

## LOAD FLEXIBLE CONNECTIONS IN TECHNICAL SYSTEMS

D. Pryhodii, K. Vasilkovskiy

National University of Food Technologies

---

**Key words:**

*Flexible connections*  
*Load*  
*Length*  
*Bypassing the contour*  
*Calculation*  
*Statics*  
*Dynamics*

---

**ABSTRACT**

The paper concerns the methods for determining loads of flexible links in technological transport equipment and actuators of the working bodies of machines.

Performance of transport systems is in the form of closed contours conveyors or elevators, or open in cases of transportation of film materials in the geometry of webs, tapes of paper, composite materials. In this case the isolation of trails is provided by the storage of the materials, billets, coils, bobbins. The sequence of technological operations is determined by the building and structure of machines when you use the discrete or continuous movement of the flexible elements.

Flexible connections are formed by the use of chains, straps, belts, ropes, plastic materials, etc. Proposed method is complementary to known technology payments "bypass circuit". It concerns the definition of loads in flexible connections in the conditions of sagging between the supporting rollers. In the article the calculation scheme and the analytical formalization of tension at critical points of the generated chain line, the flow of the forces acting on the area of the flexible connection, the graphics tension are given. It is shown that the task of selecting the length of the flexible connection is optimization, the algorithm for its solution is proposed. The calculations are summarized by graphical dependencies of determining the tension.

The presence of extrema in the resulting dependency and the need to limit a previous tension ties are proved. Methods of determining the parameters of the dynamic effects correspond to the principle of superposition. The obtained results about determining the strength parameters can be proposed for calculation of tensioning devices as a specific area of the flexible link can also perform this mission. It was created the possibility of matching cases of flexible connection on raichoor and on the reference plane.

---

**Article history:**

Received 10.01.2018  
Received in revised form  
22.01.2018  
Accepted 12.02.2018

---

**Corresponding author:**

D. Pryhodii  
**E-mail:**  
npnuht@ukr.net

---

DOI: 10.24263/2225-2924-2018-24-1-18

---

## НАВАНТАЖЕННЯ ГНУЧКИХ ЗВ'ЯЗКІВ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

Д.В. Пригодій, К.В. Васильківський

Національний університет харчових технологій

*У статті розроблено методика визначення навантажень гнучких зв'язків у технологічному транспоруючому обладнанні та приводах робочих органів*

машин. Виконання транспортних систем здійснюється у формі замкнених контурів конвеєрів та елеваторів або незамкнених у випадках транспортування плівкових матеріалів у геометрії стрічок, полотна паперу, комбінованих матеріалів. При цьому незамкнутість трас забезпечується накопичувачами матеріалів, заготовок, рулонів, бобін. Послідовність виконання технологічних операцій визначається побудовою і структурою машин при використанні дискретних або неперервних переміщень гнучких елементів.

Гнучкі зв'язки утворюються на основі використання ланцюгів, пасів, стрічок, тросів, плівкових матеріалів тощо. Запропонована методика доповнює відому технологію розрахунків «обходом по контуру» і стосується визначення навантажень на гнучкі зв'язки в умовах провисання між опорними роликками. Наведено розрахункову схему та аналітичну формалізацію натягу в критичних точках створюваної ланцюгової лінії, план сил, що діють на ділянках гнучкого зв'язку, графіки натягів. Показано, що задача вибору довжини гнучкого зв'язку є оптимізаційною, запропоновано алгоритм її розв'язку. Виконані розрахунки узагальнено графічними залежностями визначення натягу.

Доведено наявність екстремумів в отриманих залежностях і необхідність обмежувати попередній натяг зв'язків. Методики визначення параметрів динамічних впливів відповідають принципу суперпозиції. Отримані результати визначення силових параметрів можуть бути запропоновані для розрахунків натяжних пристроїв, оскільки певна ділянка гнучкого зв'язку може виконувати й таку місію. Створена можливість зіставлення випадків розташування гнучких зв'язків на роликоопорах і на опорній площині.

