

REGRESSION EQUATIONS FOR DETERMINING THERMAL CONDUCTIVITY λ OF INTERCRYSTALLINE SUCROSE SOLUTION AT SUGAR MASSECUITE BOILING

T. Pogorilyy

National University of Food Technologies

Key words:

*Thermal conductivity
Regression equation
Intercrystalline sucrose
solution
Massecuite*

Article history:

Received 23.01.2017
Received in revised form
01.02.2017
Accepted 27.02.2017

Corresponding author:

T. Pogorilyy
E-mail:
pogorilyytm@ukr.net

ABSTRACT

The article describes the further stage of creating a mathematical model of mass crystallization of sucrose. When creating an algorithm for determining the distribution of heat and diffusion mass flows between the components of the cell system of 'sucrose solution–sugar crystal–massecuite', the regression equations of distributions were found for thermal conductivity λ of intercrystalline sucrose solution throughout the sugar massecuite boiling time. In the equations, thermal conductivity λ depends on the current temperature T solution and and dry solids DS content in it. Each of the developed regression equations is built on the basis of experimental data obtained by several authors using the method of Ordinary Least Squares.

РЕГРЕСІЙНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ λ МІЖКРИСТАЛЬНОГО РОЗЧИНУ САХАРОЗИ ПРИ УВАРЮВАННІ ЦУКРОВОГО УТФЕЛЮ

Т.М. Погорілий

Національний університет харчових технологій

У статті реалізовано один із наступних етапів створення математичної моделі процесу масової кристалізації сахарози. При створенні алгоритму проведення розрахунків із визначення розподілу теплових і дифузійних масових потоків між складовими системи комірок «розчин сахарози–кристал цукру–ульфелю» було знайдено регресійні рівняння для теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового ульфелю. В отриманих рівняннях величина теплопровідності λ залежить від поточної температури T розчину та вмісту сухих речовин CP в ньому. Кожне із знайдених регресійних рівнянь побудовано на основі обробки експериментальних даних, отриманих рядом авторів із застосуванням методу найменших квадратів.

Ключові слова: теплопровідність, регресійне рівняння, міжкристальний розчин сахарози, цукровий ульфелю.

Постановка проблеми. Усі регресійні рівняння, що наведені в даній статті, стосуються залежності величини теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. Дані для регресійних рівнянь були отримані рядом авторів і наведені в літературних джерелах [1; 2]. Отримані залежності для теплопровідності λ є достатньо складними й такими, що залежать не лише від поточної температури, а й від технологічних показників міжкристального розчину сахарози: чистота Ч і вміст сухих речовин CP , регресійні рівняння яких вже було знайдено [3], які, у свою чергу, залежать від відносного часу уварювання цукрового утфелю $\tau/\tau_{\text{ц}}$.

При створенні математичної моделі нестационарного процесу тепло- та масообміну в системі комірок *кристал-міжкристальний розчин сахарози-утфель* [4; 5; 6; 7] необхідно врахувати, що між складовими даної системи комірок наявні значні перепади градієнта температур. Зважаючи на це, можна стверджувати, що всі теплофізичні характеристики кожної складової системи (кристалу, міжкристального розчину сахарози та утфелю) матимуть явно виражений нестационарний характер. Тому постала необхідність у визначенні аналітичних (регресійних) рівнянь для таких теплофізичних характеристик, як густина ρ , об'ємна теплоємність $c \cdot \rho$ і теплопровідність λ міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. На третьому етапі визначено регресійні рівняння для теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози протягом усього часу уварювання цукрового утфелю.

Мета дослідження: знайти регресійні рівняння для теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози при масовому уварюванні цукрового утфелю.

Матеріали і методи. Для вирішення поставленої проблеми використані програмні продукти (CurveExpert), що базуються на методі найменших квадратів. Створення регресійних кривих здійснено на основі експериментальних даних, широко висвітлених у літературі [1; 2].

Пошук регресійних рівнянь для теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози проводився на всьому інтервалі уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$. Критерієм адекватності знайдених регресійних рівнянь слугували коефіцієнт кореляції r , ($0 \leq r \leq 1$), який повинен якомога більше прагнути до одиниці, $r \rightarrow 1$, та середньо квадратичне відхилення s , що повинне якомога більше прагнути до нуля $s \rightarrow 0$.

