одночасного теплообміну з двома (більшою та меншою) комірками міжкристалного розчину.

Також були проведені дослідження, яку саме частину об'єму всієї комірки парової бульбашки у вигляді кулі займає виділена область у вигляді піраміди із цієї сфери. Для цього використали розмір парової бульбашки $r_{\text{пар}} = 4 \cdot 10^{-3}$ м та розміри кристалів і величини міжкристалних розчинів [2]. Проведені розрахунки показали, що відношення величини об'єму $V_{\text{пірам.сфер 1}}$ з формули (11) до всього об'єму $V_{\text{пар}}$ парової бульбашки, що розраховується за формулою (1), становить:

$$\frac{V_{\text{пірам.сфер 1}}}{V_{\text{пар}}} = 1,039 \cdot 10^{-3}, \tag{14}$$

а відношення величини об'єму $V_{\text{пірам.сфер 2}}$ з виразу (12) до всього об'єму $V_{\text{пар}}$ парової бульбашки дорівнює:

$$\frac{V_{\text{пірам.сфер 2}}}{V_{\text{пар}}} = 3,376 \cdot 10^{-4}. \tag{15}$$

Іншими словами, величина об'єму $V_{\text{пірам.сфер 1}}$ «поміщається» у всьому об'ємі $V_{\text{пар}}$ кулі парової бульбашки приблизно 962 рази, а величина $V_{\text{пірам.сфер 2}}$ — 2962 рази. Отримані величини числових значень підтверджують (певною мірою) необхідність розроблення методики виділення областей з кулі, що безпосередньо беруть участь у контакті з комірками міжкристалних розчинів.

Таким чином, знайдено вирази (11)—(12) для визначення частини об'єму в паровій бульбашці, що представлена у вигляді піраміди, виділеної з кулі (рис. 3), яка братиме участь у процесі теплообміну з більшою та меншою комірками міжкристалного розчину. На основі формули (13) встановлено, яка саме частина її об'єму братиме участь у процесі одночасного теплообміну з двома (більшою та меншою) комірками міжкристалного розчину.

Висновки

На основі створених об'ємних геометричних моделей кристалів цукру більшої та меншої комірки, кожен з яких представлено у формі паралелепіпеда, а також комірок міжкристальних розчинів сахарози, що оточують відповідні кристали цукру, створено об'ємну геометричну модель комірки парової бульбашки у формі кулі, чим і завершено побудову геометричних моделей складових комірок системи.

Враховано те, що розміри парової бульбашки при масовому уварюванні цукрових утфелів у десятки разів перевищують розміри комірок міжкристальних розчинів сахарози, кожен з яких вміщує в собі кристали цукру, шляхом виділення області у вигляді прямокутної піраміди з кулі (сфери), що являє собою парову бульбашку. Знайдено вирази для визначення величини цієї області при процесі теплообміну з однією коміркою, окремо для випадку більшої (11) та меншої (12) комірки. Також встановлено величину цієї виділеної області (13) для випадку одночасного контакту парової бульбашки з двома (більшою та меншою) комірками системи.

На основі створених окремих тривимірних геометричних моделей комірок кристалів цукру, моделей комірок міжкристальних розчинів, що оточують ці кристали, та комірок парової бульбашки в комірчастій моделі системи: кристал цукру меншої комірки–міжкристальний розчин сахарози меншої комірки–парова бульбашка–міжкристальний розчин сахарози більшої комірки–кристал цукру більшої комірки, тобто складових цієї системи для остаточного її створення необхідно завершити моделювання тривимірної геометричної моделі всієї системи в цілому в єдиній системі координат.

