

REGRESSION EQUATIONS FOR DETERMINING VOLUMETRIC HEAT CAPACITY c_p OF INTERCRYSTALLINE SUCROSE SOLUTION AT SUGAR MASSECUITE BOILING

T. Pogorilyy

National University of Food Technologies

Key words:

*Volumetric heat capacity
Regression equation
Sugar massecuite*

Article history:

Received 09.11.2016

Received in revised form
21.11.2016

Accepted 07.12.2016

Corresponding author:

T. Pogorilyy

E-mail:

pogorilyytm@ukr.net

ABSTRACT

The article describes the further stage of creating a mathematical model of mass crystallization of sucrose. When creating an algorithm for determining the distribution of heat and diffusion mass flows between the components of the cell system of “sucrose solution–sugar crystal–massecuite”, the regression equations of distributions were found for volumetric heat capacity c_p of intercrystalline sucrose solution throughout the sugar massecuite boiling time. In the equations volumetric heat capacity c_p depends on the current temperature T solution and dry solids DS content in it. Each of the developed regression equations is built on the basis of experimental data obtained by several authors using the method of Ordinary Least Squares.

РЕГРЕСІЙНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ОБ'ЄМНОЇ ТЕПЛОЄМНОСТІ c_p МІЖКРИСТАЛЬНОГО РОЗЧИНУ САХАРОЗИ ПРИ УВАРЮВАННІ ЦУКРОВОГО УТФЕЛЮ

Т.М. Погорілий

Національний університет харчових технологій

У статті реалізовано один із наступних етапів створення математичної моделі процесу масової кристалізації сахарози. При створенні алгоритму проведення розрахунків із визначення розподілу теплових і дифузійних масових потоків між складовими системи комірок «розчин сахарози–кристал цукру–утфель» було знайдено регресійні рівняння для об'ємної теплоємності c_p міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. В отриманих рівняннях величина об'ємної теплоємності c_p залежить від поточної температури T розчину та вмісту сухих речовин CP в ньому. Кожне із знайдених регресійних рівнянь побудовано на основі обробки експериментальних даних, отриманих рядом авторів, із застосуванням методу найменших квадратів.

Ключові слова: об'ємна теплоємність, регресійне рівняння, цукровий утфель.

Постановка проблеми. Усі регресійні рівняння, що наведені в даній статті, стосуються залежності величини об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ міжкристалного розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. Дані для регресійних рівнянь були отримані рядом авторів і наведені в літературних джерелах [1; 2]. Отримані залежності для об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ є достатньо складними й такими, що залежать не лише від поточної температури, а й від технологічних показників міжкристалного розчину сахарози: чистота Ч і вміст сухих речовин CP , регресійні рівняння яких вже було знайдено [3], що, у свою чергу, залежать від відносного часу уварювання цукрового утфелю $\tau/\tau_{\text{ц}}$.

При створенні математичної моделі нестационарного процесу тепло- та масообміну в системі комірок *кристал–міжкристалльний розчин сахарози–утфель* [4; 5; 6] необхідно врахувати, що між складовими даної системи комірок відбуваються значні перепади градієнта температур. Зважаючи на це, можна зробити висновок, що всі теплофізичні характеристики кожної складової системи (кристалу, міжкристалного розчину сахарози й утфелю) матимуть явно виражений нестационарний характер, тому постала необхідність у визначенні аналітичних (регресійних) рівнянь для таких теплофізичних характеристик, як густина ρ , об'ємна теплоємність $c\text{-}\rho$ і теплопровідність λ міжкристалного розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. На другому етапі визначено регресійні рівняння для об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ міжкристалного розчину сахарози протягом всього часу уварювання цукрового утфелю.

Мета дослідження: знайти регресійні рівняння для об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ міжкристалного розчину сахарози при масовому уварюванні цукрового утфелю.

Матеріали і методи. Для вирішення поставленої проблеми були використані програмні продукти (CurveExpert), що базуються на методі найменших квадратів. Створення регресійних кривих було здійснено на основі експериментальних даних ряду авторів, широко висвітлених у літературі [1; 2].

Пошук регресійних рівнянь для об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ міжкристалного розчину сахарози проводився на всьому інтервалі уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$. Критерієм адекватності знайдених регресійних рівнянь слугували коефіцієнт кореляції r , ($0 \leq r \leq 1$), який повинен якомога більше прагнути до одиниці, $r \rightarrow 1$, та середньо квадратичне відхилення s , яке повинно якомога більше прагнути до нуля $s \rightarrow 0$.

Результати і обговорення. Наведемо отримані регресійні рівняння для визначення об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ міжкристалного розчину сахарози.

Величина об'ємної теплоємності $c\text{-}\rho$ в даному випадку залежатиме від двох змінних — вмісту сухих речовин CP , де величина CP змінюється в межах $\text{CP} \in [0 \dots 90]$, % та величини температури T , $T \in [40 \dots 120]$, °C.

