

УДК 664.061.4:084

## FLOWS AT VIADROSTRAGUVANNI BASED ON COMBINED MODEL

T. Misyura, V. Zavialov, O. Lobok, N. Popova, Y. Zaporozhets  
*National University of Food Technologies*

---

### Key words:

*Mathematical model  
Flow structure  
Reverse flow  
Cell model  
Vibration extraction  
Distribution of matter*

### Article history:

Received 15.09.2017  
Received in revised form  
05.10.2017  
Accepted 25.10.2017

### Corresponding author:

T. Misyura  
E-mail:  
npnuht@ukr.net

---

### ABSTRACT

The paper presents analytical studies of the structure of hydrodynamic working flows in the conditions of solid phase continuous vibration extraction taking into account the density of external sources of accumulation of the target component on the basis of a cell model with reverse flows. A virtual simulator was created to simplify the input of the initial parameters and to visualize the results of calculations. Analytical results can be used at the design stage, the design of vibroextraction equipment and in solving optimization problems. The corresponding calculation algorithm is implemented using the MatLAB package and allows determining the distribution of concentrations of the extractive substance in the flow and stagnation zones separately for each phase in time, as well as in each cell of the working zone of the continuous vibration excretory.

DOI: 10.24263/2225-2924-2017-23-5-1-13

---

## МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС СТРУКТУРИ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПОТОКІВ ПРИ ВІБРОЕКСТРАГУВАННІ НА ОСНОВІ КОМІРЧАСТОЇ МОДЕЛІ

Т.Г. Мисюра, В.Л. Зав'ялов, О.П. Лобок, Н.В. Попова, Ю.В. Запорожець  
*Національний університет харчових технологій*

*У статті представлено аналітичні дослідження структури гідродинамічних робочих потоків в умовах твердофазового безперервного віброекстрагування з урахуванням щільності зовнішніх джерел накопичення цільового компонента на основі коміркової моделі із зворотними потоками. Для спрощеного введення початкових параметрів та для наочного зображення результатів розрахунків було створено віртуальний тренажер. Аналітичні результати можуть бути використані на стадії проектування, конструювання віброекстракційної апаратури та при розв'язанні оптимізаційних задач. Створена за відповідним алгоритмом програма розрахунків реалізована за допомогою пакета MatLAB і дає змогу визначити розподіл концентрацій екстрактивної речовини за проточними і застійними зонами окремо по кожній фазі в часі, а також у кожній коміріці робочої зони віброекстрактора безперервної дії.*

**Ключові слова:** математична модель, структура потоків, зворотний потік, коміркова модель, віброекстрагування, розподілення речовини.

**Постановка проблеми.** Рух потоків у віброекстракторах безперервної дії ускладнюється нерівномірністю профілю швидкостей пульсуючих потоків [1], генерованих робочими елементами, що при певному конструктивному їх виконанні та нераціональних режимах роботи апарата призводить до байпасування його частини та каналоутворення і, як результат, зниження середньої рушійної сили масообміну між фазами. Отже, недостатня інформація про механізм гідродинаміки в апаратах такого типу унеможливає повне використання їх властивостей на стадії проектування й експлуатації, оскільки при наявності аномальних зон (застійних, із зниженою інтенсивністю, циркуляційних) порушується технологічний режим вилучення цільових компонентів із твердої фази [2]. Тому знання структури потоків — одна з основоположних умов створення інтенсифікованого екстракційного обладнання, в тому числі й віброекстракційного.

Для встановлення обґрунтованого в заданих технологічних межах зв'язку між конструктивними й технологічними параметрами процесу застосовувалась аналітична теорія структури потоку [3].

При цьому загальні уявлення побудови математичних моделей передбачають дві принципові групи моделей: ідеалізовані (перемішування та витіснення) та реальні (дифузійна, коміркова та комбіновані). В реальних умовах названі типи моделей не забезпечують належну точність опису гідродинамічної структури потоків через наявність у робочому об'ємі апарата вищезгаданих додаткових гідродинамічних ефектів.

З метою розроблення алгоритму вибору типу моделі гідродинамічної структури потоків у колонних віброекстракторах безперервної дії та через відсутність такої інформації в літературі нами виконано аналіз усіх можливих відповідних структур за типовими ознаками та зосереджено увагу на математичному описі моделі структури потоків на основі коміркової моделі із зворотними потоками.

