

**АНАЛИЗ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ГАРМОНИЧЕСКИМИ СИГНАЛАМИ  
ОБОБЩЕННОГО КЛАССА**

**АНАЛІЗ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ГАРМОНІЙНИХ СИГНАЛІВ УЗАГАЛЬНЕНОГО КЛАСУ**

**ANALYSIS OF TRANSMISSION SYSTEMS THAT ARE USING GENERALIZED CLASS  
HARMONIC SIGNALS**

**Аннотация.** Предлагается сравнительный анализ вариантов построения систем передачи ортогональными гармоническими сигналами обобщенного класса, основанный на расчете интерференционных помех, порожденных линейными искажениями сигналов.

**Анотація.** Пропонується порівняльний аналіз варіантів побудови систем передачі ортогональними гармонічними сигналами узагальненого класу, який заснований на розрахунку інтерференційних завад, породжених лінійними спотвореннями сигналів.

**Summary.** The comparative analysis of transmission systems designing variants that are using generalized class orthogonal harmonic signals, based on the calculation of the interference noise generated by linear distortions of signals, is offered.

Широкое распространение в современных телекоммуникациях получили технологии и системы передачи (СП), использующие для передачи множество ортогональных гармонических сигналов (ОГС), одновременно и независимо модулируемых передаваемыми информационными сигналами – СП ОГС с OFDM-модуляцией (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [1...6]. Примером таких технологий служат радиотехнологии WiMAX, Wi-Fi, проводные технологии – xDSL, PLC и другие. Используемые в этих технологиях широкополосные сигналы являются одним из видов широкого класса (обобщенного класса) ОГС предложенных в [1], которые могут быть использованы для целей передачи информации.

Системы сигналов обобщенного класса ОГС, синтезированные в соответствии с методом, предложенном в [1], описываются выражением:

$$\left\{ \sqrt{u(t)} e^{i\omega_0 t} \right\}_{t=0}^{n-1}, -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}, \omega_0 = 2\pi f_0, \tau_0 = \frac{1}{f_0}, \quad (1)$$

и ортогональны на интервале  $T$ :

$$\int_{-T/2}^{T/2} \sqrt{u(t)} e^{i\omega_0 t} \sqrt{u(t)} e^{-ik\omega_0 t} dt = \begin{cases} 1, & l = k \\ 0, & l \neq k \end{cases}, \quad (2)$$

где  $f_0$  – разнос между частотами соседних гармонических функций, входящих в состав функций (1);  $n$  – число функций;  $T$  – длительность тактового интервала (функций);  $\tau_0$  – интервал ортогональности;  $u(t)$  – огибающая.

В соответствие с формулами (1, 2) возможны различные варианты построения СП ОГС. Возникает вопрос сравнения характеристик соответствующих СП. **Целью данной статьи** является анализ интерференционных помех, порождаемых в СП линейными искажениями передаточной функции (ПФ) каналов связи.

На рис. 1 приведена обобщенная структурная схема  $l$ -го канала СП ОГС обобщенного класса. Ее отличает от схемы традиционной СП ОГС наличие перемножителей на функции  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  сигналов на выходе передатчика и входе приемника СП. Разные варианты построения СП ОГС определяются (задаются) выбором значений функций  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  в соответствии с таблицей (табл. 1).

Таблица – 1 Варианты построения СП ОГС

| Варианты СП | $u_1(t)$           | $u_2(t)$           |
|-------------|--------------------|--------------------|
| 1           | 1                  | 1                  |
| 2           | $\sqrt{u(t - pT)}$ | $\sqrt{u(t - pT)}$ |
| 3           | 1                  | $u(t - pT)$        |
| 4           | $u(t - pT)$        | 1                  |

Передаваемые на  $p$  – м тактовом интервале информационные символы  $a_{lp}$  и  $b_{lp}$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ;  $p = \pm 0, \pm 1, \pm 2; \dots \pm \infty$  модулируют независимо квадратурные несущие  $\cos l\omega_0(t - pT)$  и  $\sin l\omega_0(t - pT)$ , а суммарный сигнал умножается на функцию  $u_1(t)$ . На приемной стороне принятый из канала связи сигнал умножается на функцию  $u_2(t)$ , а затем осуществляется его корреляционная обработка на интервале ортогональности  $\tau_0$  в традиционной СП ОГС и на интервале  $T$  в СП ОГС обобщенного класса.