Результати і обговорення. Наведемо отримані регресійні рівняння для визначення величини теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози, для цього розглянемо два різних випадки залежності величини теплопровідності λ від вмісту сухих речовин CP міжкристального розчину сахарози:

1. Більш «широкий» інтервал, де величина вмісту сухих речовин CP змінювалась у межах $\text{CP} \in [0 \dots 90]$, %.

2. Більш «вузький», де величина CP змінювалась у межах $\text{CP} \in [26 \dots 90]$, %.

Такий вибір обумовлений тим, що подальший розрахунок процесу тепло- та масообміну між складовими вищезгаданої системи комірок розглядається в різні моменти відносного часу уварювання $\tau/\tau_{\text{ц}}$. Відповідно до кожного

відносного моменту часу $\tau/\tau_{\text{ц}}$ уварювання цукрового утфелю будуть визначатись відповідні значення вмісту сухих речовин CP у міжкристальному розчині сахарози [3].

Величини температур T в обох розглянутих вище випадках вибору вмісту сухих речовин CP при проведенні пошуку регресійних рівнянь приймались однаковими в межах $T \in [30 \dots 130], ^\circ\text{C}$. Зрозуміло, що для більш «широкого» інтервалу зміни величина вмісту CP , ($CP \in [0 \dots 90], \%$), який буде охоплювати більший період часу уварювання цукрового утфелю, рівняння регресії для величини теплопровідності λ мають більш складний характер. Це, у свою чергу, впливає на збільшення часу проведення розрахунків з визначення нестационарного розподілу температур і дифузійного масообміну між складовими комірками.

Для випадку більш «вузького» інтервалу зміни вмісту сухих речовин CP ($CP \in [26 \dots 90], \%$) у міжкристальному розчині, який описує менший період відносного часу уварювання цукрового утфелю, рівняння регресії мають простіший характер, що призводить до значного скорочення часу проведення розрахунків з визначення нестационарного розподілу температур і дифузійного масообміну.

Таким чином, у першому випадку для теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози, яка залежить від двох змінних — вмісту сухих речовин CP , $CP \in [0 \dots 90], \%$ і температури T , $T \in [30 \dots 130], ^\circ\text{C}$, було проведено ряд досліджень. У результаті знайдено узагальнюючий вираз регресійного рівняння у вигляді полінома третього порядку:

$$\lambda(T, CP) = a_{\lambda_{3,i}}(CP) + b_{\lambda_{3,i}}(CP) \cdot T + c_{\lambda_{3,i}}(CP) \cdot T^2 + d_{\lambda_{3,i}}(CP) \cdot T^3, \quad (1)$$

$$30 \leq T \leq 130,$$

що найкращим чином описує зміни функції теплопровідності λ і в той же час є найбільш простим з усіх знайдених регресійних кривих по даному пункту. Серед усіх отриманих регресійних рівнянь у вигляді полінома третього порядку як показник адекватності отриманих рівнянь було вибрано мінімальний коефіцієнт кореляції, що складає $r = 0,9982320$, та відповідне йому значення середньо квадратичного відхилення $s = 0,0008876$.

Коефіцієнти $a_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $b_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $c_{\lambda_{3,i}}(CP)$ та $d_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$ залежать від змінної величини вмісту сухих речовин CP , $0 \leq CP \leq 90, \%$, міжкристального розчину сахарози. Регресійні рівняння для кожного з них наведено нижче.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $a_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$, отримали у такому вигляді:

а)

$$a_{\lambda_{3,1}}(CP) = 0,55247353 - 0,0011216634 \cdot CP - 8,1834226 \cdot 10^{-5} \cdot CP^2 +$$

$$+ 6,047592 \cdot 10^{-7} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (2)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9984921$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0069128$;

б)

$$a_{\lambda_{3,2}}(CP) = 0,56462761 - 0,0038874795 \cdot CP - 4,0464492 \cdot 10^{-7} \cdot CP^2, \quad (3)$$
$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9938953$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0131803$;