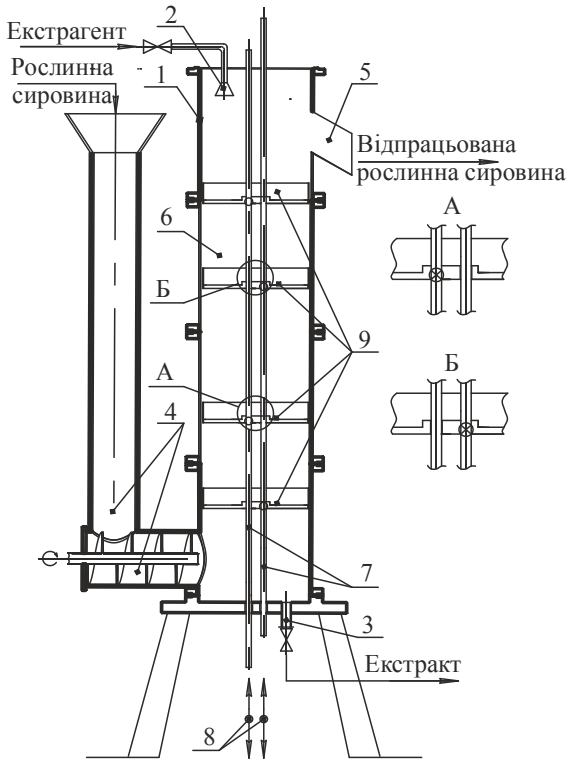
**Метою статті** є розроблення математичного опису гідродинамічної структури потоку в віброекстракторі безперервної дії на основі комірчастої моделі із зворотними потоками.

**Викладення основних результатів дослідження.** Гідродинамічні дослідження (візуалізація потоків) виконувалась на моделі вібраційного екстрактора з корпусом із органічного скла [1] діаметром 0,3 м, висотою 1,5 м на системі капронова дрібка–вода. Досліджувались різні типи вібротранспортувальних пристроїв [2]. Амплітуда коливань змінювалась у межах  $(5 \dots 15) \cdot 10^{-3}$  м, частота —  $(1 \dots 10)$  Гц.

Аналітичний опис структури потоків розглядався для конструкції пілотного віброекстрактора безперервної дії, показаного на рис. 1 [4].

Апарат має вертикальний корпус 1 із пристроями введення 2 та виведення 3 рідкої фази та із пристроями введення 4 та виведення 5 твердої фази, та із встановленими у його робочому об'ємі 6 двома вертикальними штоками 7, які забезпечені від приводу 8 вертикального взаємовідносного протиспрямованого коливального руху із регульованими амплітудами та частотами, та

такі, що несуть на собі по черзі закріплені на них сепарувально-транспортвальні тарілки 9 в необхідній певній кількості.



**Рис. 1. Загальний вид вібраційного екстрактора:** 1 — корпус; 2, 3 — пристрій введення та виведення рідкої фази; 4, 5 — пристрій введення та виведення твердої фази; 6 — робочий об'єм апарата; 7 — шток; 8 — привід; 9 — сепарувально-транспортвальна тарілка

виду рослинної сировини. Так, як приклад, на рис. 2. представлено транспортувально-сепарувальну тарілку [4].

Транспортувально-сепарувальна функція тарілки забезпечується різноспрямованими та різними за питомими об'ємами твердої і рідкої фаз (при коливному русі тарілки) відповідними елементами, а саме: транспортувальними отворами-соплами із направляючими циліндричними патрубками та сепарувальними отворами-соплами із фільтрувальними конічними патрубками. Саме оптимальне співвідношення гідродинамічних характеристик названих двох типів елементів тарілки забезпечує поступове гідравлічне переміщення твердої фази «знизу–вверх», інтенсивне перемішування, оновлення поверхні контакту двох фаз та їх розділення — сепарування.

Віброекстрактори безперервної дії працюють у режимі зустрічного руху взаємодіючих фаз, використовуючи новий принцип розділення за допомогою спеціальних вібротранспортувальних пристроїв, які не викликають пресуван-

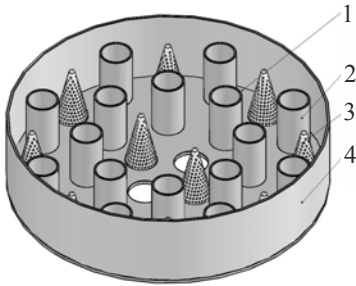
Екстрагент вводиться в робочий об'єм 6 апарата через пристрій 2, вільно переміщується зверху донизу робочого об'єму апарата і після контактування з твердою фазою, вже у вигляді екстракту, виводиться через пристрій 3. Тверда фаза вводиться в робочий об'єм апарата через пристрій 4, пенетрує в рідку фазу, змішується з нею. Це забезпечує утворення двофазної суміші, яка надалі піддається діянням гідромеханічних коливань з боку тарілок 9.

