

УДК 681.5.015

EVALUATION OF LINEAR MODEL PARAMETERS BY INACCURATE INPUT AND OUTPUT SIGNALS

G. Kryvoboka

National University of Food Technologies

Key words:

*Identification
Least squares method
Integrated method of
least squares
Weight function
White noise*

Article history:

Received 07.09.2016
Received in revised form
23.09.2016
Accepted 10.10.2016

Corresponding author:

G. Kryvoboka
E-mail:
npnuht@ukr.net

ABSTRACT

This article presents the results of evaluating linear model parameters by inaccurate input and output signals. The evaluation of the parameters is performed using an integrated method of least squares, which smoothes the external influences of the studied model towards the evaluation. The modeling of parameter estimation by the integrated least squares method was conducted using uniquely designed software developed by ILLS algorithm. The analysis of parameter estimation accuracy was conducted depending on the choice of weight function coefficients. The parameters were compared with those of classical method of least squares.

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ЗА НЕТОЧНИМИ ВХІДНИМИ І ВИХІДНИМИ СИГНАЛАМИ

Г.І. Кривобока

Національний університет харчових технологій

У статті отримано результати оцінювання параметрів лінійної моделі за неточними вхідними і вихідними сигналами. Оцінювання параметрів проводиться за допомогою інтегрованого методу найменших квадратів, що забезпечує згладжування зовнішніх впливів досліджуваної моделі на результати. Моделювання оцінки параметрів інтегрованим методом найменших квадратів виконано за допомогою авторського програмного забезпечення, розробленого згідно з алгоритмом ІМНК. Проведено аналіз залежності точності оцінок параметрів від вибору коефіцієнтів вагової функції та здійснено порівняння оцінок параметрів з класичним методом найменших квадратів.

Ключові слова: ідентифікація, метод найменших квадратів, інтегрований метод найменших квадратів, вагова функція, білий шум.

Постановка проблеми. Характерною особливістю технологічних процесів (ТП) є наявність різного роду невизначеностей: велика кількість і

складність зв'язків між змінними стану; високий рівень похибок поряд з неможливістю вимірювання ряду параметрів; необхідність прийняття рішення з управління промисловими агрегатами й установками при значних перешкодах і неповній інформації про стан об'єктів [3; 4].

У таких умовах найчастіше неприйнятний традиційний детермінований підхід до побудови та ідентифікації математичних моделей. З одного боку, це обумовлено високою похибкою вимірювання та неповнотою інформації, а з іншого — великою трудомісткістю побудови математичного опису і використання його для отримання практичних результатів з розумними економічними витратами. Надмірними стають витрати машинного часу на пошук оптимальних режимів за детермінованими математичними моделями, що істотно знижує оперативність прийняття рішення.

Об'єктом дослідження є задача ідентифікації на зашумлених вибірках вхідних і вихідних сигналів. У ході досліджень встановлено, що метод найменших квадратів (МНК) дає зміщені результати, що погіршують задачі керування, оптимізації та прогнозування. Зважаючи на неточність отримання результатів ідентифікації моделі методом МНК, **метою дослідження** є підвищення точності оцінки параметрів моделі інтегрованим методом найменших квадратів (ІМНК).

Виклад основних результатів дослідження. Згідно з методом ІМНК, параметри β регресійної моделі:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n \quad (1)$$

є розв'язком системи нормальних рівнянь:

$$A \cdot \beta = B, \quad (2)$$

де A — матриця $n \times n$ з елементами a_{ij} ; B — матриця-стовпчик $n \times 1$ з елементами b_j .

Елементи відповідних матриць A та B визначаються за формулами:

$$a_{ij} = \sum_{l=-m}^m \eta(l) \sum_{k=m}^{N_1} [x_i(k+l)x_j(k) + x_j(k+l)x_i(k)]; \quad (3)$$

$$b_j = \sum_{l=-m}^m \eta(l) \sum_{k=m}^{N_1} [y(k+l)x_j(k) + y(k)x_j(k+l)], \quad (4)$$

де X — матриця вхідних сигналів; Y — матриця вихідних сигналів; $\eta(l)$ — вагова функція.

Вагова функція методу ІМНК має вигляд:

$$\eta(m) = (1 + |m|)^\theta \left(1 - \frac{2\pi|m|}{m_{kp.}} \right), \quad (5)$$

де $\theta \in (\pm\infty)$; $\gamma \in (0; \infty)$; $m_{kp.}$ — максимальне значення зсуву на множині спостережень N .

Для дослідження та демонстрації методу ІМНК згенеруємо множину вхідних і вихідних значень функції:

$$y(t) = \beta_1 x_1(t) + \beta_2 x_2(t) + e_y, \quad (6)$$

де

$$\beta_1 = \beta_2 = 1; t = k \cdot \Delta t \left(k = \overline{1, N} \right); \Delta t = \frac{T}{1000};$$

$$x_1(t) = \sin \omega t + e_{x_1}; x_2(t) = \sin(\omega t + \phi) + e_{x_1};$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \phi \approx 30^\circ; e_{x_1}, e_{x_2}, e_y \text{ — шум.}$$

На вхідні та вихідні сигнали як експеримент накладемо білий шум, прикладом якого є випадкові числа з діапазону $[-1; 1]$ з рівномірним розподілом. Значення функції (6) та впливи на сигнали представлено в табл. 1.