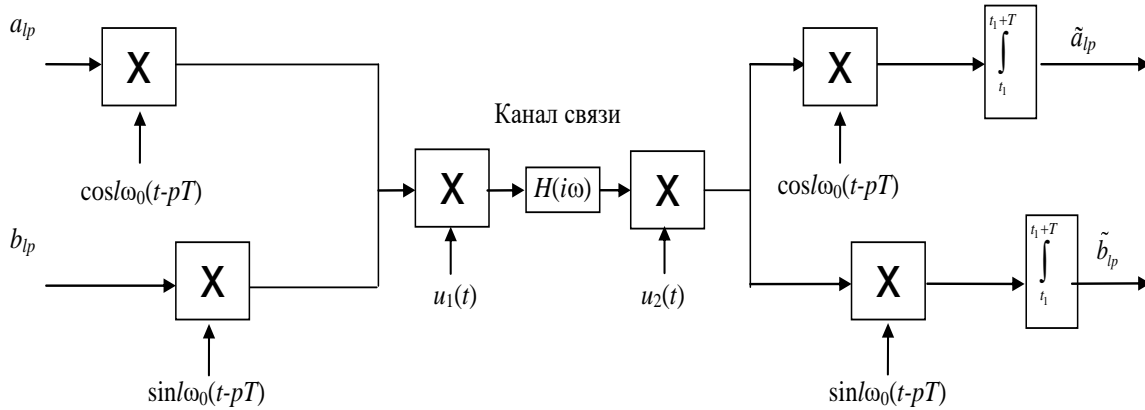


Рисунок 1 – Обобщенная структурная схема  $l$  – го канала СП ОГС

Очевидно, что предложенные варианты построения СП ОГС обладают разными характеристиками помехоустойчивости как по отношению к аддитивным, так и по отношению к интерференционным помехам. В силу малой изученности оценка интерференционных помех, порождаемых в каналах СП ОГС линейными искажениями ПФ канала связи, представляет особый интерес. Методика для расчета интерференционных помех в СП ОГС с сигналами общего вида приведена в [7]. Сущность данной методики сводится к следующему.

Дискретизированный групповой сигнал СП ОГС на тактовом интервале длительностью  $T$  описывается суммой:

$$x(k\tau) = x_k = \sqrt{u(k)} \cdot \sum_{l=1}^n [a_l \cos \omega_l k\tau + b_l \sin \omega_l k\tau], \quad k = 0, 1, \dots, N_T, \quad (3)$$

где  $u(k)$  – дискретная огибающая группового сигнала;  $n$  – число ортогональных несущих в СП ОГС;  $\omega_l = 2\pi f_0 l$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$  – несущие частоты;  $f_0 = 1/\tau_0$ ;  $N_T = T/\tau_0$  – число отсчетов единичного элемента (посылки) сигнала;  $\tau_0 = 1/f_d$ ,  $f_d$  – частота дискретизации сигнала.

Для дискретного представления сигнала число отсчетов на интервале  $\tau_0$  равно  $N = \frac{\tau_0}{\tau}$ .

Результат прохождения сигнала (1) через канал связи, описываемый дискретной импульсной реакцией (ИР):

$$g(r\tau) = g_r, \quad r = 0, 1, \dots, R-1,$$

где  $R$  – число отсчетов ИР канала, описывается дискретной сверткой:

$$y_k = \sum_{r=0}^{R-1} g_r \cdot x_{k-r}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N_T + R - 2. \quad (4)$$

Рис. 2 иллюстрирует сигналы, соответствующие формуле (4) и интервалам обработки сигналов в корреляторе приемника СП ОГС. Длительность сигнала на выходе канала больше его длительности на входе на длительность ИР. В результате этого корреляционная обработка на интервале длительности тактового интервала  $T$  независимо от характеристики ИР канала передачи ( $g_r$  – не  $\delta$  – функция) порождает собственные искажения посылок, приводящие к собственным искажениям и межканальным помехам. Во – вторых, в интервал интегрирования попадают сигналы последствия и преддействия предыдущих ( $x_k^-$ ) и последующих ( $x_k^+$ ) посылок, приводящие к возникновению собственных межсимвольных и межсимвольно-межканальных помех.

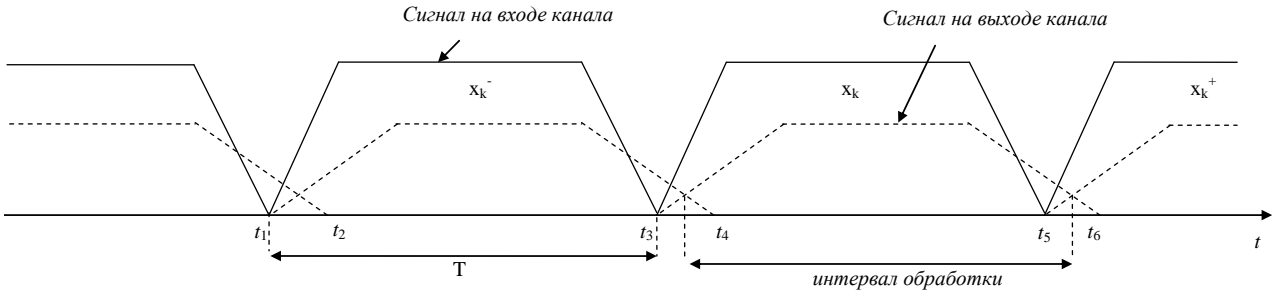


Рисунок 2 – Последовательности сигналов на входе и выходе канала связи

Мощность интерференционных помех, порождаемых линейными искажениями ПФ канала связи оценивается как процентное соотношение эффективных значений интерференционной помехи  $\bar{\varepsilon}_l$  и сигнала  $\bar{s}_l$  в  $l$ -м канале СП ОГС на входе приемника (дальнейшие формулы приведены для варианта СП ОГС, показанного на рис. 2):