Протифазові із заданою амплітудою та частотою коливальні рухи певної сумарної кількості «парних» (рис. 1: фр. А) та «непарних» (рис. 1: фр. Б) тарілок в усьому робочому об'ємі апарата забезпечують безперервне ступінчасте (попередньо-порційне) та протиспрямоване до напрямку руху рідкої фази транспортування твердої фази від її входу 4 до виходу 5 з апарата.

Типи тарілок, які можуть бути використаними в такому типі екстрактора залежать від на рис. 2. представлено транспортувально-сепарувальну тарілку [4].

ня шару сировини та забезпечують його поруватість, незалежно від розміру частинок. При цьому тривалість перебування всіх частинок у робочому об'ємі апарата майже однакова і, як наслідок, найбільш повно використовується рушійна сила процесу [5].

Разом з тим протитечійний рух фаз у реальних умовах не завжди може бути рівноцінним ідеальній схемі потоку внаслідок створення віброперемішувальними пристроями нерівномірного профілю швидкостей окремих потоків у поперечному перерізі апарата — поздовжнім перемішуванням. Як правило, поздовжнє перемішування значно зростає при переході від лабораторних, пілотних апаратів до промислових зразків. Тому такі ефекти повинні знаходитись в зоні постійної уваги в процесі масштабування апаратів.



**Рис. 2. Загальний вид тарілки з жорсткими транспортувальними та фільтрувальними елементами:**  
1 — дно тарілки; 2 — транспортувальний елемент; 3 — фільтрувальний елемент; 4 — борт

Для кількісного оцінювання аномальних гідродинамічних зон в апаратах колонного типу існує ряд моделей структури потоків, раціональний вибір якої надає можливість передбачити оптимальні режимні та конструктивні параметри апарата та забезпечити надійне масштабування процесу на мікро- і макрорівні. Аналітичний опис структури потоків розглядався для конструкції пілотного віброекстрактора безперервної дії [6; 7].

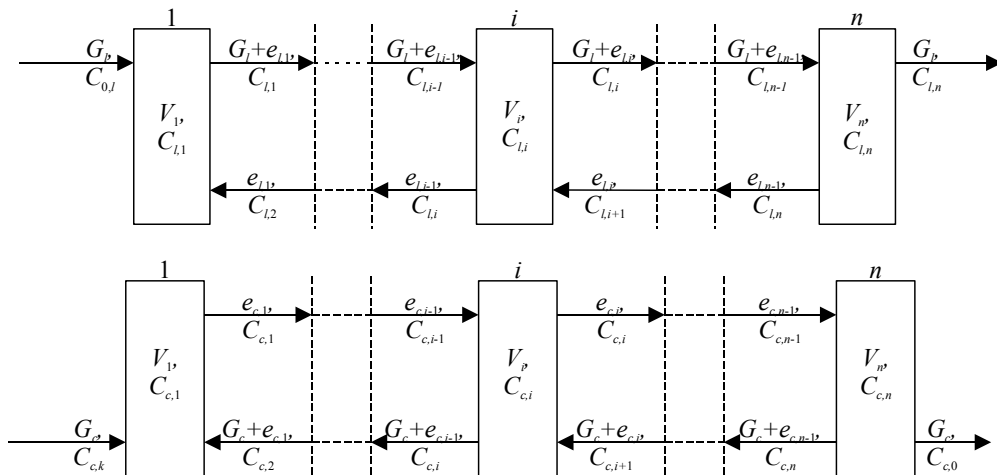
Враховуючи реалії гідродинамічної обстановки в апараті, створеної пульсуючими струменями, що генеруються транспортувальними елементами віброуючих насадок, у робочому об'ємі апарата нами виконано відповідне моделювання на основі коміркової моделі із зворотними потоками. Для цього нами проаналізована й узагальнена комірчаста модель із зворотними потоками для випадків різних розмірів комірок віброекстрактора та різних величин зворотних потоків.

