УДК 681.518.25

USE OF THE MODELS FOR SLIDING CONTROL MODE UNDER CONDITIONS OF ASSORTMENT PRODUCTION

V. Ivashchuk, A. Ladanyuk
National University of Food Technologies

Key words:
Break parts
State space
Assortment
Control

Article history:
Received 12.01.2016
Received in revised form 04.02.2016
Accepted 22.02.2016

Corresponding author:
V. Ivashchuk
E-mail:
ivaschuk@nuft.edu.ua

ABSTRACT

The article describes the techniques for creation of an algorithm for a control system. The general problem of using the practical control systems for expanding a product assortment has been defined. The analysis of the process of creating a sliding control for a system, which was described at space states, had been done. The estimation of algorithms, that were applied to the objects having a big time constant or time delay of control channel, has been made. The method of constructing a model for robust control has been represented. The possibility of practical application of the model for production assortment control has been specified.

ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ КОВЗНОГО РЕЖИМУ КЕРУВАННЯ В УМОВАХ АСОРТИМЕНТНОГО ВИРОБНИЦТВА

В.В. Іващук, А.П. Ладанюк
Національний університет харчових технологій

У статті розроблено методику побудови алгоритму керування. Визначено загальні проблеми застосування практичних систем управління в умовах розширення виробничого асортименту. Проаналізовано будову ковзного керування для системи, що описується у просторі станів, і виконано оцінку будови алгоритмів, що застосовуються до об'єктів, які мають велику сталу часу або час запізнення каналу керування. Представлено методику побудови моделі для реалізації робастного керування. Модель буде використано для здійснення технічних завдань по відділенням виробництва в умовах зміни асортименту продукції. Вказано на можливість практичного застосування моделі для керування виробничим асортиментом.

Ключові слова: *розривна частина, простір станів, асортимент, керування.*

Постановка проблеми. Реальні функції виробничих процесів, що за своєю природою будуються на основі масо- і теплообмінних явищ, є інерційними та характеризуються значними сталими часу й транспортними запізненнями сигналу. Таким чином, застосування глибоких зворотних зв'язків, за вихідним станом координат об'єкта, призводить до втрати адекватності керування змінними об'єкта, збільшення коливальності процесу регулювання та зростання динамічної похибки. Отже, необхідною умовою розв'язання проблеми є використання алгоритмів керування з прогнозуючими моделями в контурі керування.

Моделювання як процес представлення має забезпечувати цілі, для яких воно здійснюється. Зв'язування параметрів у моделі відбувається шляхом апроксимації функціональних залежностей, де порядок представлення та розмах можливих варіювань аргументів залежить від характеру базового функціоналу. Впорядкованість базового функціоналу для представлення моделі оцінюється величиною та розмахом значень його параметрів.

Актуальною проблемою моделювання процесів багатоасортиментного виробництва є використання функції з компактним носієм, що здатна представляти зміну функціональної залежності між координатами стану в об'єкті. На разі увагу в середовищі технологічних процесів привертають носії, що змінюють свою гладкість у представленні похідних функцій. Під компактним перетворенням слід розуміти можливість функціоналу здійснювати незалежне представлення дій групи аргументів на вибрану цільову величину. Для інших координат предметного дослідження представлення має бути лінійно незалежним або його характеристика має бути нормованою з урахуванням дій інших аргументів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В останні 30 років теорія систем набула розвитку для методичного представлення. Доволі поширене використання засобів представлення складних функціональних залежностей у вигляді функціонала Вінера [1] та Гаммерштейна [2]. Різниця між ними полягає у способі внесення нелінійної складової поряд із використанням представлення динамічної поведінки. При варіюванні поведінки згаданих функціоналів, навіть за незначних змін, доводиться здійснювати перерахунок усіх параметрів моделі для збереження норми впливу показника вхідних координат на цільову характеристику продукту.