$$h_l = \frac{\bar{\varepsilon}_l}{\bar{s}_l} \cdot 100 \% = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}_l^2}{\bar{s}_l^2}} \cdot 100 \%, \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где  $\bar{\varepsilon}_l^2$  – мощность интерференционной помехи;  $\bar{s}_l^2$  – мощность сигнала на входе приемника СП ОГС;  $\bar{\varepsilon}_l^2$  определяется по формуле:

$$\bar{\varepsilon}_l^2 = \sum_{k=0}^{N_T-1} \sum_{q=0}^{N_T-1} \mu_{kq} \sqrt{u(k) \cdot u(q)} \cdot \cos \left[ \frac{2\pi(l+m-1)(k-q)}{N_T} \right], \quad l = 1, 2, \dots, N_T, \quad (6)$$

где

$$\mu_{kq} = \begin{cases} 2 \sum_{i=k+k_T+1}^{R-1} \sum_{j=q+k_T+1}^{R-1} g_i g_j B_{|k+j-q-i|} \cdot \sqrt{u_{i-1-k-k_T} \cdot u_{j-1-q-k_T}}, & k \leq R-2-k_T \wedge q \leq R-2-k_T, \\ 2 \sum_{i=0}^{k+k_T-N_T} \sum_{j=0}^{q+k_T-N_T} g_i g_j B_{|k+j-q-i|} \cdot \sqrt{u_{2N+2L-1+i-k-k_T} \cdot u_{2N+2L-1+j-q-k_T}}, & k \geq N_T-k_T \wedge q \geq N_T-k_T, \\ \sum_{i=k+k_T+1}^{R-1} \sum_{j=0}^{q+k_T-N_T} g_i g_j B_{|2N+2L+k+j-q-i|} \cdot \sqrt{u_{i-1-k-k_T} \cdot u_{2N+2L-1+j-q-k_T}}, & k \leq R-2-k_T \wedge q \geq N_T-k_T, \\ \sum_{i=0}^{k+k_T-N_T} \sum_{j=q+k_T+1}^{R-1} g_i g_j B_{|2N+2L+q+i-k-j|} \cdot \sqrt{u_{2N+2L-1+i-k-k_T} \cdot u_{j-1-q-k_T}}, & q \leq R-2-k_T \wedge k \geq N_T-k_T, \end{cases} \quad (7)$$

где  $g_i$  – значение  $i$ -го отсчета ИР канала связи;  $k_T$  – номер отсчета группового сигнала, с которого начинается его корреляционная обработка в приемнике:

$$B_x = \sigma^2 \sum_{l=1}^n \cos \left( \pi \cdot x \cdot \frac{l+m-1}{n} \right), \quad (8)$$

где корреляционная функция случайного процесса (1);  $\sigma$  – дисперсия информационных параметров  $a_l$  и  $b_l$ , модулирующих гармонические несущие.

Для варианта СП-1 в формулах (6) и (7) отсутствует функция  $u(k)$ , для варианта СП-2 в формуле (6) и (7) присутствует функция корень квадратный; для варианта СП-3 в формуле (6) присутствует функция  $u(k)$ , а в формуле (7) отсутствует функция  $u(k)$ ; для варианта СП-4 в формуле (6) отсутствует функция  $u(k)$ , а в формуле (7) присутствует функция  $u(k)$ .

Мощность  $\bar{s}_l^2$  сигнала на входе приемника СП ОГС общего вида определяется по формуле:

$$s_l^{-2} = P_l N_T^2 \sigma^2 \left| \sum_{r=0}^{R-1} g_r e^{-i \frac{2\pi(l+m-1)r}{N}} \right|^2, l = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

где

$$P_l = \sum_{k=0}^{N_T-1} \frac{u(k)}{N_T} \left[ \sin \left( 2\pi \frac{(l+m-1) \cdot k}{N} \right) \right]^2. \quad (10)$$

По приведенной методике были рассчитаны интерференционные помехи в каналах СП, порождаемые линейными искажениями сигналов каналом связи. В расчетах использовались характеристики: СП по технологии ADSL 2+, телефонного кабеля ТПП 0,5 длиной 3 и 4 км. В качестве огибающего сигнала  $u(t)$  выбиралась оптимальная косинусквадратичная функция [8].

Соответствующие трехмерные графики для СП-1, СП-2, СП-3, СП-4 приведены на рис. 3 – 6. Двухмерные графики рис. 7 и 9 показывают распределение усредненной по каналам  $\tilde{h}_{kT}$  в зависимости от момента синхронизации:

$$\tilde{h}_{kT} = \frac{\sum_{l_1=33}^{l_2=511} h_{l_{kT}}}{479},$$

где  $l_1, l_2$  – номера первого и последнего сигналов СП ADSL2+.

Графики на рис. 8 и 10 иллюстрируют значения интерференционных помех в каналах СП для оптимального значения  $k_T$ .

