

DETERMINATING OPTIMAL STRATEGY OF PRODUCTS QUALITY CONTROL

N. Medvedev, V. Romanenko

National University of Food Technologies

Key words:

Quality control
Mathematical model
Optimization
Optimal strategy

Article history:

Received 25.02.2015
Received in revised form
12.03.2015
Accepted 13.04.2015

Corresponding author:

V. Romanenko

Email:

romvik1@mail.ru

ABSTRACT

In the conditions of modern production, product quality is a major component of enterprise efficiency and profitability. Therefore, it should be intimately examined. Everybody must be engaged in quality-control, starting from the director of enterprise to the exact performers of working operation. Quality control system presupposes all processes of providing, planning and maintaining quality. Now there is a tendency to apply scientific methods of product quality evaluation. A mathematical model of products quality control is examined in the article. The offered approach allows to optimize the strategy of quality control.

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ

М.Г. Медведєв, В.М. Романенко

Національний університет харчових технологій

У статті розглянуто економіко-математичну модель, що дає змогу оптимізувати стратегію контролю якості. Зазначено, що якість продукції в умовах сучасного виробництва — найважливіша складова частина конкурентоспроможності підприємства, тому їй необхідно приділяти постійну увагу. Система управління якістю об'єднує всі процеси, пов'язані із забезпеченням, проектуванням і збереженням якості. Зараз все більше спостерігається перехід до застосування наукових методів, які надають можливість удосконалити контроль за якістю продукції.

Ключові слова: *контроль якості, математична модель, оптимізація, оптимальна стратегія.*

Постановка проблеми. У сучасному світі діяльність будь-якого підприємства, його непохитне становище на ринку товарів і послуг визначається рівнем конкурентоспроможності. У свою чергу, конкурентоспроможність пов'язана з двома показниками — рівнем ціни і рівнем якості продукції [1].

Контроль якості стає важливою і, водночас, більш дорогою частиною виробничого процесу. Витрати окремих фірм, пов'язані із забезпеченням

високого рівня якості продукції, враховуючи складність сучасних технологічних процесів, устаткування, а також обсяг виробництва, досягають 12 % від усього обсягу виробничих затрат. При цьому ці витрати лягають на плечі не тільки виробників, а й споживачів, затрати яких на ремонт і обслуговування виробів часто перевищують первісно сплачену за них ціну.

Кожному виду продукції відповідає певний рівень витрат на забезпечення його якості: чим вища якість продукції, тим більші витрати. Для продукції низької якості витрати можуть перевищити виторг від продажів. Те саме відбудеться, якщо якість продукції буде занадто високою, тому актуальним є завдання визначення оптимальної стратегії контролю якості.

Мета дослідження. Розробити економіко-математичну модель, що дасть змогу оптимізувати роботу підприємств з урахуванням якості продукції, яку вони випускають.

Виклад основного матеріалу. Нехай продукція, яка виробляється підприємством-постачальником *A* (сировина для легкої промисловості, первинна продукція сільського господарства тощо), поставляється підприємству *B* для переробки і виготовлення готових виробів (одягу, взуття, продуктів харчування тощо). Кожне з підприємств зацікавлене в збільшенні своїх прибутків. У зв'язку з цим підприємство *B* контролює якість продукції підприємства *A*, а підприємство *A* не завжди зацікавлене в підвищенні її якості. При зменшенні частоти контролю збільшується безкарність постачальників продукції, які в гонитві за кількісними показниками послаблюють увагу до якості продукції. При збільшенні частоти контролю якість продукції підприємства *B* покращується, але вартість контролю збільшується. Необхідно визначити оптимальну частоту контролю за якістю продукції підприємства *A* підприємством *B*, а також оптимальну стратегію підприємства *A* для збільшення їхніх прибутків.

Введемо умовні позначення:

$C_{Aя}$ і $S_{Aя}$ —ціна і собівартість якісної продукції підприємства *A*;

C_{Ab} і S_{Ab} — ціна і собівартість бракованої продукції підприємства *A*;

$C_{Bб}$ і $C_{Bя}$ —ціни бракованих і якісних виробів підприємства *B*;

S_B — собівартість виготовлення виробів підприємством *B*;

S_K — вартість контролю для підприємства *B*;

$C_{ш}$ — витрати, які впливають на собівартість продукції підприємства *A* у разі виявленого браку.

Рух продукції від підприємства *A* до підприємства *B* графічно зображено на рисунку.