Література

1. *Погорілий Т.М.* Об'ємна геометрична модель кристалів цукру в системі комірок: кристали цукру–міжкристальні розчини сахарози–парова бульбашка // Наукові праці Національного університету харчових технологій. — К.: 2014. — Т. 20, № 5. — С. 141—151.
2. *Погорілий Т.М.* Об'ємна геометрична модель міжкристального розчину сахарози в системі комірок: кристали цукру–міжкристальні розчини сахарози–парова бульбашка // Наукові праці НУХТ. — К.: 2015. — Т. 21, № 2. — С. 139—150.
3. Современные технологии и оборудование свеклосахарного производства: В 2-х ч. / В.О. Штангеев, В.Т. Кобер, Л.Г. Белостоцкий и др.; Под. ред. В.О. Штангеева — К.: «Цукор України», 2004. — Ч. 2. — 320 с.
4. *Тужилкин В.И.* Кристаллизация сахара: Монография. — М.: Издательский комплекс МГУПП, 2007. — 336 с.
5. *Кулинченко В.Р., Мирончук В.Г.* Промышленная кристаллизация сахаристых веществ: Монография. — К.: НУПТ, 2012. — 426 с.
6. *Погорельий Т.М., Мирончук В.Г.* Математическое моделирование процесса рекристаллизации на основании аналитических решений нестационарных задач теплопроводности в двухмерном случае для прямоугольных областей с неоднородными (непрерывными и разрывными на одной из сторон) граничными условиями и неоднородными начальными условиями // Тезисы докладов и сообщений XIV Минского международного форума по тепло- и массообмену, 10—13 сентября 2012 г. — Том 1, Часть 2. — Минск.: Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, 2012. — С. 761—764.
7. *Погорілий Т.М.* Математичне моделювання процесу теплообміну між комірками сахарози на основі аналітичного розв'язку нестационарної задачі теплопровідності в двовимірному випадку для прямокутної області з неоднорідними граничними умовами

другого роду та неоднорідною початковою умовою // Наукові праці НУХТ. — К.: 2014. — Т. 20, № 2. — С. 136—145.

8. *Погорілий Т.М.* Математичне моделювання процесу теплообміну між комірками сахарози на основі аналітичного розв'язку нестационарної задачі теплопровідності з неоднорідними розривними на одній із бічних сторін та неперервними на всіх інших сторонах області граничними умовами другого роду та неоднорідною початковою умовою. // Наукові праці НУХТ. — К.: 2014. — Т. 20, № 4. — С. 165—173.

9. *Бажал И.Г., Куриленко О.Д.* Переконденсация в дисперсных системах. — К.: Наукова думка, 1975. — 216 с.

10. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — 13-е изд., исправленное. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. — 544 с.

ОБЪЕМНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В СИСТЕМЕ ЯЧЕЕК: КРИСТАЛЛЫ САХАРА–МЕЖКРИСТАЛЬНЫЕ РАСТВОРЫ САХАРОЗЫ–ПАРОВОЙ ПУЗЫРЕК

Т.М. Погорельый

Национальный университет пищевых технологий

В статье представлен заключительный этап в создании геометрической модели одной из составляющих следующей системы одновременного контакта ячеек: кристалл сахара меньшей ячейки–межкристальный раствор сахарозы меньшей ячейки–паровой пузырек–межкристальный раствор сахарозы большей ячейки–кристалл сахара большей ячейки. Разработка объемной модели парового пузырька в системе ячеек будет зависеть от формы, размеров и взаимного расположения большей и меньшей ячеек, каждая из которых, в свою очередь, включает в себя кристалл сахара вместе с межкристальным раствором, который его окружает. Но при любом расположении этих ячеек необходимо учитывать то, что паровой пузырек одновременно контактирует с большей и меньшей ячейками, которые, в свою очередь, одновременно контактируют между собой. На основании созданных ранее объемных моделей ячеек вышеупомянутой системы, т.е. большего и меньшего кристаллов сахара и межкристальных растворов сахарозы, которые их окружают, разработана и построена объемная геометрическая модель парового пузырька. Учитывалось значительное отличие в размерах между ячейками межкристальных растворов сахарозы и парового пузырька при массовом уваривании сахарного утфеля.

Ключевые слова: *ячеистая модель, паровой пузырек, сфера, площадь поверхности, объем выделенной области.*