в)

$$a_{\lambda_{3,3}}(CP) = 0,56516298 - 0,0039259137 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (4)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9938926$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0125697$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $b_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$, отримали у такому вигляді:

а)

$$b_{\lambda_{3,1}}(CP) = 0,0026212095 - 3,0385302 \cdot 10^{-5} \cdot CP + 1,4879961 \cdot 10^{-6} \cdot CP^2 - 1,1956705 \cdot 10^{-8} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (5)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8800336$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002582$;

б)

$$b_{\lambda_{3,2}}(CP) = 0,002380911 + 2,4297698 \cdot 10^{-5} \cdot CP - 1,219496 \cdot 10^{-7} \cdot CP^2, \quad (6)$$
$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,7631329$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0003333$;

в)

$$b_{\lambda_{3,3}}(CP) = 0,0025422585 + 1,2714603 \cdot 10^{-5} \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (7)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,7456027$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0003277$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $c_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$, отримали у такому вигляді:

а)

$$c_{\lambda_{3,1}}(CP) = -1,6690452 \cdot 10^{-5} + 4,9964592 \cdot 10^{-7} \cdot CP - 2,6615571 \cdot 10^{-8} \cdot CP^2 + 2,0560659 \cdot 10^{-10} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (8)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9610276$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000033$;

б)

$$c_{\lambda_{3,2}}(CP) = -1,2558298 \cdot 10^{-5} - 4,4067877 \cdot 10^{-7} \cdot CP + 1,0689321 \cdot 10^{-9} \cdot CP^2, \quad (9)$$

$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8989547$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000050$;

в)

$$c_{\lambda_{3,3}}(CP) = -1,3972566 \cdot 10^{-5} - 3,3914877 \cdot 10^{-7} \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (10)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8966544$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000048$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $d_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$, отримали у такому вигляді:

а)

$$d_{\lambda_{3,1}}(CP) = 3,0106792 \cdot 10^{-8} - 1,3580261 \cdot 10^{-9} \cdot CP + 9,2794773 \cdot 10^{-11} \cdot CP^2 - 7,63937 \cdot 10^{-13} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (11)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9481498$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000000$;

б)

$$d_{\lambda_{3,2}}(CP) = 1,4753659 \cdot 10^{-8} + 2,1357764 \cdot 10^{-9} \cdot CP - 1,006777 \cdot 10^{-11} \cdot CP^2, \quad (12)$$

$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8811147$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000000$;

в)

$$d_{\lambda_{3,3}}(CP) = 2,8073993 \cdot 10^{-8} + 1,179513 \cdot 10^{-9} \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (13)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8649702$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000000$.

Для першого випадку зміни вмісту сухих речовин CP на основі проведених досліджень для величини теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози, яка залежить від двох змінних — вмісту сухих речовин CP на інтервалі $CP \in [0...90]$, % і температури T , $T \in [30...130]$, °C, було отримано вираз узагальнюючого регресійного рівняння:

$$\lambda(T, CP) = a_{\lambda_{H,i}}(CP) \cdot \left(b_{\lambda_{H,i}}(CP) \right)^T \cdot T^{c_{\lambda_{H,i}}(CP)}, \quad 30 \leq T \leq 130, \quad (14)$$

яке з усіх інших отриманих видів регресійних рівнянь найкращим чином описує зміни функції теплопровідності λ і для якого потрібно знайти меншу кількість коефіцієнтів $a_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $b_{\lambda_{H,i}}(CP)$ та $c_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$, ніж для полінома третього порядку (1). Серед усіх отриманих регресійних рівнянь у вигляді (14) як показник адекватності отриманих рівнянь було вибрано

мінімальний коефіцієнт кореляції, що складає $r = 0,9951335$, та середньо квадратичне відхилення $s = 0,0015974$.