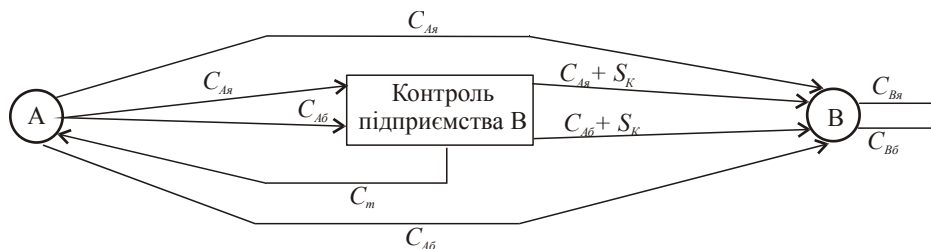


Рис. Рух продукції від підприємства *A* до підприємства *B*

Позначимо через $y_я$ імовірність вироблення якісної продукції підприємством A (стратегія A_1), а через $y_б$ — бракованої (стратегія A_2), при цьому $y_я + y_б = 1$. Через $x_к$ позначимо імовірність контролю продукції підприємством B (стратегія B_1), а через $x_б$ — ймовірність відсутності контролю (стратегія B_2), $x_к + x_б = 1$. Складемо матриці виграшів (прибутків) для підприємств A і B (табл. 1 і 2).

Таблиця 1. Матриця виграшів (прибутків) для підприємства А

$A \setminus B$	$x_к$	$x_б$
$y_я$	$C_{Ая} - S_{Ая}$	$C_{Ая} - S_{Ая}$
$y_б$	$C_{Аб} - S_{Ая} - C_{ш}$	$C_{Ая} - S_{Аб}$

Таблиця 2. Матриця виграшів (прибутків) для підприємства В

$A \setminus B$	$x_к$	$x_б$
$y_я$	$C_{Вя} - S_{Ая} - S_к - S_б$	$C_{Вя} - C_{Ая} - S_б$
$y_б$	$C_{Вб} - C_{Аб} - S_к - S_б$	$C_{Вб} - C_{Аб} - S_б$

Тоді їхні середні прибутки (виграші) будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned}
 S_A &= (C_{Ая} - S_{Ая})y_яx_к + (C_{Ая} - S_{Ая})y_яx_б + \\
 &+ (C_{Аб} - S_{Аб} - C_{ш})y_бx_к + (C_{Ая} - S_{Аб})y_бx_б; \\
 S_B &= (C_{Вя} - C_{Ая} - S_к - S_б)y_яx_к + (C_{Вя} - C_{Ая} - S_б)y_яx_б + \\
 &+ (C_{Вб} - C_{Аб} - S_к - S_б)y_бx_к + (C_{Вб} - C_{Ая} - S_б)y_бx_б.
 \end{aligned}$$

Використовуючи позначення

$$y_я = y, \quad y_б = 1 - y, \quad x_к = x, \quad x_б = 1 - x,$$

отримуємо

$$\begin{aligned}
 S_A &= y(C_{Ая} - S_{Ая}) + (1 - y)[x(C_{Аб} - C_{ш} - C_{Ая}) + C_{Ая} - S_{Аб}]; \\
 S_B &= y(C_{Вя} - C_{Ая} - S_б - S_кx) + (1 - y)[x(C_{Ая} - C_{Аб} - S_к) + C_{Вб} - C_{Ая} - S_б].
 \end{aligned} \tag{1}$$

Ситуація рівноваги в цій задачі характеризується такою оптимальною парою (точкою) (y^*, x^*) : оптимальною частотою (ймовірністю) контролю x^* підприємства A підприємством B і оптимальною частотою (ймовірністю) y^* вироблення якісної продукції підприємством A , при якій стороні B не вигідно змінювати свою стратегію x^* , а стороні A — свою стратегію y^* , оскільки це призведе до зменшення їхніх середніх прибутків (виграшів). Звідси випливають умови рівноваги:

$$\frac{\partial S_A}{\partial y} = C_{Ая} - S_{Ая} - [x(C_{Аб} - C_{ш} - C_{Ая}) + C_{Ая} - S_{Аб}] = 0;$$

$$\frac{\partial S_B}{\partial x} = -yS_к + (1 - x)(C_{Ая} - C_{Аб} - S_к) = 0.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримуємо:

