

РАДИОТЕХНІКА, ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЯ ТА ЕЛЕКТРОНІКА

Частина 1

УДК 621.396.677.3

ЛИНЕЙНЫЕ Δ -ФРАКТАЛЫ И ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФРАКТАЛЬНЫХ МОНОПОЛЕЙ

Цалиев Т.А.

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1
tamerlan.tsaliev@gmail.com

ЛІНІЙНІ Δ -ФРАКТАЛИ ТА ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФРАКТАЛЬНИХ МОНОПОЛІВ

Цалієв Т.А.

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1
tamerlan.tsaliev@gmail.com

LINEAR Δ -FRACTALS AND THE ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF FRACTAL MONOPOLES

Tsaliev T.A.

O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kovalska St., Odessa, 65029, Ukraine,
tamerlan.tsaliev@gmail.com

Аннотация. Описаны некоторые особенности хорошо известных линейных фракталов Коха, и множества, называемого «Канторовой пылью», и в связи с этим рассмотрены не исследованные ранее конструкции, которые названы Δ -фракталами (дельта-фракталы). На основе компьютерного моделирования проанализированы результаты расчетов и сравнения частотных зависимостей входного импеданса, коэффициента стоячей волны (КСВ) антенн в виде проволочных Δ -фрактальных монополей. Результаты, полученные при различных соотношениях геометрических параметров, наглядно отображают достоинства и недостатки предложенных конструкций.

Ключевые слова: фракталы, Кох, Кантор, Мандельброт, Δ -фракталы, фрактальные антенны, компьютерное моделирование, частотные характеристики, входной импеданс, КСВ.

Анотація. Розглядаються особливості добре відомих лінійних фракталів Коха та множини, яка називається "пил Кантора", і у зв'язку з цим розглянуті не досліджені раніше конструкції, які названі Δ -фракталами (дельта-фрактали). На основі комп'ютерного моделювання проаналізовані результати розрахунків і порівняння частотних залежностей вхідного імпедансу, коефіцієнта стоячої хвилі (КСХ) антен у вигляді дротяних Δ -фрактальних монополів. Результати, отримані за різних співвідношень геометричних параметрів, наочно відображають достоїнства та недоліки запропонованих конструкцій.

Ключові слова: фрактали, Кох, Кантор, Мандельброт, Δ -фрактали, фрактальні антени, комп'ютерне моделювання, частотні характеристики, вхідний імпеданс, КСХ.

Abstract. The features of well-known linear fractals of Koch and set named as "Cantor dust", and in connection with them are considered not previously investigated structures, which are named as Δ -fractals (delta-fractals). On the basis of computer modeling results over of calculations for frequency dependences of input impedance, voltage standing wave ratio (VSWR) of linear Δ -fractal wire monopoles are brought. All results are obtained with different ratios of geometric parameters, which are distinctly displays the advantages and disadvantages of the proposed constructions.

Key words: fractals, Koch, Cantor, Mandelbrot, Δ -fractals, fractal antennas, computer modeling, frequency characteristics, input impedance, VSWR.

Термин «фрактал» был впервые предложен и использован в многочисленных работах математика Бенуа Б. Мандельброта, который впервые описал фрактальные множества в виде структур «...состоящих из частей, которые в каком-то смысле подобны целому», отмечая, что «одни фрактальные множества представляют собой кривые или поверхности, другие – несвязную «пыль» [1].

Понятие фрактала (фрактального множества) явилось мощным фактором, в определенной мере изменившим традиционные математические понятия и положившим начало новым многочисленным научным направлениям. Эти направления достаточно подробно перечислены в работе А.А. Потапова [2] и одно из таких направлений – это исследования фрактальных антенн.

Принято считать, что **конструктивные** фракталы строятся с помощью простой рекурсивной процедуры и обладают следующими признаками¹ [1...9]:

- «фрактальная размерность» *обычно* превышает топологическую размерность элементов, из которых они построены;
- они имеют тонкую структуру, то есть их множества содержат *произвольно малые масштабы*;
- на любых, даже самых маленьких масштабах, *фрактальная кривая не сводится к прямой*;
- регулярным фракталам свойственна *масштабная инвариантность* (самоподобие).