З метою оцінки розмірів зворотних потоків між комірками та інших параметрів, пов'язаних з ними, нами проаналізована коміркова модель із зворотними потоками, параметрична форма якої для рідкої й твердої фаз зображена на рис. 3.

У загальному випадку основні рівняння коміркової моделі із застійними зонами за рідкою фазою (рис. 3а) мають вигляд:

$$\begin{cases} V_1 \cdot \frac{dC_{l,1}}{d\tau} = Q_l \cdot C_{l,0} + e_{l,1} \cdot C_{l,2} - (Q_l + e_{l,1}) \cdot C_{l,1} \\ V_i \cdot \frac{dC_{l,i}}{d\tau} = (Q_l + e_{l,i-1}) \cdot C_{l,i-1} + e_{l,i} \cdot C_{l,i+1} - (Q_l + e_{l,i} + e_{l,i-1}) \cdot C_{l,i} \\ V_n \cdot \frac{dC_{l,n}}{d\tau} = (Q_l + e_{l,n-1}) \cdot C_{l,n-1} - (Q_l + e_{l,n-1}) \cdot C_{l,n} \end{cases} \quad (1)$$

де  $0 \leq \tau \leq T$  — поточний час перебування індикатора рідкої фази в комірці, с;  $V_i$ , — об'єм  $i$ -тої комірки, м<sup>3</sup>;  $C_{l,i}$ , — концентрація індикатора в рідкій фазі в  $i$ -тій комірці, кг/м<sup>3</sup>;  $e_{l,i}$  — об'ємна швидкість потоку зворотного потоку із  $(i+1)$  комірки в  $i$ -ту, м<sup>3</sup>/с.



**Рис. 3.** Параметрична схема комірчастої моделі із зворотними потоками:  $0 \leq \tau \leq T$  — поточний час перебування індикатора рідкої фази в комірці, с;  $V_i$  — об'єм  $i$ -ої комірки, м<sup>3</sup>;  $C_{l,i}$ ,  $C_{c,i}$  — концентрація індикатора в рідкій і твердій фазі, кг/м<sup>3</sup>;  $e_{l,i}$ ,  $e_{c,i}$  — об'ємна швидкість зворотного потоку із  $(i+1)$  комірки в  $i$ -у та із  $i$ -ої в  $(i+1)$ -у комірки, м<sup>3</sup>/с

$$e_{l,i} = f_{l,i} \cdot Q_i; \tag{2}$$

де  $0 \leq f_{l,i} \leq 1$  — частка об'ємних витрат основного потоку, яка повертається з  $(j+1)$  в  $j$ -у комірку.

Об'єм апарата та час перебування частинок в апараті:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i, \quad T = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{Q_l} = \frac{V}{Q_l}, \quad 0 \leq \tau \leq T, \quad 0 \leq \frac{\tau}{\theta} \leq 1; \quad \frac{\tau}{T} = \theta; \quad 0 \leq \theta \leq 1, \tag{3}$$

де  $\tau$  — розмірна величина часу, с;  $\theta$  — безрозмірна величина часу.

Покладемо такі початкові умови:

$$C_{l,1}(0) = \frac{V_{\text{інд.}}}{V_1}, \quad C_{l,0} = \frac{\bar{V}_{\text{інд.}}}{V_1}, \quad C_{l,i}(0) = 0, \quad i = 2, \dots, n, \\ e_{l,n} = 0, \quad f_n = 0, \quad e_{l,0} = 0, \quad f_0 = 0 \tag{4}$$

де  $V_{\text{інд.}}$  — кількість імпульсно введеного індикатора, кг;  $\bar{V}_{\text{інд.}}$  — кількість ступінчасто введеного індикатора, кг.