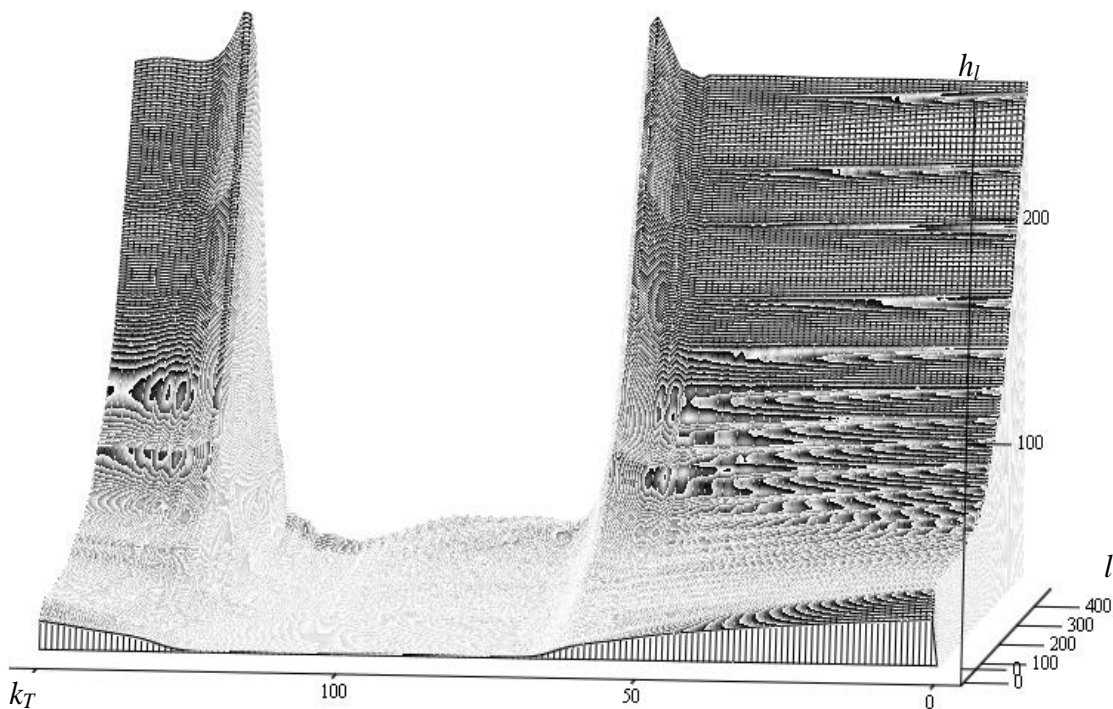


Рисунок 3 – Распределение  $h_l$  по каналам СП-1 в зависимости от  $k_T$  ( $L = 3$  км)