Для построения конструктивных фракталов необходимо задание *инициатора фрактала* и *генератора фрактала*, повторяющегося при каждом уменьшении масштаба.

Начало практического использования фрактальной геометрии при создании антенных элементов было положено, в частности, в патентах Натана Коэна [10].

На основе фракталов были созданы (и продолжают создаваться) многие конструкции антенн, обладающих улучшенными свойствами [11]. В частности, в работе [12] автором статьи рассмотрена возможность построения малоразмерных проволочных антенн круговой поляризации, в виде элементов фрактальных множеств, на основе замкнутых кривых треугольной, квадратной и круговой формы. Во многих случаях основой антенных элементов служат геометрические конструкции (называемые «конструктивными» фракталами [2]) такие, как линейные фракталы Коха, Минковского и др.

Однако до настоящего времени не рассматривались построения регулярных линейных Δ -фрактальных множеств (дельта-фракталов), обладающих почти всеми перечисленными выше свойствами. Как будет показано далее, имеется реальная возможность построения антенных элементов на основе Δ – фракталов, обладающих новыми практически не изученными свойствами.

Цель данной работы состоит в рассмотрении особенностей геометрии Δ -фракталов, сравнении их с фракталами Коха и Кантора, анализе электродинамических характеристик антенн в виде проволочных Δ -фрактальных монополей.

Поскольку в данное время для антенных структур, построенных на основе фрактальных конструкций, еще не создана строгая электродинамическая теория, то исследование частотных зависимостей входного импеданса, КСВ, КНД антенных элементов упомянутых типов выполняется путем компьютерного моделирования.

1. Геометрия конструктивных фракталов. Как известно [1], фракталы – это элементы фрактальных множеств, которые могут формироваться согласно определенному алгоритму. Элементы множеств, часто называемых *геометрическими* или *конструктивными*

¹ Курсивом выделены особенности, важные для последующего обсуждения.

фракталами [7, 8], обладают свойством самоподобия и обычно строятся на основе рекурсивной процедуры. При этом отмечается, что свойство точного самоподобия характерно лишь для *регулярных* [1, 7, 8] фракталов.

Фрактальные множества Коха, а также им подобные, образуют в процессе последовательных итераций с уменьшением масштаба ломаной линии, составленной из прямолинейных отрезков (конструктивно-линейные фракталы), задавая при каждом таком уменьшении, *инициатор фрактала* и *генератор фрактала*. Алгоритм формирования фрактального множества, например, может быть таков: отрезок прямой линии длиной $L=1$ (инициатор фрактала – итерация нулевого порядка) разбивается на m *одинаковых* частей (например, для кривой Коха $m=3$). Затем часть (или несколько частей) в середине отрезка заменяются ломаной линией – генератором фрактала, образуя при этом фрактал первой итерации – новую ломаную, состоящую из N отрезков, (рис. 1, б).

Затем каждый из прямолинейных отрезков этой кривой опять разбивается на m частей и процедура (в уменьшенном масштабе) повторяется, образуя следующую итерацию фрактала (рис. 1, в). Суммарная длина ломаной линии при $n \rightarrow \infty$ (где n – номер итерации), стремится к бесконечности

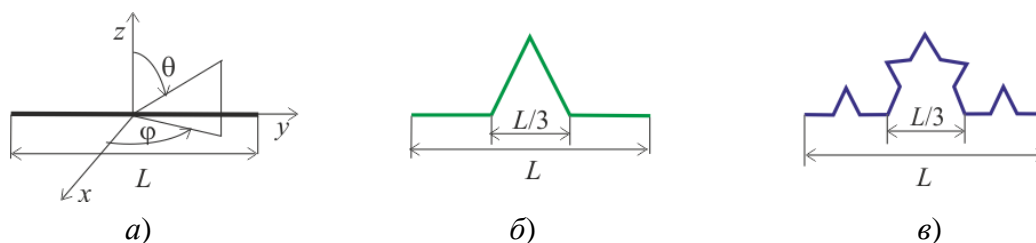


Рисунок 1 – Фракталы Коха: а) инициатор фрактала; б) первая итерация $N=4$;
в) вторая итерация $N=16$