$$\begin{aligned}
 y^* = y_я^* &= \frac{C_{Ая} - C_{Аб} - S_к}{C_{Ая} - C_{Аб}}; \quad y_б^* = 1 - y_я^* = \frac{S_к}{C_{Ая} - C_{Аб}}; \\
 x^* = x_к^* &= \frac{S_{Ая} - S_{Аб}}{C_{Ая} - C_{Аб} + C_{ш}}; \quad x_б^* = 1 - x_к^* = 1 - \frac{S_{Ая} - S_{Аб}}{C_{Ая} - C_{Аб} + C_{ш}}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Звідси випливає, що для будь-якої відмінної від нуля вартості контролю S_K для підприємства B існує оптимальна для підприємства A частка браку, яка дорівнює y^* . Підставляючи оптимальні значення y^* і x^* , обчислені за формулами (2), у співвідношення (1), отримуємо очікувані оптимальні прибутки (виграші) підприємств A і B :

$$\begin{aligned}
 S_A^* &= \frac{C_{Aя} - C_{Aб} - S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} (C_{Aя} - S_{Aя}) + \\
 &+ \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} \left[\frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб} + C_{ш}} (C_{Aб} - C_{ш} - C_{Aя}) + C_{Aя} - S_{Aб} \right]; \\
 S_B^* &= \frac{C_{Aя} - C_{Aб} - S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} \left(C_{Bя} - C_{Aя} - S_B - S_K \frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб} + C_{ш}} \right) + \\
 &+ \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} \left[\frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб} + C_{ш}} (C_{Aя} - C_{Aб} - S_K) + C_{Bб} - C_{Aя} - S_B \right].
 \end{aligned}$$

Після спрощень отримаємо:

$$S_A^* = C_{Aя} - S_{Aя}; \quad S_B^* = C_{Bя} - C_{Aя} - S_B - \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K. \quad (3)$$

Для розв'язку цієї задачі вище було застосовано теорію некооперативних ігор [2, 3], тобто розглядалась ситуація, коли між підприємствами A і B не існує жодних домовленостей (співробітництва) стосовно збільшення власних прибутків — кожне підприємство діє на власний розсуд. При цьому загальний прибуток при їх оптимальних стратегіях дорівнює:

$$S_A^* + S_B^* = C_{Bя} - S_{Aя} - S_B - \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K.$$

Нехай тепер між підприємствами A і B існує домовленість щодо об'єднання своїх зусиль з метою збільшення загального прибутку. Це може відповідати ситуації, коли підприємство B поглинає підприємство A . У цьому випадку підприємства мають спільну мету: збільшення загального прибутку, якій відповідає одна матриця виграшів (прибутків), що дорівнює сумі матриць виграшів окремо для підприємств A і B (табл. 1 і 2):

Таблиця 3. Сума матриць виграшів для підприємств А і В

$A \setminus B$	x_K	$x_б$
$y_я$	$C_{Bя} - S_{Aя} - S_K - S_B$	$C_{Bя} - C_{Aя} - S_B$
$y_б$	$C_{Bб} - S_{Aб} - S_K - S_B - C_{ш}$	$C_{Bб} - S_{Aб} - S_B$

Оскільки елементи другого стовпчика цієї матриці (табл. 3) більші за відповідні елементи першого стовпчика, то при довільних стратегіях підприємства A друга стратегія підприємства B , що характеризується відсутністю контролю над продукцією підприємства A ($x_K = 0$; $x_б = 1$), є оптимальною для збільшення загального прибутку підприємства A і B , середня (очікувана) величина якого в цьому випадку дорівнює:

$$\begin{aligned}
 S_{A+B}^* &= (C_{Bя} - S_{Ая} - S_B) y_я + (C_{Bб} - S_{Аб} - S_B) y_б = \\
 &= (C_{Bя} - S_{Ая} - S_B)(1 - y_б) + (C_{Bб} - S_{Аб} - S_B) y_б.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