Коефіцієнти $a_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $b_{\lambda_{H,i}}(CP)$ та $c_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$ залежать від змінної величини вмісту сухих речовин CP , $0 \leq CP \leq 90$, %, міжкристального розчину сахарози. Регресійні рівняння для них наведено нижче.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $a_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$a_{\lambda_{H,1}}(CP) = \frac{0,3921635}{\left(1 + e^{-3,1804597 + 0,062469979 \cdot CP}\right)^{\frac{1}{1,449646}}}, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (15)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9949836$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0127884$;

б)

$$a_{\lambda_{H,2}}(CP) = 0,38367309 + 0,001100931 \cdot CP - 0,00011625703 \cdot CP^2 + 7,3057631 \cdot 10^{-7} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (16)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9941424$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0138162$;

в)

$$a_{\lambda_{H,3}}(CP) = 0,39835576 - 0,0022402992 \cdot CP - 1,7886438 \cdot 10^{-5} \cdot CP^2, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (17)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9875977$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0190409$;

г)

$$a_{\lambda_{H,4}}(CP) = 0,42202072 - 0,0039392003 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (18)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9823743$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0216143$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $b_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$b_{\lambda_{H,1}}(CP) = \frac{0,99894459}{\left(1 + e^{-25,483772 + 0,56477645 \cdot CP}\right)^{\frac{1}{3256,4692}}}, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (19)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9941566$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0003571$;

б)

$$b_{\lambda_{H,2}}(CP) = 0,99876879 + 9,7352464 \cdot 10^{-5} \cdot CP - 3,1310691 \cdot 10^{-6} \cdot CP^2 + 1,2555079 \cdot 10^{-8} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (20)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9887055$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0004957$;

в)

$$b_{\lambda_{H,3}}(CP) = 0,99902111 + 3,9932852 \cdot 10^{-5} \cdot CP - 1,4405536 \cdot 10^{-6} \cdot CP^2, \quad (21)$$
$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9858080$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0005268$;

г)

$$b_{\lambda_{H,4}}(CP) = 1,0009271 - 9,6894733 \cdot 10^{-5} \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (22)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9338759$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0010699$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $c_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$c_{\lambda_{H,1}}(CP) = 0,39211238 + 0,26850254 \cdot \cos(0,02599537 \cdot CP + 2,6574614), \quad (23)$$
$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9861844$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0231171$;

б)

$$c_{\lambda_{H,2}}(CP) = 0,15169206 - 0,0035612804 \cdot CP + 0,00011477635 \cdot CP^2 -$$
$$-3,9759389 \cdot 10^{-7} \cdot CP^3, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (24)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9851829$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0239343$;

в)

$$c_{\lambda_{H,3}}(CP) = 0,14370147 - 0,0017429177 \cdot CP + 6,1241147 \cdot 10^{-5} \cdot CP^2, \quad (25)$$
$$0 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9835456$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0239179$;

г)

$$c_{\lambda_{H,4}}(CP) = 0,062675327 + 0,0040739283 \cdot CP, \quad 0 \leq CP \leq 90, \quad (26)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9306662$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0461839$.

У другому випадку вмісту сухих речовин CP на більш «вузькому» інтервалі для величини теплопровідності λ міжкристального розчину сахарози, що залежить від двох змінних — вмісту сухих речовин CP на інтервалі $CP \in [26...90]$, % і температури $T \in [30...130]$, °C, було проведено ряд дослі-

дженъ. У результаті для теплопровідності λ міжкристалного розчину сахарози отримано вираз узагальнюючого регресійного рівняння у вигляді полінома третього порядку:

$$\lambda(T, CP) = a'_{\lambda_{3,i}}(CP) + b'_{\lambda_{3,i}}(CP) \cdot T + c'_{\lambda_{3,i}}(CP) \cdot T^2 + d'_{\lambda_{3,i}}(CP) \cdot T^3, \quad (27)$$

$$30 \leq T \leq 130,$$

що найкращим чином описує зміни функції теплопровідності λ і в той же час є найбільш простим з усіх знайдених регресійних кривих. Серед усіх отриманих регресійних рівнянь у вигляді полінома третього порядку як показник адекватності отриманих рівнянь було вибрано мінімальний коефіцієнт кореляції, що складає $r = 0,9982320$, та відповідне йому значення середньо квадратичного відхилення $s = 0,0008876$.