**Ключові слова:** гнучкі зв'язки, навантаження, довжина, обхід по контуру, розрахунок, статика, динаміка.

**Постановка проблеми.** Комплекси сучасних технологічних машин ґрунтуються на використанні жорстких і гнучких кінематичних та силових зв'язків і сучасних засобів синхронізації робочих органів й окремих пристроїв. Гнучкі зв'язки створюються на основі ланцюгів, пасів, тросів, стрічок, плівок пакувальних матеріалів тощо [1—3]. Вибір їх типорозмірів здійснюється на основі компромісів у бажанні задовольнити умови міцності й експлуатаційної надійності конструкцій і одночасного обмеження масових характеристик, динамічних навантажень та досягнення економічної доцільності. Межі між «мінімально» та «достатньо необхідним» забезпечуються врахуванням фізико-механічних властивостей конструкцій і матеріалів у системах гнучких зв'язків, бар'єрних властивостей, очікуваних статичних і динамічних навантажень та їх чисел циклів тощо. Значення має характер контуру, в якому експлуатується гнучкий зв'язок. Контур може бути замкнутим або незамкнутим, простим або складним, навантаженим одним або кількома силовими факторами та напрямками їх дії. Поєднання вказаних вимог потребує удосконалення методик розрахунків сучасних високопродуктивних машин [4—6].

**Метою дослідження** є розробка методики розрахунку натягів гнучких зв'язків на ділянках між роликооперами в гравітаційному полі.

**Матеріали і методи.** Об'єкт дослідження — статичні властивості механічних систем з гнучкими зв'язками. Предмет дослідження — навантаження пружних зв'язків та їх зв'язок з геометричними параметрами.

**Викладення основних результатів дослідження.** Розрахунок натягів у системах з гнучкими зв'язками виконується за відомою методикою «обходу по контуру», яка дає змогу розв'язувати задачі з визначення силових дій на окремих ділянках. Однак та обставина, що в таких системах наявні підтримуючі ролики, дає підстави розглянути статику гнучких зв'язків більш уважно. Це особливо важливо у випадках, коли гнучкі зв'язки здійснюються з використанням матеріалів обмеженої міцності.

До останніх, у тому числі, відносяться плівкові пакувальні матеріали для виготовлення індивідуальних упаковок, формування з них групових пакувань, скріплення транспортних одиниць тощо.

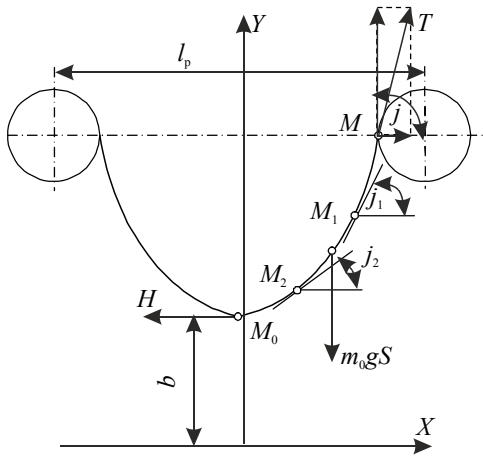


Рис. 1. Розрахункова схема для визначення натягу гнучкого зв'язку

Розрахунок і експлуатація таких систем пов'язана з дотриманням умов міцності, забезпеченням кінематичних параметрів і необхідністю заданих позиціонувань та пропускну здатності. Огинання і взаємодія гнучких зв'язків з рухомими та нерухомими елементами, ролюкооперами, барабанами тощо супроводжується силовими взаємодіями між ними на рівні нормальних реакцій і сил тертя. Точність визначення останніх має значення з точки зору інтересів можливостей передавання руху або гальмування в режимах вибігу. Звернемося до випадку, що стосується ділянки транспортування плівкових матеріалів, загальна обмежена міцність яких по-

требує підвищеної точності розрахункових моделей.

Вважатимемо, що ділянка гнучкого зв'язку довжиною  $2S$  розташована між двома роликами, які встановлені в горизонтальній площині на відстані  $l_p$  один від одного (рис. 1). Розглянемо частину гнучкого зв'язку, обмежену точками  $M$  і  $M_0$ , яка знаходиться в стані рівноваги під дією трьох сил [1]:

- натяг  $T$  діє по дотичній в точці  $M$  і складає з віссю  $OX$  кут  $\varphi$ ;
- натяг  $H$  в точці  $M_0$  діє по горизонталі;
- вага зв'язку  $m_0 g S$ , де  $m_0$  — погонна маса зв'язку,  $S$  — половина загальної довжини зв'язку.

Розклавши натяг  $T$  на горизонтальну і вертикальну складові, одержимо умови рівноваги:

$$T \cos \varphi = H ; \quad (1)$$

$$T \sin \varphi = m_0 g S . \quad (2)$$

Поділимо члени другого рівняння на члени першого і отримаємо:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{m_0 g S}{H} . \quad (3)$$

Для знаходження рівняння дуги  $S$  нагадаємо, що його можливо знайти у вигляді  $y = y(x)$ , де  $y(x)$  невідома функція, яку треба знайти. Оскільки

$$\operatorname{tg} \varphi = \dot{y}(x) = \frac{dy}{dx}, \quad (4)$$

то

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{a} S, \quad (5)$$

де  $a = H/(m_0g)$ .