Необхідність у компактному носії спричинена задачами розробки багатомірних описів, що вимагає спрощень і пониження порядків, складних для представлення функцій процесів. Так, для представлення параметрично зв'язаних процесів динамічної системи застосовується метод простору станів. Методика моделювання у просторі станів дозволяє вирішувати проблеми з теорії інтерполяції, теорії згортки рівняння, обернені задачі для канонічної форми диференціальних рівнянь і їх дискретних аналогів [3].

Для того, щоб уникнути часових запізнень у лінійних динамічних системах, застосовуються розв'язки диференційних рівнянь із запізнювальним аргументом. З позицій представлення процесів системи керування диференціальні рівняння із запізнювальним аргументом можна розглядати як функціонально-диференціальні рівняння. Однак слід зазначити, що при дослідженні стійкості функціонально-диференціальних рівнянь методом функціоналів Ляпунова виникають проблеми, пов'язані з обчисленням похідних функціоналів уздовж розв'язків. Останній недолік позбавляє теорію функціонально-диференційних рівнянь конструктивності, оскільки вимагає попереднього аналізу самого розв'язку. При проектуванні практичних систем ця умова так чи інакше допускається. Численні приклади показують, що часто похідна функціоналу вздовж рішення розділяється на дві частини, одна з яких інваріантна щодо продовження рішення в наступні моменти часу, а інша може бути виражена через праву частину рівняння. Ця властивість функціоналів була формалізована в праці А.В. Кіма [4], де були введені поняття інваріантної похідної та інваріантної диференційованості, розроблено відповідний апарат для дослідження функціонально-диференціальних рівнянь на стійкість. Загальновизнаними, за даним напрямком, є способи дослідження рівнянь з розривною правою частиною, засновані на теорії диференційних включень. Слід зазначити, що багато завдань теорії автоматичного регулювання призводять до систем з розривними зворотними зв'язками, де основні режими функціонування таких систем являють собою рух по перетину поверхонь розриву правих частин опису цих систем. Представлені рухи отримали назву ковзних режимів. Практичного розвитку системи набули стосовно лінійних динамічних систем, де актуальними питаннями залишаються пошук ефективної поверхні перемикання та проблема утворення «блукання» за керуванням [5].

Якщо дотримуватися функціональної концепції Красовського, то при описі «змінних режимів» функціонально-диференціальних рівнянь з розривною правою частиною виникають ті ж труднощі, що і в теорії стійкості із застосуванням функціоналів Ляпунова, пов'язані з обчисленням похідних функціоналів уздовж рішень [6].

Метою статті є поширення результатів гладкого аналізу [4], який базується на понятті інваріантної диференційованості, на клас функціонально диферентціальних рівнянь з кусково-безперервними правими частинами. Це дозволить розглядати «ковзні режими» при відповідному описі множин розривів правих частин систем у функціональному просторі та реалізувати режим на моделях, що представленні в просторі станів. Застосована методика дозволить розв'язати проблему «блукання» та втрати якості при зміні режиму керування.

Виклад основного матеріалу дослідження. Ключова ідея методології проектування для ковзного режиму полягає у керуванні системою пониженого порядку, що визначається рівняннями, які описують поверхні розриву. Перший етап проектування передбачає вибір поверхонь розриву, де ковзний рух буде проявляти бажані властивості та забезпечувати точність реалізації керування. На даному етапі можуть бути застосовані методи традиційної теорії управлінья, такі як стабілізація, розміщення власного значення та динамічної оптимізмції. Другий етап полягає в знаходженні функціоналів для здійснення переривчастого керування, щоб забезпечувати дотримання режиму ковзання при перетині поверхонь, обраних на першому етапі. Ще одна проблема при зменшенні порядку полягає в тому, що його розмірність задачі дорівнює кількості поверхонь розриву, що обґрунтовує розмірність алгоритму керування.

Розбиття загальної руху в два рухи меншої розмірності, де перший рух передує режиму ковзання у скінченному інтервалі часу, а другий — режиму з необхідними властивостями ковзання, може спростити процедуру проекттування. Крім того, що ковзний режим може бути нечутливим до «викидів» при оцінці значення контрольованих технологічних змінних і невимірюваних збурень, що підкреслює властивість інваріантності стосовно інших процесів у системі.

