

УДК 621.798

INTERRELATION BETWEEN ENERGY AND MATERIAL FLOWS IN TRANSPORTATION SYSTEMS

M. Hvasta

National University of Food Technologies

Key words:

Transition processes
Acceleration
Braking
Work
Force of gravity
Inertia
Acceleration

Article history:

Received 03.07.2015
Received in revised form
05.08.2015
Accepted 02.09.2015

Corresponding author:

M. Hvasta
E-mail:
npnuht@ukr.net

ABSTRACT

The relationship between power and dynamic parameters in transportation systems with rigid connections has been investigated. It is shown that the driving force behind the movement does the work, which consists of two components, overcoming gravity and inertia. In this case, the component of work on overcoming gravity determines the level of potential energy, as the component of work on overcoming the forces of inertia for the power indicator is the same as the kinetic energy. The possibility of using symmetric cosine and sine and other laws of symmetric mass movement on vertical areas to offset energy costs in areas overrun has been demonstrated.

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКИ МІЖ ЕНЕРГЕТИЧНИМИ І МАТЕРІАЛЬНИМИ ПОТОКАМИ В СИСТЕМАХ ТРАНСПОРТУВАННЯ ВАНТАЖІВ

М.М. Хваста

Національний університет харчових технологій

У статті досліджено взаємозв'язки між динамічними й енергетичними параметрами в системах транспортування вантажів із жорсткими зв'язками. Показано, що рушійна сила переміщення виконує роботу, яка складається з двох складових, долаючи силу тяжіння і силу інерції. При цьому складова роботи з подолання сили тяжіння визначає рівень потенціальної енергії, а складова роботи з подолання сил інерції за енергетичним показником дорівнює кінетичній енергії. Доведено можливість використання симетричних косинусоїдальних і синусоїдальних та інших симетричних законів переміщення мас на вертикальних ділянках для компенсації енергетичних витрат на ділянках вибігу.

Ключові слова: *перехідні процеси, розгін, гальмування, робота, сила тяжіння, сила інерції, прискорення.*

Постановка проблеми. Зазвичай у процесах переміщення вантажів розрізняють перехідні режими прискореного руху, розгону і гальмування та режими

усталеного руху. При цьому швидкості переміщення можуть змінюватися в усіх названих режимах, що означає зміни рівнів кінематичної енергії тіла або сукупності тіл. Проте зміна швидкості не єдина причина зміни рівня кінетичної енергії, оскільки зміна маси також означає вплив на енергетичний потенціал.

У класичному визначенні кінетична енергія є мірою механічного руху, яка характеризує його здатність перетворюватися в еквівалентну кількість іншого виду руху (теплоту, електрику тощо) [1—3]. Відповідно до теореми Кеніга, для випадків складного руху кінетичну енергію тіла визначають за формулою:

$$T = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_{cm}\omega^2}{2}, \quad (1)$$

де m — маса тіла; V_c — швидкість центра мас тіла; I_{cm} — момент інерції твердого тіла відносно миттєвої осі, що проходить через центр мас тіла; ω — миттєва кутова швидкість тіла.

Пошуки взаємозв'язків між динамічними й енергетичними параметрами визначають важливість проблеми рекуперації кінетичної енергії в механічних системах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. До складу значної кількості технологічних операцій машин-автоматів відносяться переміщення вантажів на вертикальних і горизонтальних ділянках з різними законами [4]. Вибір останніх супроводжується врахуванням пропускної здатності, величин кінематичних параметрів, співвідношень статичних і динамічних навантажень тощо [5]. При цьому інколи вимоги щодо закону руху не збігаються, оскільки з точки зору загальних інтересів мають місце запрограмовані суперечності. Наприклад, пропонується досягти в таких переміщеннях заданої швидкодії з обмеженням динамічних і енергетичних навантажень і разом з тим задаються певні кінцеві параметри [6, 7].

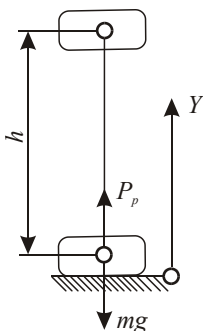


Рис. 1. Розрахункова схема до випадку вертикального переміщення вантажу

Зважаючи на вищевикладене, обрано постановку і виконання задач, пов'язаних з переміщеннями вантажів з урахуванням заданих умов в кількох випадках з визначенням кінематичних і динамічних параметрів та параметрів енергетичного забезпечення. Це відповідає практичним запитам, пов'язаним з синтезом машин.

Метою дослідження є створення математичних формалізацій у системах з жорсткими зв'язками.

Виклад основних результатів дослідження. Розглянемо випадки вертикального переміщення вантажу на піднімання (рис. 1). Вантаж масою m піднімається за рахунок дії рушійної сили P_p . Визначимо співвідношення між динамічними, кінематичними і енергетичними параметрами за переміщення вантажу на ділянці висотою h , вважаючи підвіску вантажу абсолютно жорсткою.