Кривые, последовательно образующиеся при этом, составляют однородное [1] конструктивное фрактальное множество. Фрактальные множества характеризуются *фрактальной размерностью* (обозначим ее d_f), определяемой, в данном случае, из выражения [1]

$$d_f = \frac{\ln(N)}{\ln(m)}, \quad (1)$$

где m – количество звеньев инициатора; N – количество звеньев (частей), образующих сам фрактал. Элементы однородного фрактального множества обладают одинаковой фрактальной размерностью.

В практике конструирования антенн (обычно малоразмерных) основой служат элементы фрактального множества (ЭФМ), создаваемые в результате нескольких первых итераций. В дальнейшем (следуя [10]) будем при малых n называть ЭФМ **предфракталом** n -й итерации.

Известно [1], что фрактальная размерность множества Коха (обозначим ее как $d_f^{(K)}$ и всех его элементов **больше** топологической размерности инициатора (линии) и равна

$$d_f^{(K)} = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} = 1,262. \quad (2)$$

Причем длина (периметр) ЭФМ n -й итерации для множества Коха в $4/3$ раза больше длины $(n - 1)$ -го префрактала.

В отличие от семейства кривых Коха, так называемое линейное множество Кантора (или «пыль Кантора») образуется по иному алгоритму. Инициатором (рис. 2, а) является также отрезок прямой единичной длины ($L = 1$). Затем он делится на три равные части и удаляется средний интервал, образуя тем самым фрактал первой итерации (рис. 2, б).

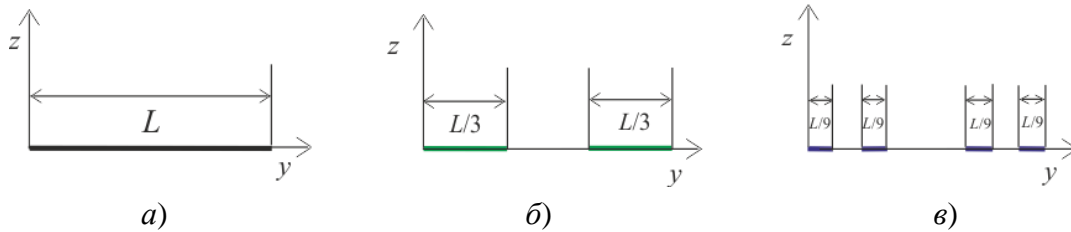


Рисунок 2– Фракталы Кантора: а) инициатор фрактала; б) первая итерация, $N = 2$; в) вторая итерация, $N = 4$

На втором итерационном шаге повторяется процедура деления каждого из двух оставшихся элементов на три равные части и удаления средней и так далее. Суммарная длина получившихся отрезков при $n \rightarrow \infty$ равна нулю [7], поскольку получающееся множество представляет собой бесконечное число **изолированных** точек. Фрактальная размерность $d_f^{[c]}$ линейного множества Кантора и его элементов равна

$$d_f^{[c]} = \frac{\ln(2)}{\ln(3)} = 0,6309. \quad (3)$$

Причем суммарная длина ЭФМ n -й итерации для множества Коха составляет $2/3$ от длины $(n - 1)$ -го префрактала.

В математике принято сравнивать фрактальную размерность множества с его же топологической размерностью. Топологическая размерность «пыли Кантора», как **несвязного** множества точек равна нулю, и оно соответствует определению Мандельброта: «фракталом называется множество, фрактальная размерность для которого **строго больше** его топологической размерности». При этом префракталы множества Кантора сами по себе не удовлетворяют определению Мандельброта, поскольку n -й префрактал ($n \neq \infty$) множества Кантора – составлен из уменьшенных образов линии, топологическая размерность которой равна единице. Т. е. фрактальная размерность ЭФМ Кантора при $n \neq \infty$, на самом деле, **меньше** их топологической размерности.