Таким чином, було проведено ряд досліджень, та знайдено узагальнений вигляд регресійного рівняння у вигляді полінома третього порядку:

$$c \cdot \rho(T, \text{CP}) = a_{c\text{-}\rho_{3,i}}(\text{CP}) + b_{c\text{-}\rho_{3,i}}(\text{CP}) \cdot T + c_{c\text{-}\rho_{3,i}}(\text{CP}) \cdot T^2 + d_{c\text{-}\rho_{3,i}}(\text{CP}) \cdot T^3; \quad (1)$$

$$40 \leq T \leq 120,$$

що найкращим чином описує зміни функції об'ємної теплоємності c_p , i в той же час є найбільш простим з усіх знайдених регресійних кривих по даному пункту. Серед усіх отриманих регресійних рівнянь у вигляді полінома третього порядку як показник адекватності отриманих рівнянь було вибрано мінімальний коефіцієнт кореляції, що складає $r = 0,9985547$, та відповідне йому значення середньо квадратичного відхилення $s = 1332,6435200$.

У свою чергу коефіцієнти $a_{c_{p3,i}}(CP)$, $b_{c_{p3,i}}(CP)$, $c_{c_{p3,i}}(CP)$ і $d_{c_{p3,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$ є залежними від змінної величини вмісту сухих речовин CP міжкристалльного розчину сахарози при умові, що CP змінювались у межах $0 \leq CP \leq 90$, % . Регресійні рівняння для них окремо наведено нижче.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $a_{c_{p3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$, отримали у такому вигляді:

а)

$$a_{c_{p3,1}}(CP) = 4117015,2 - 7943,6578 \cdot CP + 29,011496 \cdot CP^2 - 1,104104 \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (2)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9994464$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 17231,2341333$;

б)

$$a_{c_{p3,2}}(CP) = 4094337,9 - 2496,0046 \cdot CP - 124,85784 \cdot CP^2, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (3)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9983172$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 27806,1818821$;

в)

$$a_{c_{p3,3}}(CP) = 4239874,2 - 13963,965 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (4)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9753647$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 98947,0530924$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $b_{c_{p3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$ отримали у такому вигляді:

а)

$$b_{c_{p3,1}}(CP) = -488,60332 + 232,78349 \cdot CP - 6,3951695 \cdot CP^2 + 0,057945076 \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90 \quad (5)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9855805$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 713,4739370$;

б)

$$b_{c_{p3,2}}(CP) = 701,5397 - 53,11773 \cdot CP + 1,6801301 \cdot CP^2, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (6)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9368160$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 1365,6295400$;

в)

$$b_{c_{p3,3}}(CP) = -1256,8469 + 101,19909 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (7)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8682530$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 1811,6633527$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $c_{c_{p3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 2$ отримали у такому вигляді:

а)

$$c_{c_{p3,1}}(CP) = 2,5376184 + 29,137641 \cdot \cos(0,0800001 \cdot CP - 4,9740459), \quad (8)$$

$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9393440$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 8,7749499$;

б)

$$c_{c_{p3,2}}(CP) = 5,3870607 - 3,2552702 \cdot CP + 0,11447042 \cdot CP^2 - \quad (9)$$

$$-0,00090877682 \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9094789$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 10,6368385$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $d_{c_{p3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 2$ отримали у такому вигляді:

а)

$$d_{c_{p3,1}}(CP) = -0,063170727 + 0,13079694 \cdot \quad (10)$$

$$\cdot \cos(0,078954083 \cdot CP - 1,7927001), \quad 0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9392546$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0391859$;

б)

$$d_{c_{p3,2}}(CP) = -0,072478637 + 0,014504677 \cdot CP - 0,00051068585 \cdot CP^2 + \quad (11)$$

$$+4,0406025 \cdot 10^{-6} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9079080$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0478571$.

Далі, для об'ємної теплоємності $c \cdot \rho$ міжкристального розчину сахарози, що залежить від двох змінних — вмісту сухих речовин CP на інтервалі $CP \in [0 \dots 90]$, % і температури T , $T \in [40 \dots 120]$, °C, було також отримано вираз узагальнюючого регресійного рівняння у вигляді полінома другого порядку:

$$c \cdot \rho(T, CP) = a_{c_{p2,i}}(CP) + b_{c_{p2,i}}(CP) \cdot T + c_{c_{p2,i}}(CP) \cdot T^2, \quad 40 \leq T \leq 120, \quad (12)$$

що найкращим чином описує зміни функції об'ємної теплоємності $c \cdot \rho$, але в той же час є більш простим з усіх інших знайдених варіантів регресійних кривих. Серед усіх отриманих регресійних рівнянь у вигляді полінома другого порядку як показник адекватності отриманих рівнянь було вибрано

мінімальний коефіцієнт кореляції, що складає $r = 0,9982498$, та середньо квадратичним відхиленням $s = 2554,3440766$.