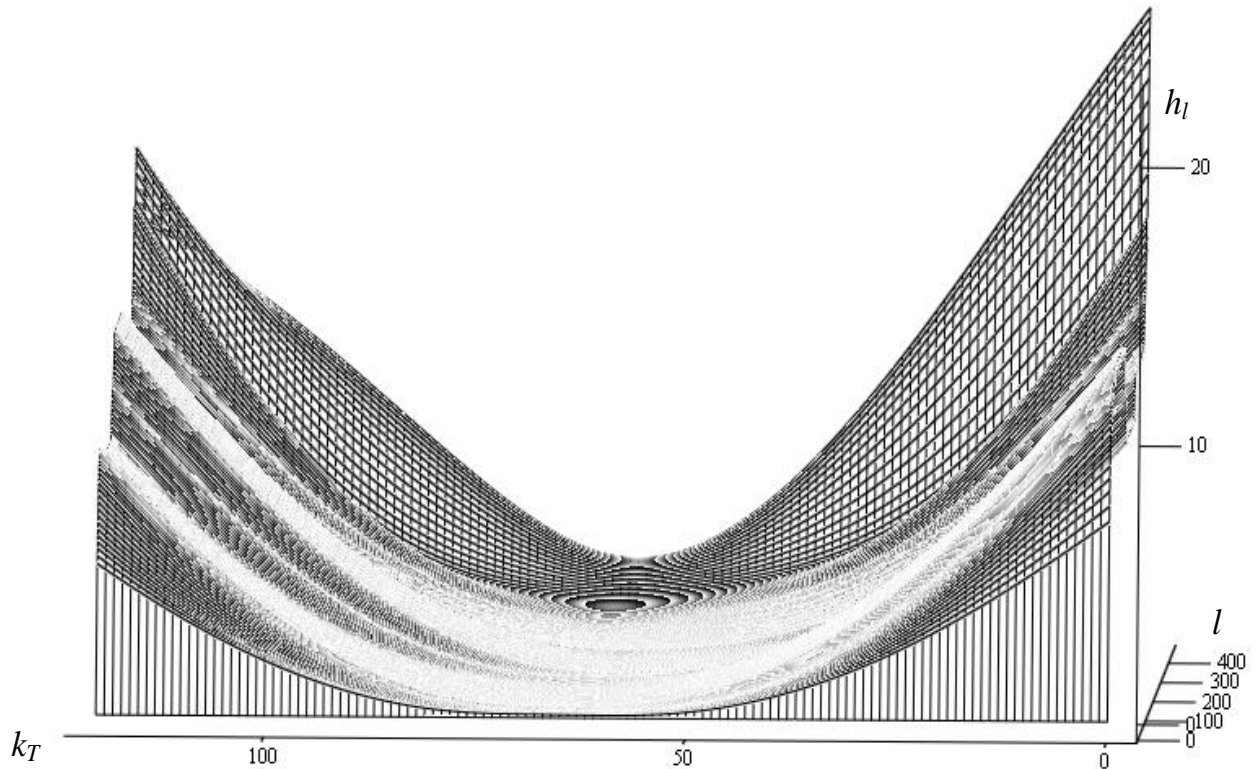


Рисунок 4 – Распределение  $h_l$  по каналам СП-2 в зависимости от  $k_T$  ( $L = 3$  км)

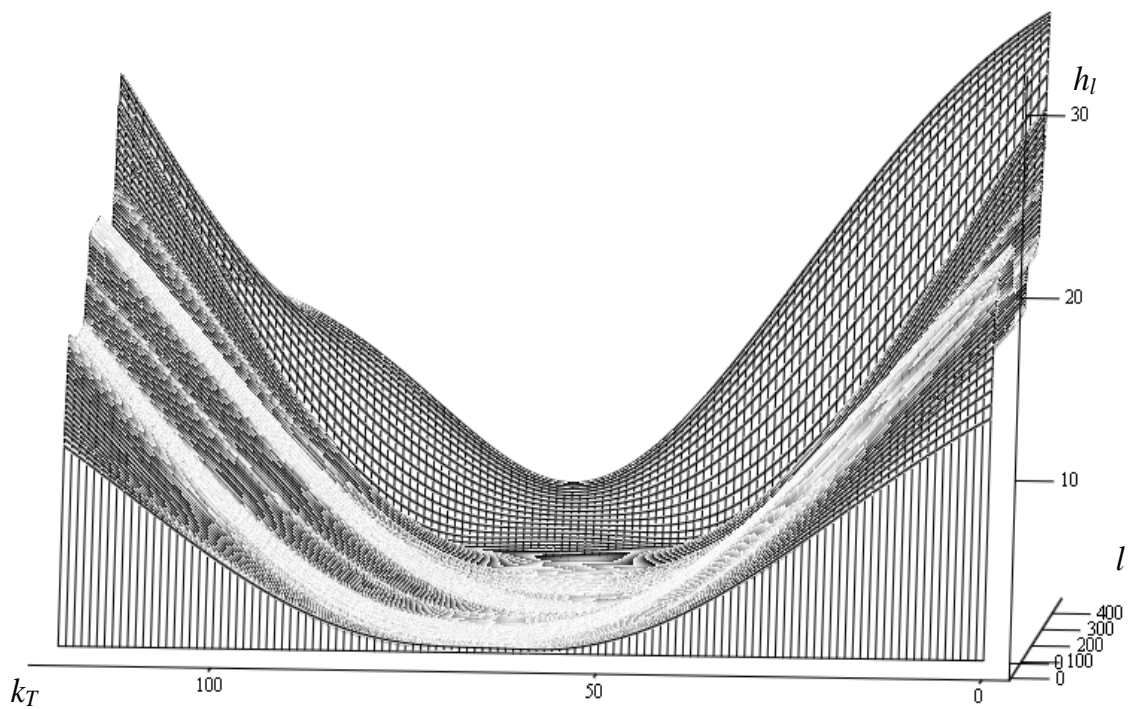


Рисунок 5 – Распределение  $h_l$  по каналам СП-3 в зависимости от  $k_T$  ( $L = 3$  км)