Модель спостереження вихідної координати об'єкта можна представити у вигляді нерівності Коші:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}, \tag{1}$$

де $x \in R, \dim R = n$ — вектор стану; матриця системи $A \in R, \dim A = [n \times n]$; $B \in R, \dim B = [n \times m]$ — матриця коефіцієнтів підсилення; вектор багатокоординатного керування $u \in R, \dim u = n$, $C \in R, \dim C = [m \times m]$. Для підвищення стабільності й точності керування процесом необхідно розділяти вхідні дії, які спричинені каналом керування, та розподіл неконтрольованих збурень вихідної координати стану. При цьому матриця В представлена як

$$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

де $B_1 \in R, \dim B_1 = [(m-l) \times m]$ та $B_2 \in R, \dim B_2 = [m \times m]$ за умови, що $\det B_1 \neq 0, \det B_2 \neq 0$, l — розмірність елементів, які представляють частину реалізації керування. Розмірність відповідає за сходження через технологічно ефективні параметри впливу на цільові координати процесу та обирається за таким правилом:

$$l : \dim B \xrightarrow[\|x(x_{zad})\| \geq \Delta]{} m\,. \tag{3}$$

Стандартна конструкція ковзного керування, що підтримує режим, складається з двох етапів. Перший етап передбачає відповідний менший порядок в елементах ковзання, а розмірність задачі відповідає вектору керування. Обмеження варіацій, за обраними координатами керування, визначаються заздалегідь. На другому етапі відповідний закон розподіляє керування вздовж траєкторії динаміки в окресленому просторі за час, що задовольняє задачі, та зберігає подальший рух на ньому. Зниження порядку і нечутливість до похибок у ковзному режимі є двома основними перевагами такого підходу.

Модель спостереження входів може бути представлена таким чином:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2; \\ \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2, \end{cases} \tag{4}$$

або у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot x\,. \tag{5}$$

Слід зауважити, що представлення у вигляді системи простору станів не є унікальним описом вхід-вихідної поведінки лінійної системи, а здійснює представлення фактично кусково-лінійними елементами. По-перше, дуже зручно для обчислень, оскільки локалізовані навіть емпіричні налаштування. По-друге, навіть при мінімальній реалізації (реалізація з найменшим числом станів і, отже, з неспостережними або неконтрольованими режимами) кількість варіацій є скінченною.

Імпульсний відгук матриці управління визначається так:

$$g(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ Ce^{At}B_1B_2, & t \geq 0. \end{cases}. \tag{6}$$

З урахуванням матриці спостережності *I*, яка використовується для оцінки зміщення та містить оцінку приросту помилки управління й приріст контролю

$$I = \mathrm{diag}\Big(\sum_{i=1}^{Ny_2}\left[\hat{y}(k+i) - y_{zad}(k+i)\right]^2 + \lambda\sum_{i=1}^{N_{u1}}\left[\Delta u(k+i-1)\right]^2\Big), \tag{7}$$

де λ — коефіцієнт підсилення $\lambda_i = K^u{}_i / K^y{}_i$, що формує матрицю підсилення відповідного каналу; $y(t) = g(t) * u(t)$, де * — згортка функцій.

Модель керованого об'єкта із спостерігачем набуває такого вигляду:

$$\begin{cases} \dot{x} = (I - A)^{-1} B_1 B_2 u; \\ y = (C(I - A)^{-1} B_1 B_2)u, \end{cases} \tag{8}$$