Отметим также интересный факт: в отличие от префракталов множества Коха (и других ему подобных однородных фракталов) ЭФМ Кантора при $n = \infty$ и его префракталы имеют разную **топологическую** размерность. Причем фрактальная размерность для ЭФМ Коха **больше**, а для ЭФМ Кантора **меньше** топологической размерности линии – **инициатора** этих фрактальных множеств.

Сказанное выше позволит нам интерпретировать особенности топологии предлагаемых новых образований – конструктивных Δ -фрактальных множеств, префракталы которых, как это будет показано далее, могут послужить основой для создания малоразмерных проволочных антенн.

Рассмотрим один из возможных алгоритмов построения конструктивно-линейного Δ -фрактального множества. Зададим вначале отрезок прямой (инициатор фрактала) длиной

L и расположим его в системе координат, как показано на рис. 3, *а*. Проекцию этого отрезка на ось y обозначим как l .

Разделим инициатор на две равные части и образуем первую итерацию нового фрактального множества путем поворота верхней части инициатора вокруг его средней точки. Эта часть займет положение, показанное жирной пунктирной линией на рис. 1, *а*, образуя с нижней частью инициатора угол α (параметр Δ -фрактала), и ее конец совпадет с точкой C , лежащей на оси y .

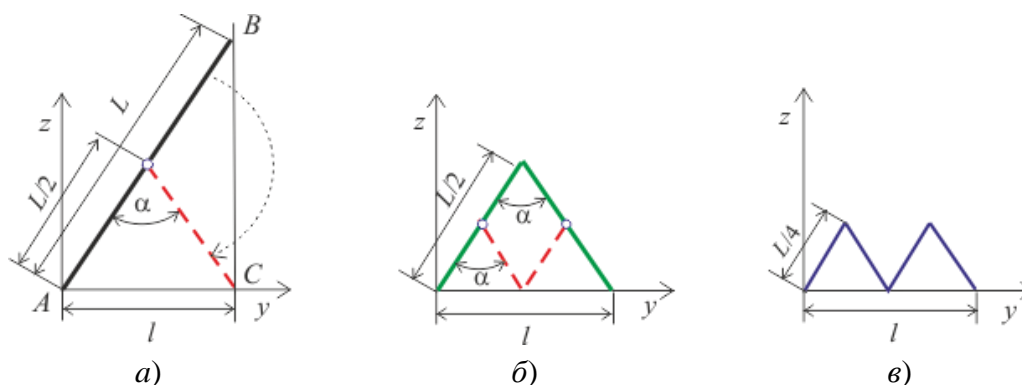


Рисунок 3 – Элементы двоичного Δ -фрактала: *а*) инициатор фрактала; *б*) первая итерация, $N = 2$; *в*) вторая итерация, $N = 4$

Результат этой первой итерации показан в виде двухзвенной ломаной непрерывной линии на рис. 1, *б*. Длина каждого звена здесь равна $L/2$. Итерация второго порядка производится путем деления каждого из звеньев вновь полученной кривой на две части и поворота верхних частей (пунктирная линия на рис. 1, *б*).

Полученный результат, – вторая итерация Δ -фрактала, показан на рис. 1, *в*. Далее итерационная процедура может бесконечно повторяться, причем при каждой итерации число звеньев ломаной удваивается. Назовем создаваемое линейное фрактальное множество двоичным Δ -фракталом (поскольку топология ЭФМ имеет Δ -образный вид) и обозначим как Δ_2 . Индекс при этом указывает на то, что в итерационном процессе каждый отрезок ломаной каждый раз делится на две равные части.

Такое множество обладает всеми перечисленными ранее признаками конструктивных фракталов:

- оно содержит произвольно малые масштабы;
- фрактальная кривая при любом количестве итераций не сводится к прямой;
- ему свойственна масштабная инвариантность (самоподобие).