Диференціюванням умови (5) одержуємо:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{dS}{dx}. \quad (6)$$

Відомо, що

$$\frac{dS}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}, \quad (7)$$

тому

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{a} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}. \quad (8)$$

Умова (8) пов'язує між собою першу і другу похідні від невідомої функції  $y$ . Відомо, що будь яка функція виду

$$y = aCh\left(\frac{x}{a} + C_1\right) + C_2 \quad (9)$$

відповідає рівнянню (8) за будь яких значень сталих  $C_1$  і  $C_2$ , а графіки функції (9) називають ланцюговими лініями.

За прийнятої геометрії системи можливо підібрати сталі  $C_1$  і  $C_2$ , щоб одержати ту ланцюгову лінію, найнижча точка  $M_0$  якої має координати  $(0, b)$ .

У зв'язку з тим, що при  $x = 0$  точка ланцюгової лінії займає найнижче положення, то дотична в ній горизонтальна, тобто  $dy/dx = 0$ . Тоді з умови (9) випливає:

$$\dot{y} = Sh\left(\frac{x}{a} + C_1\right). \quad (10)$$

Підстановкою  $x = 0$  одержуємо, що  $y = ShC_1$  і  $C_1 = 0$ . Якщо ордината точки  $M_0$  є  $b$ , то  $y = b$  при  $x = 0$ . З рівняння (9) при  $x = 0$  і  $C_1 = 0$  отримуємо:

$$b = \frac{a}{2}(1+1) + C_2 \text{ і } C_2 = b - a.$$

Остаточню маємо:

$$y = aCh\left(\frac{x}{a} + b - a\right). \quad (11)$$

Якщо ординату точки  $M_0$  прирівняти до  $a$ , то рівняння ланцюгової лінії записується так:

$$y = aCh \frac{x}{a} \quad (12)$$

Оскільки метою дослідження є виявлення силових проявів, підкреслимо, що перехід від точки  $M_0$  до точки  $M$  супроводжується зміною натягу від величини  $H$  до  $T$  і схема натягів може бути визначена. Побудуємо для початку трикутник сил з відомих складових (рис. 2).

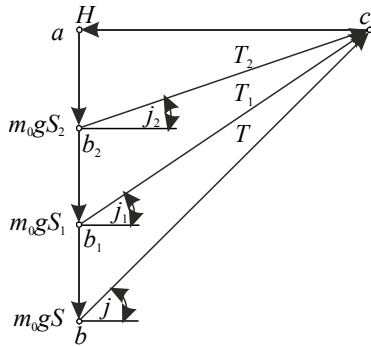


Рис. 2. План сил, що діють на ділянку гнучкого зв'язку

Якщо розглядати умову рівноваги на будь-якій довільно взятій дузі  $M_0-M_1$ ,  $M_0-M_2$  тощо (рис. 1), то можна побачити, що в кожному випадку значення натягу  $H$  має залишатись незмінним. Змінними ж будуть параметри  $m_0gS_1$ ,  $m_0gS_2...$  та відповідні їм  $T_1$ ,  $T_2...$ . Тоді відповідною підстановкою  $x_1$ ,  $x_2$  тощо з використанням умови (10) можемо знайти кути  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  тощо. Графічною побудовою плану сил (рис. 2) можемо отримати значення натягів  $T_1$ ,  $T_2$ . Підкреслимо, що при цьому одержуємо одночасно величини  $m_0gS_1$ ,  $m_0gS_2...$  і це означає, що виникає можливість за обраними координатами знайти довжини дуг  $M_0-M_1$ ,  $M_0-M_2...$

Оскільки масштаб плану сил

$$\mu_p = \frac{m_0gS}{(ab)} \text{ Н/мм,}$$

то

$$m_0gS_1 = (ab_1)\mu_p, \quad m_0gS_2 = (ab_2)\mu_p...$$

і

$$S_1 = \frac{(ab_1)\mu_p}{m_0g}; \quad S_2 = \frac{(ab_2)\mu_p}{m_0g} \quad (13) \text{—} (14)$$

Разом з тим відомо, що довжина дуги може бути обчислена за умовою [1]:

$$S_1 = aSh \frac{x_1}{a}; \quad S_2 = aSh \frac{x_2}{a} \quad (15) \text{—} (16)$$

Таким чином, вірність виконаних підрахунків може бути визначена зіставленням двох значень.