Коефіцієнти $a'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $b'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $c'_{\lambda_{3,i}}(CP)$ та $d'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$ залежать від змінної величини вмісту сухих речовин CP , $26 \leq CP \leq 90$, %, міжкристалного розчину сахарози. Регресійні рівняння для кожного з них наведено нижче.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $a'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$a'_{\lambda_{3,1}}(CP) = 0,3672 + 0,13758267 \cdot \cos(0,036170931 \cdot CP - 0,27411806), \quad (28)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9977059$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0070331$;

б)

$$a'_{\lambda_{3,2}}(CP) = 0,49817516 + 0,0021259098 \cdot CP - 0,00013878232 \cdot CP^2 +$$

$$+ 9,1361349 \cdot 10^{-7} \cdot CP^3, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (29)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9976283$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0138162$;

в)

$$a'_{\lambda_{3,3}}(CP) = 0,64576594 - 0,0069835385 \cdot CP + 2,5512919 \cdot 10^{-5} \cdot CP^2, \quad (30)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9959876$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0086211$;

г)

$$a'_{\lambda_{3,4}}(CP) = 0,57749751 - 0,0040929294 \cdot CP, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (31)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9913202$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0120152$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $b'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 3$, отримали у такому вигляді:

а)

$$b'_{\lambda_{3,1}}(CP) = 0,0032531606 + 0,00049629756 \times \cos(0,084317293 \cdot CP + 0,45466229), \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (32)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8517079$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002683$;

б)

$$b'_{\lambda_{3,2}}(CP) = 0,0029042439 - 4,731353 \cdot 10^{-5} \cdot CP + 1,7848425 \cdot 10^{-6} \cdot CP^2 - 1,3566632 \cdot 10^{-8} \cdot CP^3, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (33)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8452497$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002736$;

в)

$$b'_{\lambda_{3,3}}(CP) = 0,00071260618 + 8,7956511 \cdot 10^{-5} \cdot CP - 6,5484687 \cdot 10^{-7} \cdot CP^2, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (34)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,8280877$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002706$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $c'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$c'_{\lambda_{3,1}}(CP) = \frac{1}{-97576,086 + 2000,661 \cdot CP - 13,511751 \cdot CP^2}, \quad 26 \leq CP < 90, \quad (35)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9494851$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000032$;

б)

$$c'_{\lambda_{3,2}}(CP) = -2,8810247 \cdot 10^{-5} + 1,333213 \cdot 10^{-5} \times \cos(0,05191058 \cdot CP - 0,7098761), \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (36)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9468750$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000035$;

в)

$$c'_{\lambda_{3,3}}(CP) = -1,8734548 \cdot 10^{-5} + 6,2190288 \cdot 10^{-7} \cdot CP - 2,8759419 \cdot 10^{-8} \cdot CP^2 + 2,172336 \cdot 10^{-10} \cdot CP^3, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (37)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9451039$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000035$;

г)

$$c'_{\lambda_{3,4}}(CP) = 1,6358713 \cdot 10^{-5} - 1,5440878 \cdot 10^{-6} \cdot CP + 1,0305731 \cdot 10^{-8} \cdot CP^2, \quad (38)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9363349$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000036$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $d'_{\lambda_{3,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$d'_{\lambda_{3,1}}(CP) = 1,2943619 \cdot 10^{-7} \cdot e^{\frac{-(CP-70,35455)^2}{229,588766^2}}, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (39)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9289657$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000000$;

б)

$$d'_{\lambda_{3,2}}(CP) = -3,569032 \cdot 10^{-8} + 2,5772844 \cdot 10^{-9} \cdot CP +$$

$$+ 2,37868 \cdot 10^{-11} \cdot CP^2 - 3,8967677 \cdot 10^{-13} \cdot CP^3, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (40)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9249138$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000000$;

в)

$$d'_{\lambda_{3,3}}(CP) = -9,8641119 \cdot 10^{-8} + 6,4626697 \cdot 10^{-9} \cdot CP -$$

$$- 4,628883 \cdot 10^{-11} \cdot CP^2, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (41)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9225824$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0000000$.