Рівняння руху вантажу визначає співвідношення між силовими параметрами

$$m\ddot{y} = P_p - mg, \quad (2)$$

де \ddot{y} — друга похідна від координати переміщення.

Розв'язання цієї умови дає співвідношення кінематичних параметрів:

$$\ddot{y} = \frac{P_p - mg}{m}; \quad \dot{y} = \frac{P_p - mg}{m}t + C_1; \quad y = \frac{P_p - mg}{m} \cdot \frac{t^2}{2} + C_2. \quad (3)$$

Якщо початковим умовам руху відповідають

$$t_{(n)} = 0; \quad y_{(n)} = 0; \quad \dot{y}_{(n)} = 0, \quad (4)$$

то сталі інтегрування $C_1 = 0$ і $C_2 = 0$.

Остаточно отримаємо:

$$\dot{y} = \frac{P_p - mg}{m}t; \quad y = \frac{P_p - mg}{m} \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (5)$$

На основі одержаних рівнянь здійснимо перехід до визначення енергетичних співвідношень. Кінетична енергія переміщення за $P_p = \text{const}$ визначається залежністю:

$$T_{\text{кин}} = \frac{m\dot{y}^2}{2} = (P_p - mg)^2 \frac{t^2}{2m}. \quad (6)$$

Розгону вантажу відповідає подолання рушійною силою сили інерції і сили тяжіння, а тому

$$P_p = m(g + \ddot{y}). \quad (7)$$

Останнє означає, що рушійна сила P_p на переміщенні y виконує роботу у формі двох складових, долаючи силу тяжіння і силу інерції. Робота з подолання сили тяжіння визначає рівень потенціальної енергії маси m , а подолання сили інерції за енергетичним показником дорівнює її кінетичній енергії:

$$T_{\text{кин}} = m\ddot{y} \cdot y = m \frac{P_p - mg}{m} \cdot \frac{P_p - mg}{m} \cdot \frac{t^2}{2} = (P_p - mg)^2 \frac{t^2}{2m}. \quad (8)$$

Робота рушійної сили проти сил тяжіння визначається за формулою:

$$A_p = mgy = g(P_p - mg) \frac{t^2}{2}. \quad (9)$$

Тоді сумарні енергетичні витрати складуть:

$$E = T_{\text{кин}} + A_p = (P_p - mg)^2 \frac{t^2}{2m} + g(P_p - mg) \frac{t^2}{2}. \quad (10)$$

Звідси видно, що на переміщенні h робота рушійної сили проти сил тяжіння складе величину $A_p = mgh$, а в цілому енергетичні витрати помітно залежать від величини прискорення в русі маси m .

При цьому принципове значення має потужність як миттєва величина, що розвивається рушійною силою:

$$N = P_p \dot{y} = m(g + \ddot{y}) \frac{P_p - mg}{m} t. \quad (11)$$

З формули (11) видно, що потужність з часом лінійно зростає і максимальній величині N відповідає досягнення координатою y величини $y=h$.

Очевидно, що максимальне значення потужності N_{\max} має відповідати аналогічній характеристиці двигуна. За умови, що задається величина часу завершення етапу $t_{(к)}$, для визначення необхідної величини рушійної сили слід скористатися залежністю:

$$P_p = \left(h + g \frac{t_{(к)}^2}{2} \right) \frac{2m}{t_{(к)}} \quad (12)$$

Із загального вигляду формули (12) видно, що залежність P_p від параметрів системи і часу є обернено-пропорційною, однак для уточнення геометричної інтерпретації виконаємо підрахунки за такими даними: $m = 100$ кг; $h = 1$ м; $g = 9,81$ м/с²; $t_{(к)} = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ с

Результати розрахунків представлені на графіку (рис. 2).

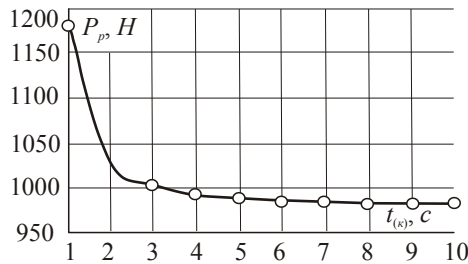


Рис. 2. Залежність величини рушійної сили від кінцевого часу процесу

Разом з цим результати розрахунків дають змогу оцінити енергетичні витрати і значення миттєвих потужностей (табл.).

Таблиця. Розрахунки енергетичних параметрів

$t_{(к)}, c$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_p, H	1181,0	1031,0	1003,2	993,5	989,0	986,5	985,1	984,1	983,5	983,0
$E, Дж$	1181,0	1031,0	1003,2	993,5	989,0	986,5	985,1	984,1	983,5	983,0
$N, Вт$	1184,0	515,5	334,4	248,4	197,8	164,4	140,7	123,0	109,3	98,3

Графічні результати розрахунків представлені на рис. 3 та 4.