а G — матриця передавальної функції

$$G = C(I - A)^{-1} B_1 B_2 \tag{9}$$

або

$$G = \frac{1}{\det(I - A)}\left[C(I - A)B_1 B_2\right]. \tag{10}$$

Слід зауважити, що будь-яка система записана у вигляді простору станів може утворювати передавальну функцію, але зворотна операція є некоректною. Наприклад, час затримки і розузгодження системи можуть бути представлені перетвореннями Лапласа у просторі станів і матимуть інше відображення. З іншого боку, запис моделі в просторі станів дає внутрішній опис системи, яка може бути корисна для випадку, якщо модель отримана від механістичного уявлення про процеси, що більш прийнятно для чисельних розрахунків. Проблемою динамічної системи й втрати адекватності моделі керування є створення таких умов, коли система виходить на межу стійкості та створює коливання, що не затухають, або ж реалізація надто «сильного» керування, що призводить до динамічної похибки, яка порушує технологічний регламент. Так, необхідною вимогою застосування ковзного алгоритму керування є сходження процесу керування за визначений час в окіл цільової координати з точністю

$$\left\| x(x_{zad}) \right\| < \Delta. \tag{11}$$

Для забезпечення даного керування реалізується перемикання в області поверхні, що визначається таким чином:

$$l \div B_2 u = B_1 u + \Delta \| A \|. \tag{12}$$

Управління для ковзного режиму обирається як

$$\Delta u = -k \cdot \mathrm{sign}(S(x)), \tag{13}$$

де k — обирається як амплітуда збурювального впливу.

Режим називається некерованим, якщо жоден із входів не може порушувати цей режим. Маємо, що *i*-й режим некерований, якщо і тільки якщо *i*-й вхідний полюс вектора дорівнює нулю, в іншому випадку режим керований. Нелінійна система вважається керованою, якщо всі її режими керовані. Тобто за дотримання умови, що всі її вхідні полюсні вектори відмінні від нуля.

Існування помилки відхилення ковзного режиму в системі вимагає забезпечити остаточну обмеженість або асимптотичну стійкість системи. Однак може існувати область, з якою траєкторія помилки стану сходиться до поверхні ковзання за кінцевий час і після цього залишається на цій поверхні в початку координат. У цьому випадку проблема уникнення нестійкого режиму для ковзної системи не може бути повністю вирішеною, але коли відбувається ковзання, траєкторія рухається в околі поверхні ковзання навколо цільових координат.

Асимптотичну стійкість побудованої системи перевіряють через оцінку поведінки вихідної координати (координат) за такої умови:

$$y \cdot \frac{dy}{dt} < 0. \tag{14}$$

Проблема «блукання» частково вирішується з використанням ковзної функції у вигляді ланки насичення чи тангенціальної ланнки, замість типового релейного елемента sign(-). Однак слід звернути увагу на підсилення k даної ланки для забезпечення необхідного керування в зворотному відгуку. При моделюванні ковзного режиму керування для збільшення стійкості системи необхідно розраховувати параметри перемикання з урахуванням дії некерованих збурень і запасу стійкості.

Для матричного представлення системи зручно досліджувати стійкість за перевіркою умови Рауса-Гурвіца до коренів характеристичного рівняння, що описує ковзний режим керування та власних значень простору станів (просторове представлення можна отримати у вигляді характеристичного рівняння). У результаті отримаємо керування у такому вигляді:

$$k_{B2} = \left[A_{22} + CA_{12}\right]\left[C \quad (I - CB_1)B_2^{-1}\right]^T; \tag{15}$$

$$k_{B1} = \left[A_{21} - A_{22}C + CA_{11} - CA_{12}C\right]\left[I \quad -B_1B_2\right]^T; \tag{16}$$

$$u = -\mathrm{diag}(k_{B1} + k_{B2})_m \,\mathrm{sign}\left[S(\gamma)\right]; \tag{17}$$

$$S(\gamma) = (C \quad I)\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}; \tag{18}$$

$$\mathrm{sign}(\gamma) = \begin{cases} -1, \gamma < +\dfrac{\delta}{2}; \\ 1, \gamma > -\dfrac{\delta}{2}. \end{cases} \tag{19}$$

Якщо розглядати змінну x_2 як фіктивне управління станом x_1 для пониження порядку системи, то проблема пошуку матриці С така, що умова $A_{11} - A_{12}C$ задовольняє критерій Гурвіца і зводиться до розрахунку стабілізуючого лінійного зворотного зв'язку $x_2 = -Cx_1$ для $\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2$. Останнє може бути легко отримане через розв'язок лінійних матричних нерівностей.