З плану сил (рис. 2) випливає, що числові значення натягів найменших  $H$  і найбільших  $T$  залежать від таких показників, як  $m_0gS$  та величини  $\varphi$ , яка відповідає найбільшому  $T$ . При цьому обидва ці показники залежать від довжини зв'язку на цій ділянці. Іншими словами, сформулюємо таке положення:

збільшенням довжини гнучкого зв'язку  $S$  збільшуємо  $m_0gS$  і одночасно зменшуємо кут  $\varphi$ , а тому задача вибору  $S$  виглядає як оптимізаційна.

Алгоритм розв'язку оптимізаційної задачі має таку послідовність:

1. Орієнтуючись на задану величину відстані  $\ell_p$  між роликами значення довжини зв'язку визначимо так:

$$S = 0,5k \ell_p, \quad (17)$$

де  $k$  — коефіцієнт запасу і  $k = 1,05; 1,1; 1,15 \dots$

2. Визначаємо вагу зв'язку:

$$G_{\text{л}} = m_0gS = 0,5m_0gk \ell_p. \quad (18)$$

3. Оскільки в умові (3) наявні дві невідомі величини, то з урахуванням того, що  $\text{tg}\varphi = \dot{y}$ , запишемо

$$\dot{y} = \frac{m_0gS}{H} = \frac{m_0gS}{am_0S} = \frac{\ell}{a}. \quad (19)$$

У зв'язку з тим, що  $\dot{y} = Sh(x/a)$ , отримаємо:

$$Sh \frac{x}{a} = \frac{\ell}{a}. \quad (20)$$

Але

$$Sh \frac{x}{a} = 0,5(e^{x/a} - e^{-x/a}) \quad (21)$$

і

$$0,5(e^{x/a} - e^{-x/a}) = \frac{\ell}{a}. \quad (22)$$

В одержаному рівнянні маємо одну невідому величину  $a$ , яка при заданому значенні  $x$  може бути знайдена. На основі того, що радіусом ролика порівняно з величиною  $\ell_p/2$  можна знехтувати, прийmemo, що  $x \approx \ell_p / 2$ . Тоді отримаємо:

$$0,5(e^{\ell_p/2a} - e^{-\ell_p/2a}) = \frac{1}{a}. \quad (23)$$

Умову (23) розв'яжемо з використанням методу ітерацій.

4. Із знайденої величини  $a$  визначаємо натяг зв'язку в точці  $M_0$ :

$$H = am_0g.$$

5. За умовою

$$T_{\text{max}} = \frac{H}{\cos\left(\arctg\left(Sh \frac{\ell_p}{2a}\right)\right)} \quad (24)$$

знайдемо значення максимального натягу гнучкого зв'язку, який відповідає прийнятним параметрам і величині  $k$ . У зв'язку зі зміною величини  $k$  кожного

## ПРОЦЕСИ І АПАРАТИ ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ

разу одержуємо нові значення величини  $T_{\max}$  і в результаті визначимо ту довжину зв'язку, яка мінімізує вказану функцію. Очевидно, що саме вона відповідає умові оптимізації вибору параметрів.

Результати розрахунків з використанням одержаних залежностей натягів  $H$  і  $T$  від величини  $k$  наведені в таблиці і на рис. 3.

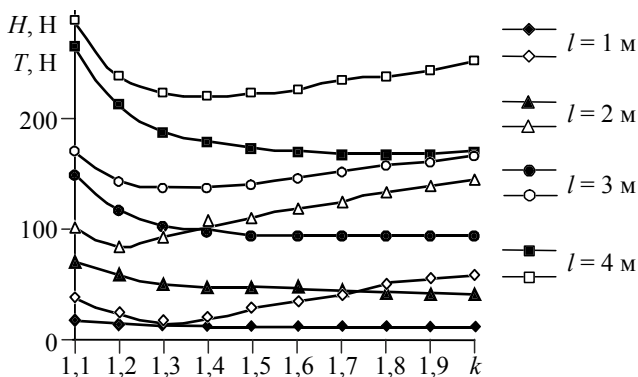


Рис. 3. Залежність натягів  $H$  і  $T$  від величини  $k$  за різних значень  $l$