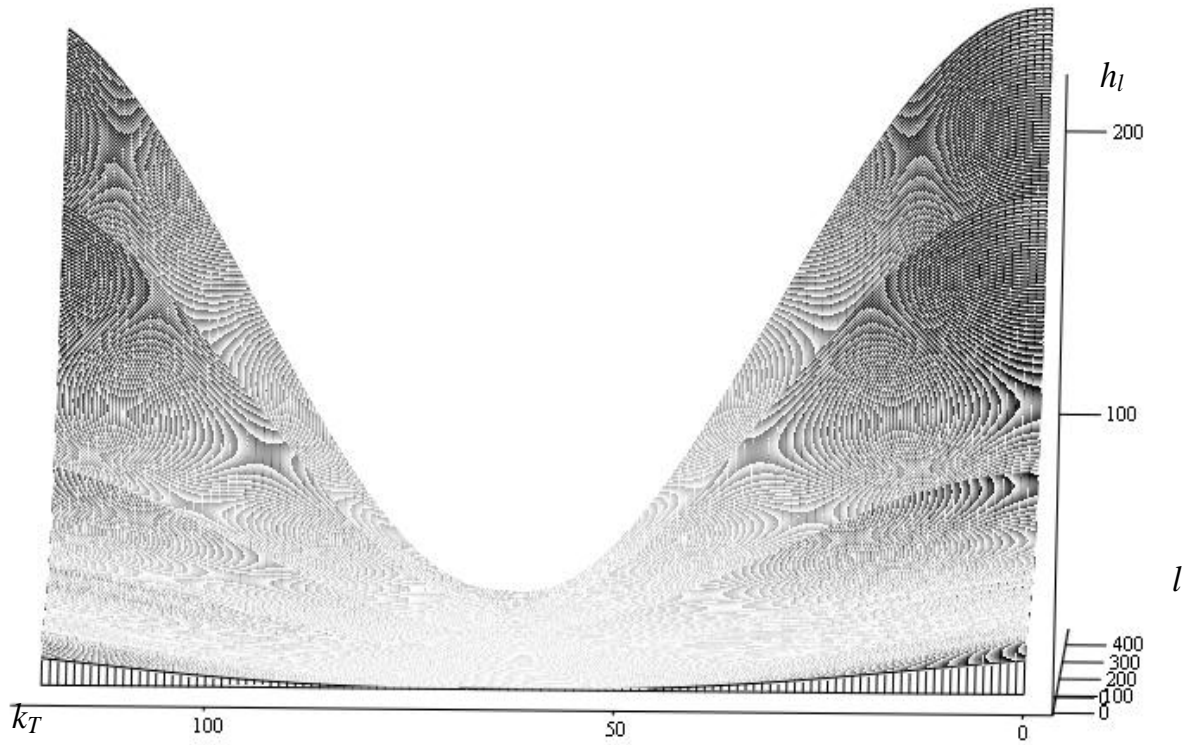


Рисунок 6 – Распределение  $h_l$  по каналам СП-4 в зависимости от  $k_T$  ( $L = 3$  км)

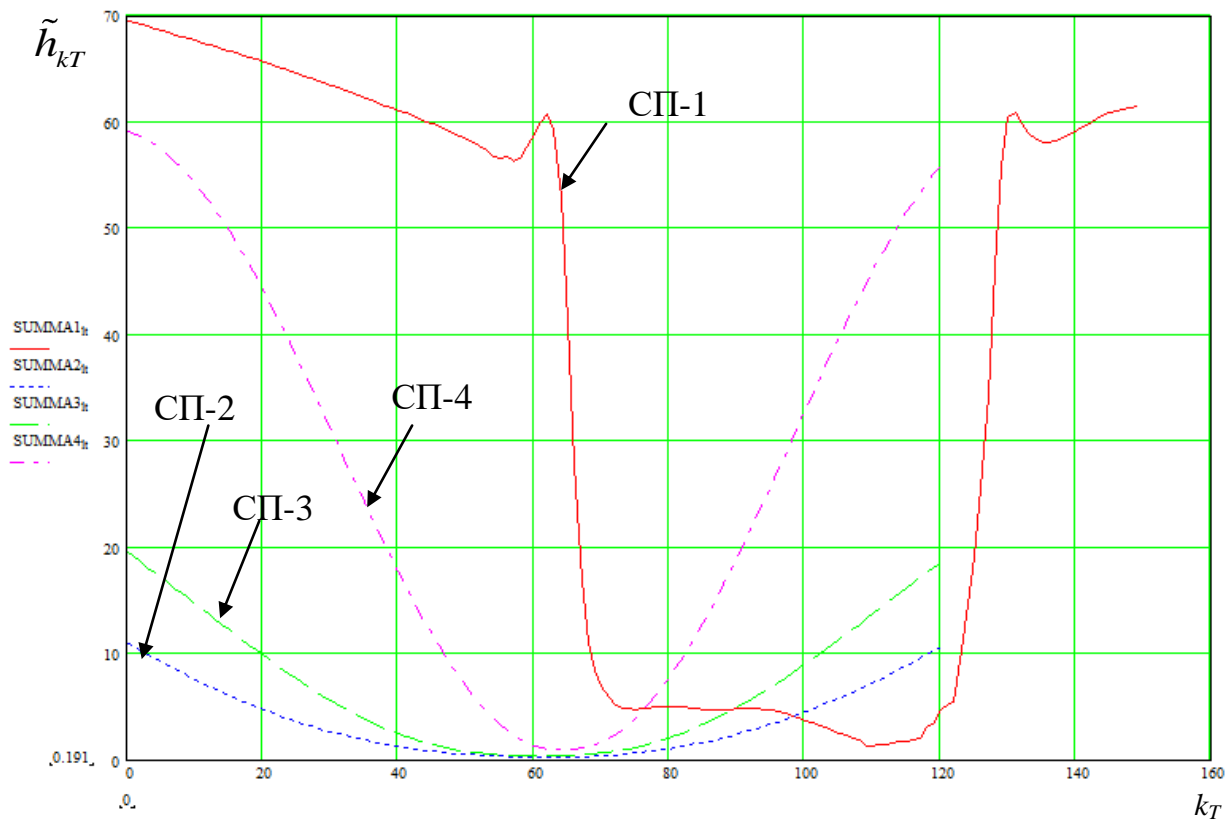


Рисунок 7 – Распределение усредненной по каналам  $\tilde{h}_{kT}$  в зависимости от синхронизации ( $L = 3$  км,  $d = 0,5$ мм)