Таблиця 1. Значення вхідних і вихідних значень функції [6]

№	e_{x_1}	e_{x_2}	e_y	$x_1 + e_{x_1}$	$x_2 + e_{x_2}$	$y + e_y$
1	0,03523	0,43416	0,88429	0,04136	0,93946	1,39572
2	0,91505	-0,32732	-0,26083	0,92727	0,18323	0,26194
3	-0,19748	0,10229	-0,95200	-0,1792	0,61807	-0,4179
4	0,26788	0,39887	0,88018	0,29229	0,91986	1,42557
5	0,62405	0,65983	0,01143	0,65454	1,18601	0,5681
6	-0,75662	-0,62205	-0,86077	-0,72	-0,0907	-0,2928
7	-0,73792	-0,12008	-0,09057	-0,6952	0,41641	0,4886
8	0,15370	0,21820	-0,52428	0,20246	0,75983	0,06611
9	0,35053	-0,90514	-0,50758	0,40537	-0,3584	0,094
10	-0,98164	-0,17513	-0,77603	-0,9207	0,3767	-0,1633
11	-0,62091	0,04270	0,87876	-0,5539	0,59961	1,50267
...
991	0,79511	-0,75669	-0,05716	0,55194	-0,4823	-0,0259
992	0,48254	0,97649	-0,82096	0,24529	1,25674	-0,778
993	-0,79569	0,30183	0,85004	-1,027	0,58793	0,9048
994	0,96817	-0,38296	0,68096	0,74277	-0,091	0,74749
995	0,49488	0,02347	0,53962	0,27542	0,32123	0,61792
996	0,48263	0,79136	-0,52786	0,26912	1,09493	-0,4378
997	0,13110	0,37606	-0,73095	-0,0765	0,68543	-0,6291
998	0,22330	-0,87892	0,10663	0,02171	-0,5638	0,22019
999	-0,45633	-0,31366	-0,13423	-0,6519	0,00727	-0,0089
1000	0,71854	0,44905	-0,41454	0,5289	0,77575	-0,2775

Застосуємо для вибірки (табл. 1) методи ІМНК і МНК для порівняння оцінок параметрів.

Оцінювання параметрів методом ІМНК проводилася за допомогою авторського програмного забезпечення, розробленого за алгоритмом ІМНК. Результати виконання представлено на рис. 1.

m=88	TODO supply a title.html:286
Beta:	TODO supply a title.html:133
0.9944277913963635	TODO supply a title.html:135
1.0037885889910712	TODO supply a title.html:135
..	TODO supply a title.html:139
0.932709185843093	TODO supply a title.html:141
0.9318906372461293	TODO supply a title.html:141
у середнє=-0.017886094083255706	TODO supply a title.html:476
чисельник=1168.295375264418	TODO supply a title.html:482
Знаменник=1.0188124156639358	TODO supply a title.html:502

Рис. 1. Результат оцінювання параметрів β методом ІМНК

Було обрано такі коефіцієнти вагової функції: $\theta = -1, \gamma = 0,1$. На рис. 2 зображено графік вагової функції $\eta(t; \theta; \gamma)$.

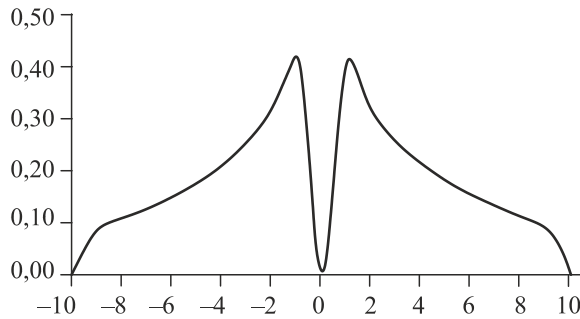


Рис. 2. Графік вагової функції $\eta(t; -1; 0,1)$

У результаті проведених обчислень отримано такі оцінки параметрів за методом ІМНК:

$$\hat{\beta}_1 = 0,994; \hat{\beta}_2 = 1,003.$$

За оцінками параметрів моделі методом ІМНК отримано модель:

$$\hat{y}(t) = 0,994 \cdot x_1(t) + 1,003 \cdot x_2(t).$$

Для застосування методу МНК використаємо додаток Analysis Tools Park середовища MS Excel (рис. 3).