Для обезрозмірювання системи (1) домножимо його на  $\frac{T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}}$ :

$$\begin{aligned} \frac{V_i \cdot T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot \frac{dC_{l,i}}{d\tau} = \frac{T \cdot (1 + f_{l,i-1}) \cdot Q_l \cdot V_{i-1}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{i-1}} \cdot C_{l,i-1} + \\ + \frac{T \cdot f_{l,i} \cdot Q_l \cdot V_{i+1}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{i+1}} \cdot C_{l,i+1} - \frac{T \cdot (1 + f_{l,i} + f_{l,i-1}) \cdot Q_l \cdot V_i}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_i} \cdot C_{l,i}. \end{aligned} \quad (5)$$

Зробимо заміну:

$$z_i = \frac{V_i \cdot T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot C_{l,i}. \quad (6)$$

Після підстановки (6) в (5), отримуємо:

$$\frac{dz_i}{d\theta} = \frac{(1 + f_{l,i-1}) \cdot V}{V_{i-1}} \cdot z_{i-1} + \frac{f_{l,i} \cdot V}{V_{i+1}} \cdot z_{i+1} - \frac{(1 + f_{l,i} + f_{l,i-1})}{V_i} \cdot z_i. \quad (7)$$

Зробивши заміну

$$\mu_i = \frac{V_i}{V}, \quad (8)$$

отримуємо:

$$\frac{dz_i}{d\theta} = \frac{1 + f_{l,i-1}}{\mu_{i-1}} \cdot z_{i-1} + \frac{f_{l,i}}{\mu_{i+1}} \cdot z_{i+1} - \frac{(1 + f_{l,i-1} + f_{l,i})}{\mu_i} \cdot z_i. \quad (9)$$

Обезрозмірюємо початкові умови:

$$z_1(0) = \frac{V_1}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot C_{l,1}(0) = \frac{V_1}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot \frac{V_{\text{інд.}}}{V_1} = \frac{V_{\text{інд.}}}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}}, \quad (10)$$

$$z_i(0) = 0, \quad i = 2, \dots, n, \quad \frac{1 + f_0}{\mu_0} \cdot z_0 = \frac{\bar{V}_{\text{інд.}}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot \mu_1}. \quad (11)$$

Зробивши заміну

$$\frac{1 + f_{l,i-1}}{\mu_{i-1}} = a_i, \quad \frac{f_{l,i}}{\mu_{i+1}} = c_i, \quad -\frac{(1 + f_{l,i-1} + f_{l,i})}{\mu_i} = b_i, \quad (12)$$

отримуємо:

$$\frac{dz_i}{d\theta} = a_i \cdot z_{i-1} + b_i \cdot z_i + c_i \cdot z_{i+1}. \quad (13)$$

Представивши рівняння (13) у векторній формі, отримуємо:

$$A = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n & b_n \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Таким чином, маємо остаточну систему та вектор невідомих:

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\theta} = A \cdot z + f \\ z(0) = z^0 \end{cases}, z^0 = \begin{bmatrix} \frac{V_{\text{інд.}}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}})} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \frac{\bar{V}_{\text{інд.}}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}})} \cdot \mu_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} f_{l,1} \\ f_{l,2} \\ f_{l,3} \\ f_{l,4} \\ \dots \\ f_{l,n} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

У загальному випадку основні рівняння коміркової моделі із застійними зонами за твердою фазою (рис. 3б) мають вигляд:

$$\begin{cases} V_1 \cdot \frac{dC_{c,1}}{d\tau} = (Q_c + e_{c,1}) \cdot C_{c,2} - (Q_c + e_{c,1}) \cdot C_{c,1} \\ V_i \cdot \frac{dC_{c,i}}{d\tau} = (Q_c + e_{c,i}) \cdot C_{c,i+1} + e_{c,i-1} \cdot C_{c,i-1} - (Q_c + e_{c,i-1} + e_{c,i}) \cdot C_{c,i} \\ V_n \cdot \frac{dC_{c,n}}{d\tau} = Q_c \cdot C_{c,n+1} + e_{c,n-1} \cdot C_{c,n-1} - (Q_c + e_{c,n-1}) \cdot C_{c,n} \end{cases}, \quad (16)$$

де  $0 \leq \tau \leq T$  — поточний час перебування індикатора рідкої фази в комірці, с;  $V_i$  — об'єм  $i$ -ої комірки, м<sup>3</sup>;  $C_{c,i}$ , — концентрація індикатора в твердій фазі в  $i$ -ій комірці, кг/м<sup>3</sup>;  $e_{c,i}$  — об'ємна швидкість потоку зворотного потоку із  $i$ -ої комірки в  $(i + 1)$ -у, м<sup>3</sup>/с:

$$e_{c,i} = f_{c,i} \cdot Q_c, \quad (17)$$

де  $0 \leq f_{c,i} \leq 1$  — частка об'ємних витрат основного потоку, яка повертається з  $(j+1)$  в  $j$ -у комірку.