В отличие от многих фрактальных множеств, у которых фрактальная размерность выражается дробным числом, Δ_2 -фракталы характеризуются целочисленным значением фрактальной размерности

$$d_2^{[\Delta]} = \frac{\ln(2)}{\ln(2)} = \frac{\ln(4)}{\ln(4)} \dots = 1. \quad (4)$$

И в этом смысле Δ -фракталы не являются исключением: целочисленную фрактальную размерность имеет, например, линейное фрактальное множество кривых Пеано [1].

Отличительной особенностью Δ -фрактального множества является то, что фрактальная размерность всех его элементов постоянна, равна топологической размерности

и совпадает с топологической размерностью инициатора. Другая интересная его особенность состоит в том, что для ЭФМ любого порядка итерации суммарная длина звеньев ломаной, неизменна и равна длине инициатора L (причем $L > l$, при $\alpha \neq \pi$).

Напомним, что с увеличением порядка итерации суммарная длина ЭФМ Коха (и подобных ему ЭФМ) бесконечно растет, а суммарная длина ЭФМ Кантора стремится к нулю.

Причем фрактальная размерность, для первого из упомянутых множеств, всегда больше топологической размерности **инициатора**, а для второго, наоборот, – меньше нее. Опираясь на этот факт можно сделать вывод, что в этом понимании Δ -фрактальное множество занимает между ними некое промежуточное положение.

И, наконец, третья особенность Δ_2 -фрактала заключается в том, что суммарная площадь $S_2^{[\Delta]}(n)$ треугольных фигур, образованных n -м ЭФМ и осью y (рис. 1, б, в), с увеличением n стремится к нулю

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_2^{[\Delta]}(n) = \lim(S_0 \cdot 2^{-n}) = 0,$$

где S_0 – площадь прямоугольного треугольника ABC , образованного инициатором и его проекцией.

Описанный нами алгоритм построения Δ -фрактального множества не единственный. Предложим другой возможный алгоритм построения подобного множества.

Пусть инициатор фрактала имеет вид двухзвенной ломанной кривой, состоящей из прямолинейных отрезков длиной L , ориентированных по отношению друг к другу под углом α (рис. 4, а).

Совершая итерацию первого порядка, разделим каждое из двух звеньев инициатора на три равные части длиной $L/3$. Аналогично предыдущим построениям выполним поворот верхних частей вокруг точек D и E на угол $\beta = \pi - \alpha$, совместив крайние точки (жирная пунктирная линия на рис. 4, а).

Ломаная, полученная в результате этой процедуры (рис. 4, б), содержит теперь 6 звеньев длиной $L/3$ и, в отличие от предыдущего случая, состоит из трех одинаковых двухзвенных элементов подобных инициатору. Причем второй из них является смещенным отображением первого с поворотом на π вокруг оси y . Повторив по аналогичному алгоритму описанную процедуру для всех трех элементов, образуем ЭФМ второго порядка итерации – ломаную линию содержащую 18 звеньев длиной $L/9$ (рис. 4, в). Она содержит уже три уменьшенные копии фрактала первой итерации. Далее итерационная процедура может быть бесконечно продолжена, причем после каждой итерации число звеньев ломаной утраивается. Естественным будет назвать создаваемое множество троичным Δ -фракталом и обозначать его как Δ_3 .