Таблиця. Розрахунки з визначення складових натягів ланцюгів

$k$	$l_p = 1 \text{ м}$			$l_p = 2 \text{ м}$		
	$a$	$H$	$T$	$a$	$H$	$T$
1	2	3	4	5	6	7
1,1	0,66	17,06	36,54	1,30	67,21	102,62
1,2	0,47	13,24	31,15	0,93	52,45	84,76
1,3	0,39	11,87	14,97	0,77	47,05	103,02
1,4	0,34	11,20	15,94	0,68	44,74	108,39
1,5	0,31	10,86	36,88	0,61	43,00	114,25
1,6	0,29	10,70	39,10	0,56	42,11	120,31
1,7	0,27	10,63	41,34	0,53	42,35	127,11
1,8	0,25	10,65	43,60	0,50	42,30	133,80
1,9	0,24	10,70	45,60	0,47	41,97	140,37
2,0	0,23	10,78	48,22	0,45	42,30	147,20
2,5	0,19	11,50	59,87	—	—	—
1,001	—	—	—	12,91	607,38	609,00
1,0005	9,13	214,70	215,98	18,00	846,40	847,80
1,0001	20,41	479,70	480,00	40,00	940,00	941,00
$k$	$l_p = 3 \text{ м}$			$l_p = 4 \text{ м}$		
	$a$	$H$	$T$	$a$	$H$	$T$
1,1	1,96	151,99	170,63	2,61	265,90	289,00
1,2	1,40	118,44	145,60	1,87	210,50	239,70
1,3	1,16	106,31	140,37	1,15	189,40	225,40
1,4	1,02	100,67	140,98	1,36	179,00	222,20
1,5	0,92	97,28	142,48	1,27	173,40	223,50
1,6	0,85	95,88	148,00	1,13	170,00	227,00
1,7	0,79	94,68	152,74	1,06	169,40	233,00
1,8	0,75	95,18	158,60	1,00	169,20	239,30
1,9	0,71	95,10	164,30	0,95	167,70	246,40
2,0	0,68	95,08	170,10	0,91	170,08	254,20

*Продовження таблиці*

1	2	3	4	5	6	7
2,5	—	—	—	—	—	—
1,001	19,00	134,08	1 342,70	25,00	2 352,35	2 352,40
1,0005	27,00	1 904,45	1 905,80	36,00	3 385,60	3 386,90
1,0001	61,00	4 300,00	4 300,00	81,00	7 615,00	7 615,60

Як і передбачалося раніше, рис. 3 ілюструє наявність екстремумів у залежностях. Це означає, що перевищення довжини гнучкого зв'язку над довжиною контуру доцільно планувати.

### **Висновки**

Оптимальний вибір довжини гнучкого зв'язку за силовими показниками не обов'язково відповідатиме економічним критеріям оптимальності. Однак дуже малі значення  $k$  супроводжуються надзвичайним зростанням показників  $H$  і  $T$ . У зв'язку з цим необхідно обмежувати попереднє натягування зв'язків.

Збільшення величини натягів  $T_{\max}$  за інших рівних умов викликає більшу силову дію на ролики, що супроводжується збільшеними енерговитратами та збільшеним прогином роликів. При цьому викладена теорія розрахунків лише доповнює відому методику «обходу по контуру», методики визначення параметрів динамічних впливів тощо, оскільки діє принцип незалежності дії.

Накопичений досвід у визначенні натягів на ділянці холостої гілки може бути застосований для розрахунків натяжних пристроїв, оскільки певна ділянка самої гілки може виконувати таку місію. Крім того, з'являється можливість зіставлення випадків розташування холостої гілки на роликах із розташуванням на опорній площині.

### **Література**

1. *Вирченко Н.А.* Графики функций : справочник / Н.А. Вирченко, И.И. Ляшко, К.Н. Шведов. — Київ : Наукова думка, 1981. — 320 с.
2. *Соколенко А.* Ограничение динамических нагрузок в приводах технологических машин линий упаковывания / А. Соколенко, К. Васильковский, В. Костюк // Научни трудове на университет по хранителни технологии. Пловдив. — 2015. — Том LXII. — С. 777—781.
3. *Бут С.А.* Развитие технологичных комплексов у разных галузях виробництва / С.А. Бут, А.І. Соколенко, К.В. Васильківський // Науковий журнал «Технологічні комплекси». — 2014. — № 2(10). — С. 86—90.
4. *Соколенко А.* Взаимосвязь между кинематическими и энергетическими параметрами в упаковочной технике / А. Соколенко, К. Васильковский, С. Бут // Русенски университет «Ангел Кънчев». Научни трудове. — Том 53. — Серия 10.2. Биотехнологии и хранителни технологии. — Русе : 2014. — С. 59—64.
5. *Vasilkovskiy K.* Determination of tension of film during the wrapping of pallet pouch / К. Vasilkovskiy, А. Sokolenko // Journal of Food and Packaging Science, Technique and Technologies. — 2014. — Year II, № 3. — P. 5—7.
6. *Соколенко А.І.* Інновації в сучасних харчових технологіях / А.І. Соколенко, В.А. Піддубний, О.А. Білик, І.Ф. Максименко // Науковий журнал «Технологічні комплекси». — 2013. — № 1(7). — С. 117—119.