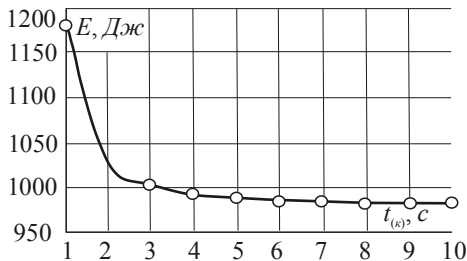


Рис. 3. Залежність енергетичних витрат від кінцевого часу процесу

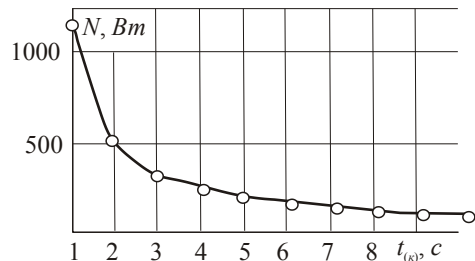


Рис. 4. Залежність миттєвої потужності рушійної сили від кінцевого часу процесу

Розглянутий етап стосується випадку, коли вантаж у кінцеву точку, що відповідає величині h , надходить з максимальною швидкістю:

$$\dot{y}_{\max} = \frac{P_p - mg}{m} t_{(к)} . \quad (13)$$

Після цього на наступному етапі рух може бути організованим зі сталою швидкістю. Це означає, що $\ddot{y}=0$ і тоді теоретично $P_p=mg$, а величина енерговитрат становитиме:

$$A_p = mgy'' , \quad (14)$$

де y'' — координата (величина) переміщення вантажу на другому етапі.

Значення потужності при $\dot{y}'' = const$ становитиме:

$$N'' = mgy'' . \quad (15)$$

Третьому етапу відповідає вибіг вантажу, за якого рушійна сила $P_p = 0$. Тоді отримаємо такі співвідношення:

$$m\ddot{y} = -mg; \quad \ddot{y} = -g . \quad (16)$$

Умові (16) відповідають такі формули:

$$\dot{y} = -gt + C_3; y = -g\frac{t^2}{2} + C_4 . \quad (17)$$

Для визначення сталих інтегрування запишемо початкові умови третього етапу:

$$t_{(n)}''' = 0; \quad y_{(n)}''' = y_{(к)}''; \quad \dot{y}_{(n)}''' = \dot{y}_{(к)}'' . \quad (18)$$

У результаті отримаємо:

$$\dot{y} = \dot{y}_{(к)}'' - gt; \quad y = \dot{y}_{(к)}'' t - g\frac{t^2}{2} . \quad (19)$$

Час завершення третього етапу знайдемо з умови:

$$\dot{y}_{(к)} = 0; \quad t_{(к)}''' = \frac{\dot{y}_{(к)}''}{g} . \quad (20)$$

Тоді величину вибігу маси m на третьому етапі знайдемо за формулою

$$y_{(к)}''' = \dot{y}_{(к)}'' t_{(к)} - g\frac{t_{(к)}^2}{2} . \quad (21)$$

З умови (19) видно, що закон зміни швидкості на третьому етапі відображується лінійною функцією, а переміщенню відповідає параболічна залежність. При цьому за відсутності рушійної сили й оцінюючи швидкість руху маси m величиною до 1 м/с, час завершення вибігу на третьому етапі визначиться часткою секунди. У зв'язку з цим організація режимів вибігу в таких умовах є достатньо складним завданням з технічної точки зору, тому доцільно рекомендувати кінематичне регулювання.

З урахуванням інтересів створення систем обмеженої енергоємності доцільно порівнювати співвідношення між кінетичною і потенціальною енергіями. При цьому змінам кінетичної енергії системи, що розглядається,

відповідають перехідні процеси розгону і вибігу, тоді як потенціальна енергія змінюється на всіх етапах переміщення. Для випадку розгону використовується формула:

$$\frac{T_{\text{кін}}}{A_p} = \frac{m\ddot{y}y}{mgy} = \frac{\ddot{y}}{g}. \quad (22)$$

Таким чином, на ділянках рівноприскореного руху піднімання вантажів співвідношення кінетичної енергії маси m і роботи рушійної сили проти сил тяжіння визначається як відношення прискорень \ddot{y} та g . Очевидно, співвідношення виду (22) певним чином корелюється із заданим законом руху.

Розглянемо випадок, коли прискорення \ddot{y} змінюється за лінійним законом

$$\ddot{y} = kt, \quad (23)$$

де k — швидкість зміни прискорення, м/с^3 .