Об'єм апарата та час перебування частинок в апараті:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i, T = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{Q_c} = \frac{V}{Q_c}, 0 \leq \tau \leq T, 0 \leq \frac{\tau}{\theta} \leq 1; \frac{\tau}{T} = \theta; 0 \leq \theta \leq 1, \quad (18)$$

де  $\tau$  — розмірна величина часу, с;  $\theta$  — безрозмірна величина часу.

$$\begin{aligned} \frac{V_{k,i} \cdot T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot \frac{dy_i}{d\tau} &= \frac{T \cdot (1 + f_i) \cdot Q_c \cdot V_{k,i+1}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{k,i+1}} \cdot y_{i+1} + \\ &+ \frac{T \cdot f_{i-1} \cdot Q_c \cdot V_{k,i-1}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{k,i-1}} \cdot y_{i-1} - \frac{T \cdot (1 + f_{i-1} + f_i) \cdot Q_c \cdot V_{k,i}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{k,i}} \cdot y_i \end{aligned}. \quad (19)$$

Покладемо такі початкові умови:

$$C_{c,i}(0) = \frac{V_{\text{інд.}}}{V_1}, C_{c,0} = \frac{\bar{V}_{\text{інд.}}}{V_1}, C_{c,i}(0) = 0, i = 2, \dots, n,$$

$$e_{c,n} = 0, f_n = 0, e_{c,0} = 0, f_0 = 0, \quad (20)$$

де  $V_{\text{інд.}}$  — кількість імпульсно введеного індикатора, кг;  $\bar{V}_{\text{інд.}}$  — кількість ступінчасто введеного індикатора, кг.

Для обезрозмірювання системи (16) домножимо його на  $\frac{T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}}$ :

$$\frac{V_i \cdot T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot \frac{dC_{c,i}}{d\tau} = \frac{T \cdot (1 + f_{c,i-1}) \cdot Q_c \cdot V_{i-1}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{i-1}} \cdot C_{c,i-1} +$$

$$+ \frac{T \cdot f_{c,i} \cdot Q_c \cdot V_{i+1}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_{i+1}} \cdot C_{c,i+1} - \frac{T \cdot (1 + f_{c,i} + f_{c,i-1}) \cdot Q_c \cdot V_i}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot V_i} \cdot C_{c,i} \quad (21)$$

Зробимо заміну:

$$z_i = \frac{V_i \cdot T}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot C_{c,i} \quad (22)$$

Після підстановки (22) в (21), отримуємо:

$$\frac{dz_i}{d\theta} = \frac{(1 + f_{c,i-1}) \cdot V}{V_{i-1}} \cdot z_{i-1} + \frac{f_{c,i} \cdot V}{V_{i+1}} \cdot z_{i+1} - \frac{(1 + f_{c,i} + f_{c,i-1})}{V_i} \cdot z_i \quad (23)$$

Зробивши заміну

$$\mu_i = \frac{V_i}{V} \quad (24)$$

отримуємо:

$$\frac{dz_i}{d\theta} = \frac{1 + f_{c,i-1}}{\mu_{i-1}} \cdot z_{i-1} + \frac{f_{c,i}}{\mu_{i+1}} \cdot z_{i+1} - \frac{(1 + f_{c,i-1} + f_{c,i})}{\mu_i} \cdot z_i \quad (25)$$

Обезрозмірюємо початкові умови:

$$z_1(0) = \frac{V_i}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot C_{c,i}(0) = \frac{V_i}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}} \cdot \frac{V_{\text{інд.}}}{V_1} = \frac{V_{\text{інд.}}}{V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}}, \quad (26)$$

$$z_i(0) = 0, \quad i = 2, \dots, n, \quad \frac{1 + f_0}{\mu_0} \cdot z_0 = \frac{\bar{V}_{\text{інд.}}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}}) \cdot \mu_1} \quad (27)$$

Зробивши заміну

$$\frac{1 + f_{l,i-1}}{\mu_{i-1}} = a_i, \quad \frac{f_{l,i}}{\mu_{i+1}} = c_i, \quad -\frac{(1 + f_{l,i-1} + f_{l,i})}{\mu_i} = b_i, \quad (28)$$

отримуємо:



$$\frac{dz_i}{d\theta} = a_i \cdot z_{i-1} + b_i \cdot z_i + c_i \cdot z_{i+1}. \quad (29)$$