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,797200559					
R-квадрат	0,635528731					
Нормированный R-ква	0,634797595					
Стандартная ошибка	0,924220074					
Наблюдения	1000					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	ачимость F	
Регрессия	2	1484,970554	742,485277	869,2346942	3,1E-219	
Остаток	997	851,6201966	0,854182745			
Итого	999	2336,590751				
	Коэффициенты	стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	ижние 95%рхние	
У-пересечение	-0,026322381	0,02923289	-0,900437174	0,368105088	-0,08369	0,0310
Переменная X 1	0,756640018	0,038165377	19,82529945	5,31767E-74	0,681746	0,8315
Переменная X 2	0,744426096	0,037049398	20,09279886	1,16108E-75	0,671722	0,817

Рис. 3. Результат оцінювання параметрів β методом МНК

У результаті застосування методу МНК у середовищі MS Excel отримано такі оцінки моделі:

$$\hat{\beta}_0 = -0,0263; \hat{\beta}_1 = 0,7566; \hat{\beta}_2 = 0,7444.$$

Згідно з розрахунками, на основі методу МНК отримано модель:

$$\hat{y}(t) = -0,02 + 0,75 \cdot x_1(t) + 0,74 \cdot x_2(t).$$

З графіків на рис. 4 видно, що спроектована модель $y_{\text{ІМНК}}$ методом ІМНК більше наближена до y , ніж $y_{\text{МНК}}$.

Проведені дослідження і порівняння результатів оцінки параметрів β за допомогою методів ІМНК та МНК дозволяють зробити висновок, що оцінка параметрів за методом МНК суттєво зміщена від точних результатів.

У табл. 2 наведено результати оцінки параметрів моделі за методом ІМНК залежно від вибору коефіцієнтів вагової функції для вибірки табл. 1. Відомо, що коефіцієнт γ впливає на ширину імпульсу $\eta(m)$, а θ — на асиметрію відносно максимуму.

Таблиця 2. Порівняння оцінок параметрів моделі з урахуванням зміни асиметрії вагової функції відносно максимуму

№	θ	γ	β_1	β_2
1	-2	0,1	1,081	0,930
2	-1,5	0,1	1,036	0,968
3	-1	0,1	0,994	1,003
4	-0,5	0,1	0,964	1,028
5	-0,2	0,1	0,953	1,037
6	-0,1	0,1	0,950	1,040
7	0	0,1	0,947	1,042
8	0,1	0,1	0,945	1,044
9	0,2	0,1	0,942	1,046
10	0,5	0,1	0,936	1,051
11	1	0,1	0,927	1,059
12	1,5	0,1	0,920	1,066
13	2	0,1	0,913	1,073

Порівняльний аналіз значень оцінок параметрів показує, що залежно від зміни коефіцієнта θ оцінки $\hat{\beta}$ змінюються в міру віддалення області вагової функції відносно точки симетрії, тобто залежать від θ .

Висновки

Проведений аналіз оцінок параметрів $\hat{\beta}$ моделі, заданої неточними вхідними і вихідними сигналами об'єкта, методами ІМНК та МНК показав, що метод ІМНК забезпечує більшу точність оцінок параметрів.

Перспективним є використання методу ІМНК і оптимального регулювання вибору коефіцієнтів вагової функції залежно від типу шуму, що діє на сигнали, або від показника якості вирішення головної задачі, для якої задача ідентифікації є допоміжною [5].

Література

1. Самсонов В.В. Нариси з теорії ідентифікації: Монографія / В.В. Самсонов, А.М. Сільвестров. — Київ: НУХТ, 2012. — 222 с.
2. Синеглазов В.М. Теорія ідентифікації: підручник / В.М. Синеглазов, А.М. Сільвестров. — Київ: НАУ, 2015. — 452 с.
3. Демьянов В.Ф. Математические модели систем управления / В.Ф. Демьянов, В.В. Карелин, Л.Н. Полякова. — Санкт-Петербург: Изд-во СПбГУ, 2001. — 80 с.
4. Parrilo P.A. and Ljung L. Initialization of physical parameter estimates. In P. van der Hof, B. Wahlberg, and S. Weiland, editors, Proc. 13th IFAC Symposium on System Identification. — Aug 2003. — Rotterdam: The Netherlands. — P. 1524—1529.
5. Сильвестров А.Н. Идентификация и оптимизация автоматических систем / А.Н. Сильвестров, П.И. Чинаев. — Москва: Энергия, 1983. — 200 с.

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ПО НЕТОЧНЫМ ВХОДНЫМ И ВЫХОДНЫМ СИГНАЛАМ

Г.И. Кривобока

Национальный университет пищевых технологий

В статье приведены результаты оценки параметров линейной модели по неточным входным и выходным сигналам. Оценка параметров выполнена с помощью интегрированного метода наименьших квадратов, который смягчает влияние внешних воздействий на результаты оценки параметров исследуемой модели. Моделирование оценки параметров интегрированным методом наименьших квадратов выполнено с помощью авторского программного обеспечения, разработанного согласно алгоритму ИМНК. Проведен анализ зависимости точности оценок параметров от выбора коэффициентов весовой функции и сравнение оценок параметров с классическим методом наименьших квадратов.

Ключевые слова: *идентификация, метод наименьших квадратов, интегрированный метод наименьших квадратов, весовая функция, белый шум.*