Коефіцієнти $a_{c-p2,i}(CP)$, $b_{c-p2,i}(CP)$ та $c_{c-p2,i}(CP)$, $i = 1,2,3$, що в даному випадку залежать лише від величини вмісту сухих речовин CP на інтервалі $0 \leq CP \leq 90$, % міжкристального розчину сахарози, окремо наведено нижче.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $a_{c-p2,i}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$ отримали у такому вигляді:

а)

$$a_{c-p2,1}(CP) = 4085197,8 - 1594,0183 \cdot CP - 194,35258 \cdot CP^2 + 0,66269217 \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (13)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995716$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 15311,5573382$;

б)

$$a_{c-p2,2}(CP) = 4098808,9 - 4863,7439 \cdot CP - 101,99896 \cdot CP^2, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (14)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9991730$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 19692,8388673$;

в)

$$a_{c-p2,3}(CP) = 4217700,6 - 14232,158 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (15)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9842316$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 80135,1029680$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $b_{c-p2,i}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$ отримали у такому вигляді:

а)

$$b_{c-p2,1}(CP) = 838,25384 - 32,46306 \cdot CP + 2,9407779 \cdot CP^2 - 0,015915912 \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (16)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9981083$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 254,5728223$;

б)

$$b_{c-p2,2}(CP) = 511,35442 + 46,066108 \cdot CP + 0,72271613 \cdot CP^2, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (17)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9944276$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 404,1425860$;

в)

$$b_{c-p2,3}(CP) = -331,0551 + 112,44624 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (18)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9824154$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 669,5332558$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $c_{c-p2,i}(CP)$, $1 \leq i \leq 2$ отримали у такому вигляді:

а)

$$c_{c-p2,1}(CP) = -12,59562 + 2,446758 \cdot \cos(0,0663419 \cdot CP - 1,3769395), \quad (19)$$
$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8857128$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 1,0569814$;

б)

$$c_{c-p2,2}(CP) = -12,021482 + 0,22772526 \cdot CP - 0,0081522174 \cdot CP^2 +$$
$$+ 6,1418045 \cdot 10^{-5} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (20)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8655577$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 1,1402578$.

Висновки

У результаті проведених досліджень отримано регресійні рівняння для об'ємної теплоємності c_p міжкристального розчину сахарози протягом усього періоду уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_u \leq 1$. Отримані регресійні рівняння залежать від поточної температури T та вмісту сухих речовин CP у міжкристальному розчині сахарози цукрового утфелю.

Наступним етапом у створенні математичної моделі процесу масової кристалізації сахарози є пошук регресійних рівнянь для такої теплофізичної характеристики, як теплопровідність λ міжкристального розчину сахарози протягом усього періоду уварювання цукрового утфелю.

Література

1. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахарозы / В.Д. Попов. — Москва : Пищевая промышленность, 1973. — 316с.
2. Кулинченко В.Р. Промышленная кристаллизация сахаристых веществ : Монография / В.Р. Кулинченко, В.Г. Мирончук. — Киев : НУПТ, 2012. — 426 с.
3. Погорілий Т.М. Регресійні рівняння для визначення чистоти $Ч$ і сухих речовин CP міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю / Т.М. Погорілий // Наукові праці Національного університету харчових технологій.— Київ : 2016.— Т. 22, № 5.— С. 142—157.
4. Pogorilyy T. The distribution of temperatures in the sucrose solution–sugar crystal–sucrose solution–massecuite cells depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Journal of Food Science. — Kyiv. — 2015. — Volume 3, Issue 1. — P. 139—148.
5. Pogorilyy T. Temperatures distribution in the «larger sugar crystal–larger crystal sucrose solution–less crystal sugar sucrose solution–smaller sugar crystal–massecuite» cells system depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Food Journal. — Kyiv. — 2015. — Volume 4, Issue 4. — P. 648—661.
6. Pogorilyy T. Simultaneous unsteady calculation of temperature distribution in the «larger sugar crystal–larger sugar crystal sucrose solution–less sugar crystal sucrose solution–smaller sugar crystal–massecuite» system cells and sucrose solutions cells concentrations in the same system depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Journal of Food Science. — Kyiv. — 2015. — Volume 3, Issue 2 — P. 322—341.

**РЕГРЕССИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ОБЪЕМНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ c_p
МЕЖКРИСТАЛЬНОГО РАСТВОРА САХАРОЗЫ ПРИ
УВАРИВАНИИ САХАРНОГО УТФЕЛЯ**

Т.М. Погорельий

Национальный университет пищевых технологий

В статье реализован один из следующих этапов создания математической модели процесса массовой кристаллизации сахарозы. При создании алгоритма проведения расчетов по распределению тепловых и диффузных массовых потоков между составляющими системы ячеек «раствор сахарозы–кристалл сахара–утфель» были найдены регрессионные уравнения для объемной теплоемкости c_p межкристального раствора сахарозы при уваривании сахарного утфеля. В полученных уравнениях объемная теплоемкость c_p зависит от текущей температуры T раствора и содержания сухих веществ СВ в нем. Каждое из найденных регрессионных уравнений построено на основе обработки экспериментальных данных, полученных рядом авторов, с применением метода наименьших квадратов.

Ключевые слова: *объемная теплоемкость, регрессионные уравнения, сахарный утфель.*