Цілі управління при ковзному керуванні досягаються шляхом обмеження динаміки системи на правильно обраній поверхні за допомогою розривних законів управління. Ця методика забезпечує високу точність і надійність для широкого спектра порушень і невизначеностей.

Проблема створення контролерів ковзного режиму вищих порядків вимагає знання інформації про похідні $n - 1$ порядків. Винятком є використання алгоритмів скручування та суперскручування або субоптимального алгоритму.

Висновки

Представлені дослідження можуть слугувати доповненням існуючої теоретичної бази для вирішення прикладних задач у теорії автоматичного регулювання, які можуть отримати розв'язки у вигляді систем функціонально-диференціальних рівнянь з розривною правою частиною при належній ідеалізації реальних процесів. Так, наприклад, у математичних моделях каналів якісної оцінки pH або вмісту газу шляхом оцінки накопичення електростатичних потенціалів у потоці середовища важливо враховувати запізнювання в механізмі зворотного зв'язку, але ці зворотні зв'язки часто моделюються розривними (релейного типу) функціями. Такі поєднання раніше практично не вивчалися.

Література

1. *Syms R.* Dynamic competition model of regime change / Richard Syms, Laszlo Solymar // Journal of the Operational Research Society: EEE Operational Research SocietyLtd. — 2015. — Vol. 66. — P. 1939—1947.

2. *Dynamic* extended Hammerstein model of RF power amplifiers for digital predistortion / Yingjie Xu Jingqi Wang, Xiaowei Zhu, Jianfeng Zhai // Microwave Integrated Circuits Conference (EuMIC), Manchester, UK, 2011. — P. 276—279.

3. *Девятов М.А.* Автоматический синтез систем автоматического управления на основе фазовых пространств / М.А. Девятов // Информационные, измерительные и управляющие системы и устройства: тем. сб. научн. тр. — Челябинск: Изд-во ЮурГУ, 2003. — С. 50—52.

4. *Ким А.В.* i-гладкий анализ. Основные понятия и конструкции. Обобщенные и инвариантные производные функций и функционалов / А.В. Ким. — Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2011. — 78 с.

5. *Duanfeng Ch.* Smooth Sliding Mode Control for Vehicle Rollover Prevention Using Active Antiroll Suspension / Chu Duanfeng, Lu Xiao-Yun, Wu Chaozhong, Hu Zhaozheng, Zhong Ming // Mathematical Problems in Engineering: Hindawi Publishing Corporation. — 2015. — Volume 2015 — P. 1—8. — access: downloads.hindawi.com.

6. *Jakovljevi B.* On the sliding-mode control of fractional-order nonlinear uncertain dynamics / B. Jakovljevi, A. Pisano, M.R. Rapai, E. Usai // Int. J. Robust Nonlinear Control: John Wiley & Sons, Ltd. — 2015. — P. 1—17. — access: http://www.diee.unica.it.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ АССОРТИМЕНТНОГО ПРОИЗВОДСТВА

В.В. Иващук, А.П. Ладанюк
Национальный университет пищевых технологий

В статье приведена методика построения алгоритма управления. Определены общие проблемы применения практических систем управления и проблемы их *эксплуатации в условиях расширения производственного ассортимента. Выполнен анализ строения систем скользящего управления для системы, которая описывается в пространстве состояний. Дана оценка существующим алгоритмам, применяемым к объектам, которые имеют большую постоянную времени или время запаздывания канала управления. Представлена методика построения модели для реализации робастного управления. Модель может быть использована для решения технических задач по отделениям производства в условиях изменения ассортимента продукции. Указано на возможность практического применения модели для управления производственным ассортиментом.*

***Ключевые слова**: разрывная часть, пространство состояний, ассортимент, управление.*