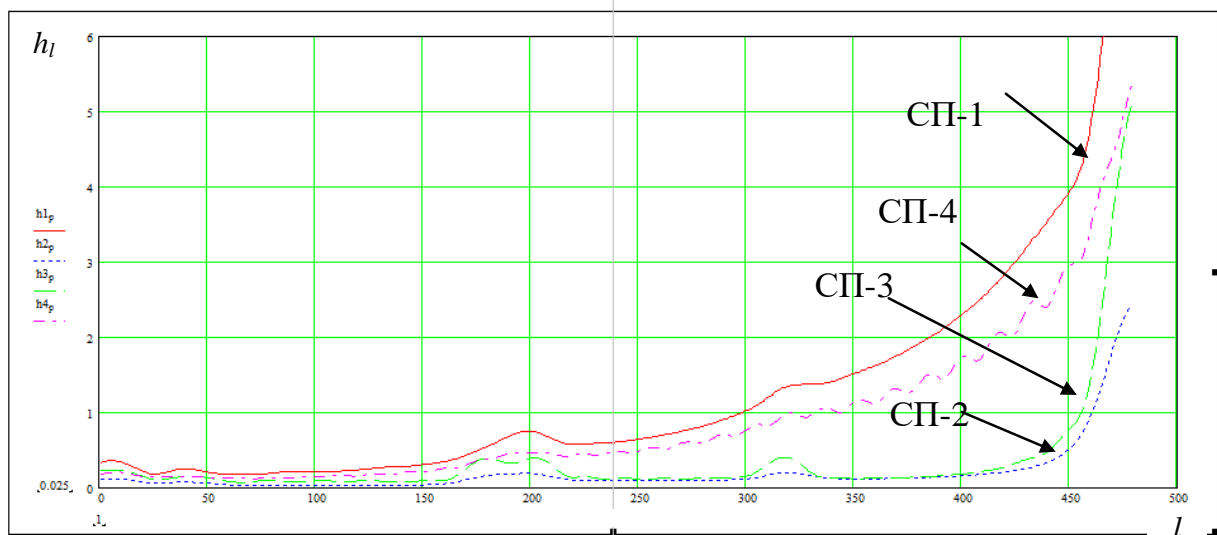


Рисунок 8 – Зависимость  $h_l$  от  $l$  при оптимальном  $k_T$  ( $L = 3$  км)

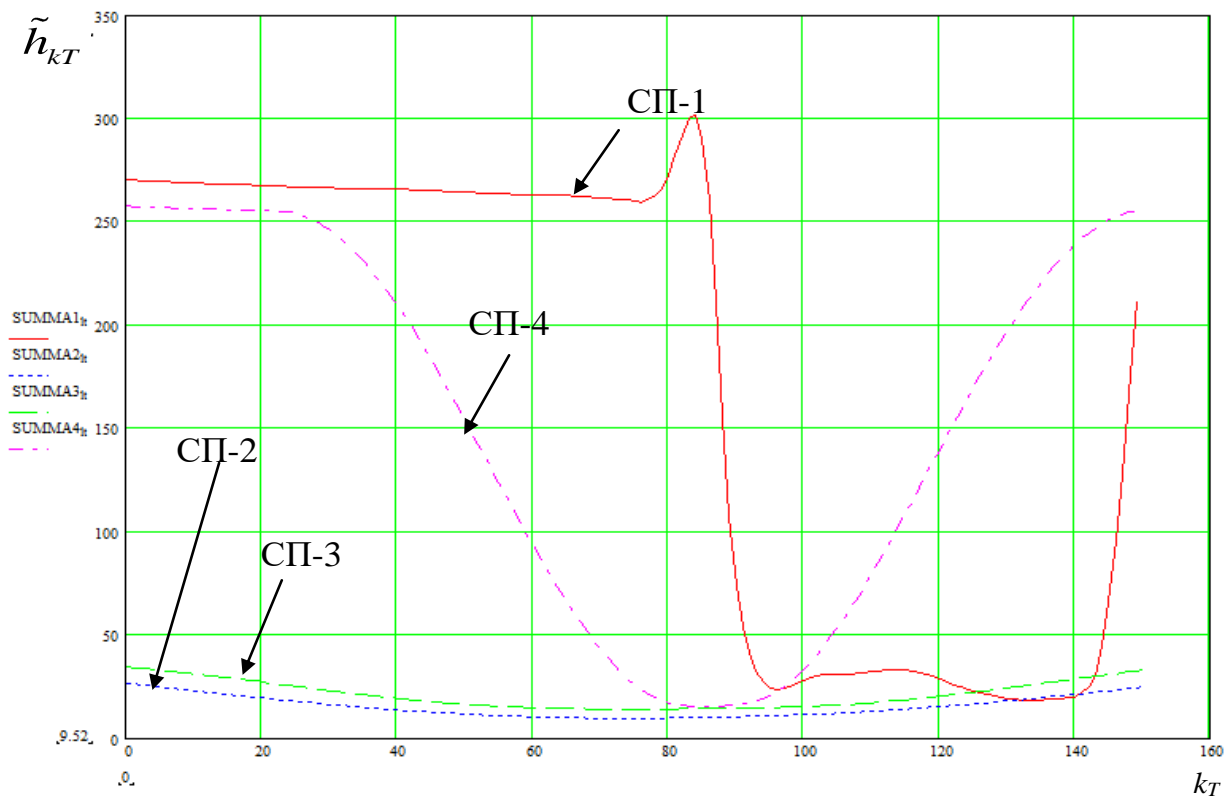


Рисунок 9 – Распределение усредненной по каналам  $\tilde{h}_{kT}$  в зависимости от синхронизации ( $L = 4$  км,  $d = 0,5$ мм)