У зв'язку з тим, що прибуток від реалізації якісних виробів більший, ніж від бракованих,

$$C_{Bя} - S_{Ая} - S_B > C_{Bб} - S_{Аб} - S_B,$$

і на відміну від першого випадку, коли підприємство *A* працює тільки на власний прибуток і йому вигідно виробляти частку браку $y_б^*$, з метою збільшення загального прибутку S_{A+B}^* воно прагне (зацікавлене) зменшити цю частку. Коли $y_б = 0$, загальний прибуток дорівнює:

$$S_{A+B}^* = C_{Bя} - S_{Ая} - S_B.$$

Підрахуємо, на скільки більший загальний прибуток підприємств *A* і *B*, коли вони працюють разом, від загального прибутку, коли вони працюють окремо, кожне на свій результат:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{AB} &= S_{A+B}^* - (S_A^* + S_B^*) = (C_{Bя} - S_{Ая} - S_B)(1 - y_б) + \\
 &+ (C_{Bб} - S_{Аб} - S_B) y_б - C_{Bя} + S_{Ая} + S_B + \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Ая} - C_{Аб}} S_K.
 \end{aligned}$$

Після спрощень отримаємо:

$$\Delta_{AB} = -(C_{Bя} - C_{Bб} - S_{Ая} + S_{Аб}) y_б + \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Ая} - C_{Аб}} S_K. \tag{5}$$

Оскільки значення виразу, що стоїть в дужках, завжди додатне, різниця Δ_{AB} є лінійною спадаючою функцією відносно $y_б$ (частки бракованої продукції підприємства *A*), тому максимальне значення різниці має вигляд:

$$\Delta_{AB}^{(\max)} = \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Ая} - C_{Аб}} S_K,$$

коли $y_б = 0$.

Нехай підприємство *A*, працюючи разом з підприємством *B*, виробляє ту саму частку браку $y_б^*$, коли воно працює самостійно. Підставляючи $y_б^*$, яке визначається співвідношеннями (2), у вираз (5), отримаємо:

$$\Delta_{AB}^* = -(C_{Bя} - C_{Bб} - S_{Ая} + S_{Аб}) \frac{S_K}{C_{Ая} - C_{Аб}} + \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Ая} - C_{Аб}} S_K.$$

Після спрощень отримаємо:

$$\Delta_{AB}^* = \frac{S_{Ая} - S_{Аб}}{C_{Ая} - C_{Аб}} S_K,$$

яке, очевидно, менше, ніж $\Delta_{AB}^{(\max)}$.

Також, можна розрахувати частку браку підприємства *A*, при якій $\Delta_{AB} = 0$. Із співвідношення (5) отримуємо:

$$y_6^0 = \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{(C_{Aя} - C_{Aб})(C_{Bя} - C_{Bб} - S_{Aя} - S_{Aб})} S_K, \quad (6)$$

тобто якщо підприємство *A* працює разом з підприємством *B* з цією часткою браку, то загальний прибуток підприємств *A* і *B* не збільшується порівняно із загальним прибутком, коли вони працюють окремо, а частка браку підприємства *A* дорівнює y_6^* . Очевидно, що $y_6^0 > y_6^*$.

Висновки

Запропонована економіко-математична модель надає можливість оптимізувати роботу підприємств з урахуванням якості продукції, яку вони випускають.

Література

1. Васильєв В.О. Управління якістю та сертифікація. Інтернет Інженірінг / В.О. Васильєв, В.О. Новіков. — К., 2002. — 416 с.
2. Пономарьов С.В. Управління якістю продукції. Інструменти й методи менеджмента якості / С.В. Пономарьов — К.: Стандарти та якість, 2005. — 152 с.
3. Шиян А.А. Управління розвитком соціально економічних систем. Теорія ігор: Основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. посіб / А.А. Шиян. — Вінниця: ВНТУ, 2010. — 162 с
4. Губко М.В. Теория игр в управлении организационными системами / М.В. Губко, Д.А. Новиков. — М.: ИПУ, 2005. — 138 с.
5. Елисеєва О.К. Моделирование затрат на качество продукции промышленного предприятия // Управление организацией: диагностика, стратегия, эффективность / Материалы XII Международной научно-практической конференции 15—16 апреля 2004 г. — М.: Издательский дом «МЕЛАН», 2002. — 256 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Н.Г. Медведев, В.Н. Романенко

Национальный университет пищевых технологий

В статье рассматривается экономико-математическая модель, которая позволяет оптимизировать стратегию контроля качества. Подчеркнуто, что качество продукции в условиях современного производства — важнейшая составная часть конкурентоспособности предприятия, поэтому ей необходимо уделять постоянное внимание. Система управления качеством объединяет все процессы относительно обеспечения, проектирования и сохранения качества. Сейчас все в большей мере наблюдается переход к применению научных методов, позволяющих усовершенствовать контроль качества продукции.

Ключевые слова: *контроль качества, математическая модель, оптимизация, оптимальная стратегия.*