Також для другого випадку вмісту сухих речовин CP на більш «вузькому» інтервалі для величини теплопровідності λ міжкристалного розчину сахарози, що залежить від двох змінних — вмісту сухих речовин CP на інтервалі $CP \in [26 \dots 90]$, % і температури T , $T \in [30 \dots 130]$, °С, було проведено ряд досліджень. У результаті для теплопровідності λ міжкристалного розчину сахарози отримано вираз узагальнюючого регресійного рівняння:

$$\lambda(T, CP) = a'_{\lambda_{H,i}}(CP) \cdot \left(b'_{\lambda_{H,i}}(CP) \right)^T \cdot T^{c'_{\lambda_{H,i}}(CP)}, \quad 30 \leq T \leq 130, \quad (42)$$

яке з усіх інших отриманих видів регресійних рівнянь найкращим чином описує зміни функції теплопровідності λ і для якого потрібно знайти меншу кількість коефіцієнтів $a'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $b'_{\lambda_{H,i}}(CP)$ та $c'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$, ніж для полінома третього порядку (27). Серед усіх отриманих регресійних рівнянь у вигляді (42) як показник адекватності отриманих рівнянь було вибрано мінімальний коефіцієнт кореляції, що складає $r = 0,9951335$, та середньо квадратичне відхилення $s = 0,0015974$.

Коефіцієнти $a'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $b'_{\lambda_{H,i}}(CP)$ та $c'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $i = 1, 2, \dots$ залежать від змінної величини вмісту сухих речовин CP , $26 \leq CP \leq 90$, %, міжкристального розчину сахарози. Регресійні рівняння для кожного з них наведено нижче.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $a'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 5$, отримали у такому вигляді:

а)

$$a'_{\lambda_{H,1}}(CP) = 1,0491362 - 0,21601002 \cdot \ln(CP), \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (43)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9990008$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0043329$;

б)

$$a'_{\lambda_{H,2}}(CP) = 0,50477309 \cdot CP^{-0,0045513694 \cdot CP}, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (44)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9987777$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0047919$;

в)

$$a'_{\lambda_{H,3}}(CP) = 0,29398244 - 0,0025484904 \cdot CP + \frac{82,238418}{CP^2}, \quad (45)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9988534$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0049227$;

г)

$$a'_{\lambda_{H,4}}(CP) = 0,52674221 - 0,0079504493 \cdot CP + 3,3003724 \cdot 10^{-5} \cdot CP^2, \quad (46)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9988367$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0049585$;

д)

$$a'_{\lambda_{H,5}}(CP) = 0,44468858 - 0,0042801189 \cdot CP, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (47)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9929581$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0114851$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $b'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$b'_{\lambda_{H,1}}(CP) = 0,99531762 + 0,00029420034 \cdot CP - 6,7522555 \cdot 10^{-6} \cdot CP^2 +$$

$$+ 3,3628425 \cdot 10^{-8} \cdot CP^3, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (48)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9956765$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002807$;

б)

$$b'_{\lambda_{H,2}}(CP) = 0,99387857 + 0,0056075993 \times \cos(0,025366571 \cdot CP - 0,28349459), \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (49)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9954559$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002877$;

в)

$$b'_{\lambda_{H,3}}(CP) = 1,001244 - 6,8647123 \cdot 10^{-5} \cdot CP - 4,4111523 \cdot 10^{-7} \cdot CP^2, \quad (50)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9948735$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0002858$;

г)

$$b'_{\lambda_{H,4}}(CP) = 1,0023407 - 0,00011770337 \cdot CP, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (51)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9934810$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0003038$.

Регресійні рівняння для коефіцієнтів $c'_{\lambda_{H,i}}(CP)$, $1 \leq i \leq 4$, отримали у такому вигляді:

а)

$$c'_{\lambda_{H,1}}(CP) = \frac{0,44574576}{\left(1 + e^{45,103353 - 0,53407304 \cdot CP}\right)^{\frac{1}{27,181067}}}, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (52)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9954793$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0119512$;

б)

$$c'_{\lambda_{H,2}}(CP) = \frac{1}{11,140393 - 0,17841987 \cdot CP + 0,00087794872 \cdot CP^2}, \quad (53)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9941248$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0127403$;

в)

$$c'_{\lambda_{H,3}}(CP) = 0,066705888 + 0,0022743842 \cdot CP + 2,3500901 \cdot 10^{-5} \cdot CP^2, \quad (54)$$

$$26 \leq CP \leq 90,$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9929422$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0139595$;

г)

$$c'_{\lambda_{H,4}}(CP) = 0,0082781116 + 0,0048879096 \cdot CP, \quad 26 \leq CP \leq 90, \quad (55)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9906579$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0151333$.