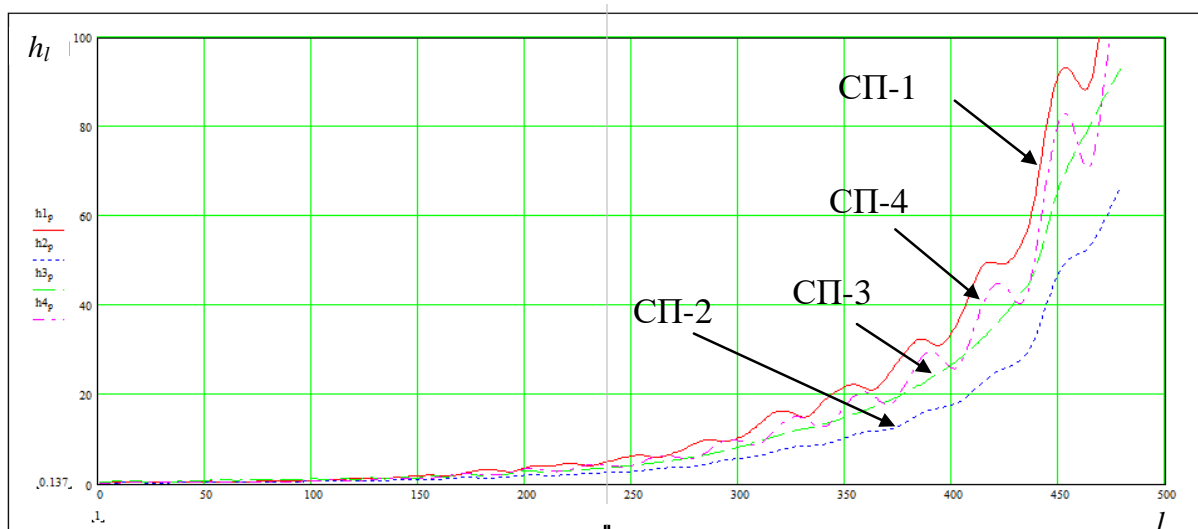


Рисунок 10 – Залежність  $h_l$  від  $l$  при оптимальному  $k_T$  ( $L = 4$  км)

Заключення. В результаті проведеного дослідження різних варіантів побудови СП ОГС, використовуючих оптимальні ОГС обобщеного класу, виявлено, що найменші інтерференційні поєми, викликані лінійними спотвореннями сигналів каналами зв'язу, породжуються в СП – 2, використовуючими на передачі і прийомі ОГС з опуклою  $\sqrt{u(t - pT)}$ . СП – 2 і СП – 3 також найменш вимогливі до точності тактової синхронізації і мають найкращі характеристики.

#### Література

1. *Балашов В.А.* Ортогональні гармонічні сигнали для широкополосних систем передачі / В.А. Балашов, Л.М. Ляховецький, І.Б. Барба // Загальногалузевий науково-виробничий журнал «Зв'язок». – 2012. – № 3. – С. 17 – 20.
2. *Барба І.Б.* Покращення вичислювальної ефективності демодуляції сигналів систем передачі з ОГС / І.Б. Барба // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2013. – № 1. – С.134-139.
3. *Ипатов В.П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов / Ипатов В.П. – М.: Техносфера, 2007. – 488 с.
4. *Берлин А. Н.* Цифровые сотовые системы связи / Берлин А.Н. – М.: Эко-Трендз, 2007. – 296 с.
5. *Балашов В. А.* Системы передачи ортогональными гармоническими сигналами / Балашов В.А., Воробийченко П.П., Ляховецький Л.М. – М.:Эко-Трендз, 2012. – 228 с.: ил.
6. *Бондарчук А.П.* Порівняльний аналіз технологій CDMA і OFDM / А.П. Бондарчук // Загальногалузевий науково-виробничий журнал «Зв'язок». – 2011. – № 3. – С. 31 – 32.
7. *Балашов В.А.* Інтерференційні поєми в системах передачі гармонічними сигналами обобщеного класу / В.А. Балашов, Л.М. Ляховецький, І.Б.Барба // Сборник научных трудов SWorld. – 2014. – Выпуск 1. – Том 9. – С. 79 – 86.
8. *Балашов В.А.* Синтез передаточних функцій каналів передачі, задовольняючих критерію Найквіста / В.А. Балашов, І.Б. Барба // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2011. – № 2. – С. 35 – 42.