Тоді рівняння руху на етапі розгону маси записується у формі:

$$m(kt) = P_p(t) - mg. \quad (24)$$

Рівняння (24) записано на основі феноменологічних міркувань. Оскільки сила опору (сила тяжіння) залишається величиною сталою, то це означає, що рушійна сила повинна відображатися також функцією часу t . Тоді за заданого закону (23) отримаємо:

$$P_p(t) = m((kt) + g). \quad (25)$$

Інтегруванням умови (23) визначаємо такі залежності:

$$\dot{y} = k\frac{t^2}{2}; \quad y = k\frac{t^3}{6}. \quad (26)$$

Кінетичну енергію системи визначимо за таким виразом:

$$T_{\text{кін}} = m(kt)y = m(kt)k\frac{t^3}{6}, \quad (27)$$

а роботу проти сил тяжіння за виразом:

$$A_p = mgy = mgk\frac{t^3}{6}. \quad (28)$$

Тоді розшукуване співвідношення матиме такий вигляд:

$$\frac{T_{\text{кін}}}{A_p} = \frac{m(kt)kt^3}{mgkt^3} = \frac{kt}{g}. \quad (29)$$

Висновки

1. На вертикальних ділянках переміщення вантажів робота сил рушійних пов'язана з подоланням сил тяжіння і сил інерції. Частка роботи рушійної сили, пов'язана з подоланням сили інерції, еквівалентна кінетичній енергії рухомої маси.

2. У випадках прискореного руху вантажів на вертикальних ділянках співвідношення між кінетичною енергією рухомої маси і роботою рушійної сили проти сил тяжіння визначається співвідношенням прискорення заданого закону до прискорення вільного падіння.

3. У зв'язку з обмеженим часом вибігу вантажів на вертикальних ділянках переміщення і необхідністю використання накопиченої кінетичної енергії на користь процесу доцільно рекомендувати кінематичне регулювання останнього.

4. За випадків використання симетричних синусоїдальних і косинусоїдальних законів та інших симетричних законів переміщення мас на вертикальних ділянках у жорстких системах енергетичні витрати, пов'язані з подоланням сил інерції, компенсуються на ділянках вибігу. Досягнення такого результату можливе завдяки кінематичним зв'язкам за рахунок керованої величини рушійної сили.

Література

1. *Бондаренко А.А.* Теоретична механіка: підручник у 2 ч. — Ч. 2: Динаміка / А.А. Бондаренко, О.О. Дубінін, О.М. Переяславцев. — К.: Знання, 2004. — 590 с.
2. *Соколенко А.І.* Моделювання процесів пакування / А.І. Соколенко, В.Л. Яровий, В.А. Піддубний та ін. — Вінниця: Нова книга, 2004. — 272 с.
3. *Соколенко А.І.* Енергетика піднімання вантажів у пакувальному обладнанні / А.І. Соколенко, М.М. Хваста, І.Ф. Максименко та ін. // Упаковка. — 2010. — № 5. — С. 37—39.
4. *Функціонально-модульне* проектування пакувальних машин: монографія / О.М. Гавва, Л.О. Кривопляс-Володіна, С.В. Токарчук та ін. — К: Видавництво «Сталь», 2015. — 574 с.
5. *Стоцько З.А.* Моделювання технологічних систем: навч. посіб. / З.А. Стоцько. — 2-ге вид., перероб. і доп. — Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. — 188 с.
6. *Гавва О.М.* Алгоритм вибору оптимальної структури фасувально-пакувальної машини для в'язкої харчової продукції / О.М. Гавва, А.П. Безпалько, С.В. Токарчук // Харчова промисловість. — 2014. — № 15. — С. 128—135.
7. *Якимчук М.В.* Дослідження механотронного модуля лінійного переміщення з пневмоприводом на базі використання пропорційних регуляторів тиску / М.В. Якимчук, С.М. Мироненко // Харчова промисловість. — 2014. — № 15. — С. 121—127.

ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ И МАТЕРИАЛЬНЫМИ ПОТОКАМИ В СИСТЕМАХ ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ГРУЗОВ

М.М. Хваста

Национальный университет пищевых технологий

В статье исследованы взаимосвязи между динамическими и энергетическими параметрами в системах транспортировки грузов с жесткими связями. Показано, что движущая сила перемещения выполняет работу, которая состоит из двух составляющих, преодолевающих силу притяжения и силу инерции. При этом составляющая работы по преодолению силы тяжести определяет уровень потенциальной энергии, а составляющая работы по преодолению сил инерции по энергетическим показателям равна кинетической энергии. Доказана возможность использования симметричных косинусоидального, синусоидального и других симметричных законов перемещения масс на вертикальных участках для компенсации энергетических затрат на участках выбега.

Ключевые слова: *переходные процессы, разгон, торможение, работа, сила тяжести, сила инерции, ускорение.*