Представивши рівняння (13) у векторній формі, отримуємо:

$$A = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n & b_n \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Таким чином, маємо остаточну систему та вектор невідомих:

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\theta} = A \cdot z + f \\ z(0) = z^0 \end{cases}, z^0 = \begin{bmatrix} \frac{V_{\text{інд.}}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}})} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \frac{\bar{V}_{\text{інд.}}}{(V_{\text{інд.}} + \bar{V}_{\text{інд.}})} \cdot \mu_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} f_{c,1} \\ f_{c,2} \\ f_{c,3} \\ f_{c,4} \\ \dots \\ f_{c,n} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Для ідентифікації та оптимізації отриманих значень параметрів математичних моделей (15) та (31) була розроблена програма розрахунку в пакеті MATLAB. Також для спрощеного введення початкових параметрів і для наочного зображення результатів розрахунків було створено віртуальний тренажер, головне вікно якого зображене на рис. 4, а вікно налаштувань — на рис. 5.

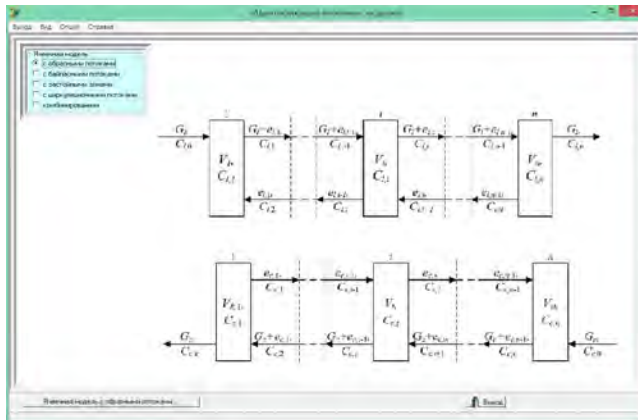


Рис. 4. Загальний вигляд головного вікна віртуального тренажера

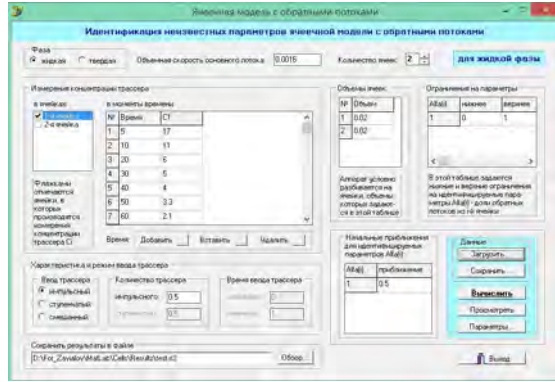


Рис. 5. Вікно налаштувань і введення вхідних даних віртуального тренажера

Створена за відповідним алгоритмом програма розрахунків реалізована за допомогою пакета MatLAB і дає змогу визначити розподіл концентрацій екстрактивної речовини за проточними і застійними зонами окремо по кожній фазі в часі, а також у кожній комірці. На рис. 6—8, як приклад, зображено результати даної програми.