Висновки

У результаті проведених досліджень отримано регресійні рівняння для теплопровідності λ міжкristального розчину сахарози протягом усього періоду уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_u \leq 1$, які необхідні для проведення розрахунків нестационарних задач теплопровідності та дифузійного масообміну. Отримані регресійні рівняння для теплопровідності λ залежать від поточної температури T та вмісту сухих речовин CP у міжкristальному розчині сахарози цукрового утфелю. Регресійні рівняння для теплопровідності λ отримано для двох випадків вмісту сухих речовин у міжкristальному розчині сахарози: $CP \in [0 \dots 90]$, % та $CP \in [26 \dots 90]$, %. Для кожного з цих випадків вмісту сухих речовин представлено два різних види регресійних рівнянь.

Література

1. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахарозы. — Москва : Пищевая промышленность, 1973. — 316с.
2. Кулинченко В.Р. Промышленная кристаллизация сахаристых веществ: Монография / В.Р. Кулинченко, В.Г. Мирончук. — Київ : НУПТ, 2012. — 426 с.
3. Погорілий Т.М. Регресійні рівняння для визначення чистоти $Ч$ і сухих речовин CP міжкristального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю // Наукові праці НУХТ. — Київ : 2016. — Т. 22, № 5. — С. 142—157.
4. Pogorilyy T. The distribution of temperatures in the sucrose solution–sugar crystal–sucrose solution–massecuite cells depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Journal of Food Science. — Kyiv. — 2015. — Volume 3, Issue 1. — P. 139—148.
5. Pogorilyy T. Temperatures distribution in the «larger sugar crystal–larger crystal sucrose solution–less crystal sugar sucrose solution–smaller sugar crystal–massecuite» cells system depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Food Journal. — Kyiv. — 2015. — Volume 4, Issue 4. — P. 648—661.
6. Pogorilyy T. Simultaneous unsteady calculation of temperature distribution in the «larger sugar crystal–larger sugar crystal sucrose solution–less sugar crystal sucrose solution–smaller sugar crystal–massecuite» system cells and sucrose solutions cells concentrations in the same system depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Journal of Food Science. — Kyiv. — 2015. — Volume 3, Issue 2 — P. 322—341.
7. Pogorilyy T. Non-stationary sucrose diffusion mass flow calculation for sucrose solution cells from the «larger sugar crystal–larger sugar crystal sucrose solution–less sugar crystal sucrose solution–smaller sugar crystal–massecuite» system cells depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Food Journal. — Kyiv. — 2016. — Volume 5, Issue 2. — P. 350—367.

РЕГРЕССИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ λ МЕЖКРИСТАЛЬНОГО РАСТВОРА САХАРОЗЫ ПРИ УВАРИВАНИИ САХАРНОГО УТФЕЛЯ

Т.М. Погорельый

Национальный университет пищевых технологий

В статье реализован один из следующих этапов создания математической модели процесса массовой кристаллизации сахарозы. При создании алгоритма проведения расчетов по определению распределения тепловых и диффузных массовых потоков между составляющими системы ячеек

«раствор сахарозы–кристалл сахара–утфель» были найдены регрессионные уравнения для теплопроводности λ межкристального раствора сахарозы при уваривании сахарного утфеля. В полученных уравнениях теплопроводность λ зависит от текущей температуры T раствора и содержания сухих веществ CB в нем. Каждое из найденных регрессионных уравнений построено на основе обработки экспериментальных данных, полученных рядом авторов с применением метода наименьших квадратов.

Ключевые слова: теплопроводность, регрессионные уравнения, межкристальный раствор сахарозы, утфель.