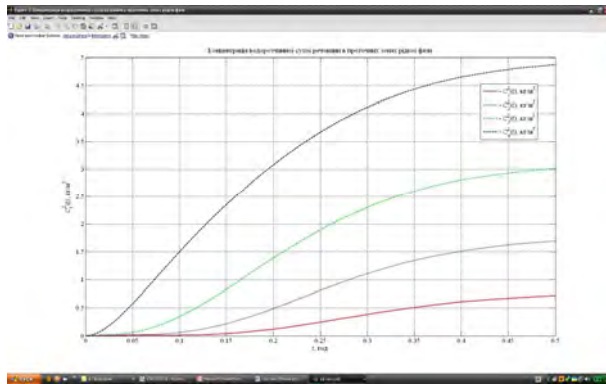


Рис. 6. Вміст екстрактивних речовин у проточних зонах рідкої фази

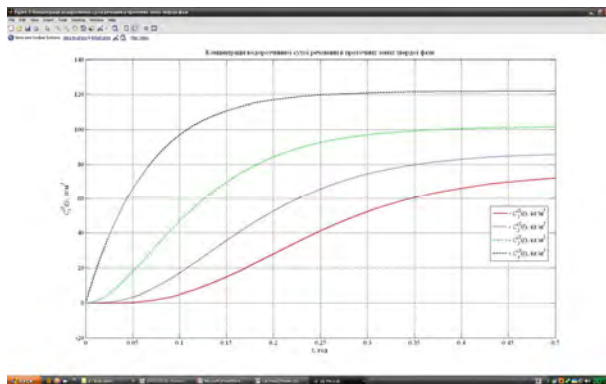


Рис. 7. Вміст екстрактивних речовин у проточних зонах твердої фази

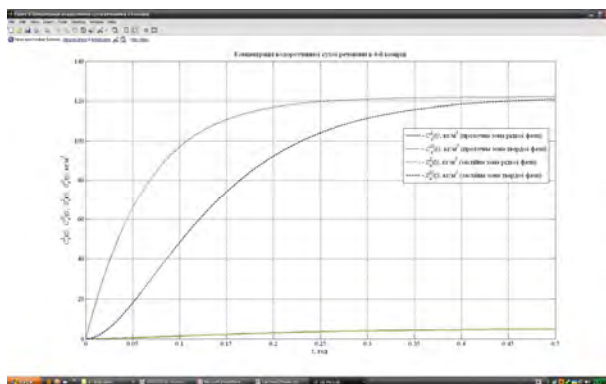


Рис. 8. Вміст екстрактивних речовин в  $n$ -ій комірці

### Висновки

У результаті аналітичних досліджень структури гідродинамічних робочих потоків в умовах твердофазового неперервного віброекстрагування з урахуванням щільності зовнішніх джерел накопичення цільового компонента на основі коміркової моделі із зворотними потоками отримано відповідні математичні моделі, які можуть бути використані на стадії проектування, конструювання віброекстракційної апаратури колонного типу та при розв'язанні оптимізаційних задач.

### Література

1. Зав'ялов В.Л. Особливості приводних систем екстракційного обладнання з коливальним ефектом робочого середовища / В.Л. Зав'ялов, В.С. Костюк, Т.Г. Мисюра, В.С. Бодров, Є.В. Костюк, Ю.В. Запорожець, Н.В. Попова // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. — Харків : НТУ «ХПІ». — 2016. — № 18(1190). — С. 30—39. — doi:10.20998/2413-4295.2016.12.01.
2. Зав'ялов В.Л. Математичний опис гідродинамічної структури потоків при безперервному віброекстрагуванні на основі коміркової моделі із застійними зонами / В.Л. Зав'ялов, О.П. Лобок, Т.Г. Мисюра, Ю.В. Запорожець, Н.В. Попова, В.С. Бодров. — Одеса : Наукові праці ОНАХТ. — 2016. — Том 2, № 48. — С. 75—78.
3. Городецкий И.Я. Вибрационные массообменные аппараты / И.Я. Городецкий, А.А. Васин, В.М. Олевский, П.А. Лупанов / под ред. В.М. Олевского. — Москва : Химия, 1980. — 192 с.
4. Vladimir Zavialov Development of mathematical models of external mass exchange under conditions of vibroextraction from vegetable raw materials. / Vladimir Zavialov, Viktor Bodrov, Taras Misyura, Nataliya Popova, Yuliya Zaporozhets Vadim Dekanskiy. — Chemistry & Chemical Technology, 2015, 9(3), 367—374.
5. Пат. винах. 86485 Україна, МІЖ<sup>6</sup> В 01 D 11/02. Вібраційний екстрактор / Зав'ялов В.Л., Запорожець Ю.В., Бодров В.С.; заявник та патентовласник Національний університет харчових технологій. — № a200707563; заявл. 05.07.07; опубл. 27.04.09, Бюл. № 8.
6. Зав'ялов В.Л. Математичне моделювання структури потоків в віброекстракторах безперервної дії колонного типу з віброуючою системою розділення фаз / В.Л. Зав'ялов, О.П. Лобок, Т.Г. Мисюра, Ю.В. Запорожець, Н.В. Попова, В.С. Бодров. — Одеса : Наукові праці ОНАХТ. — 2013. — Том 2, № 43. — С. 26—29.
7. Зав'ялов В.Л. Закономірності дії пульсууючих потоків в умовах протічечійного розділення фаз при віброекстрагуванні із рослинної сировини. / В.Л. Зав'ялов, Т.Г. Мисюра, В.С. Бодров, Ю.В. Запорожець, Н.В. Попова, В.С. Деканський. — Будапешт : Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. — 2015. — III (5), Issue:41. — С. 95—99.