Троичное Δ -фрактальное множество тоже характеризуется целочисленным значением фрактальной размерности

$$d_3^{[\Delta]} = \frac{\ln(6)}{\ln(6)} = \frac{\ln(18)}{\ln(18)} \dots = 1.$$

Особенностью ЭФМ Δ_3 , отличающих их от Δ_2 -фракталов заключается в том, что суммарная площадь треугольных элементов $S_3^{[\Delta]}$, образованных n -й ломаной и осью y , с ростом номера итерации стремится к нулю «быстрее»:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_3^{[\Delta]} = \lim(S_0 \cdot 3^{-n}) \rightarrow 0.$$

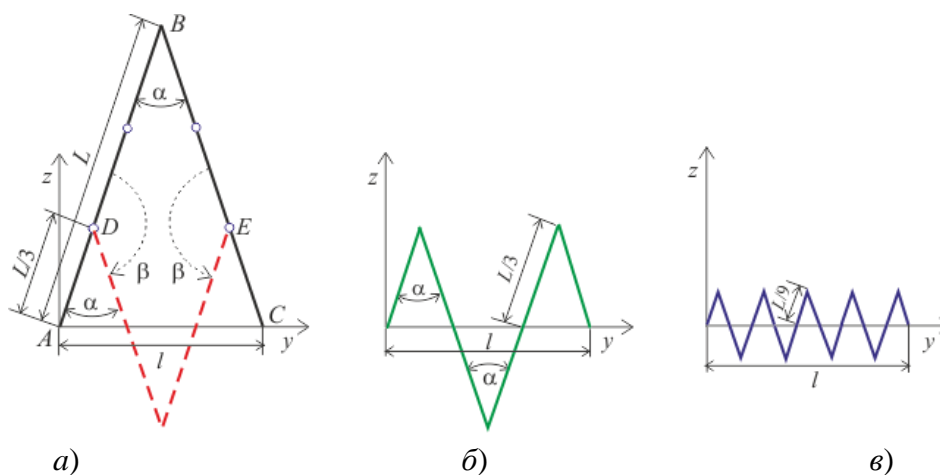


Рисунок 4 – Элементы троичного Δ -фрактала: а) инициатор фрактала; б) первая итерация, $N = 6$; в) вторая итерация, $N = 18$

Здесь, как и ранее, S_0 – площадь треугольника ABC , образованного инициатором и осью y .

Стоит отметить, что совокупности («цепочки») плоских треугольников, построенных на основе Δ_2 либо Δ_3 кривых, в свою очередь являются элементами **планарного** связного (соответственно двоичного или троичного) Δ -фрактального множества. Аналогично часто употребляемым терминам, таким как «салфетка Серпинского» или «губка Менгера», полученное фрактальное множество можно назвать фрактальной « Δ -лентой». Причем суммарный периметр $P_n^{\{\Delta\}}$ каждой n -й « Δ -ленты» не зависит от номера итерации n и равен

$$P_n^{\{\Delta\}} = L + l.$$

Антенные элементы, конструкция которых основана на топологии двоичной или троичной « Δ -лент», будут исследованы нами в последующих работах.

2. Методика исследования и геометрические характеристики исследуемых антенн. Описываемое ниже исследование характеристик проволочных антенных элементов построенных на основе линейных Δ -фракталов проводилось методом компьютерного моделирования в задаваемой полосе частот.

При этом решалась дифракционная задача, и определялось амплитудно-фазовое распределение (АФР) токов на антенных элементах – вертикально ориентированных монополях, находящихся над плоским проводящим экраном и представляющих собой «предфракталы» линейного Δ -фрактального множества.

Решение подобных задач основано на интегральном уравнении относительно плотности поверхностного тока, с использованием метода моментов, при этом все линейные и плоские элементы антенн разбиваются на малые, по сравнению с длиной волны, проволочные сегменты. В результате нахождение распределения токов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Достоверность результатов во всем частотном диапазоне обеспечил выбор сегментов размером $\lambda_0/100$ (где λ_0 – расчетная длина волны соответствующая частоте 1 ГГц).

Далее, на основе численного интегрирования с помощью найденного АФР токов, проведены расчеты входных характеристик исследуемых антенных элементов и их

направленные свойства. Все расчеты проводились в диапазоне 0,2... 1,5 ГГц на дискретных частотах с интервалом в 5 МГц.

Компьютерные модели исследуемых антенн представлены в виде вертикальных несимметричных вибраторов (монополей), образованных предфракталами линейных Δ -множеств. В своей нижней части монополю подключен к источнику возбуждения в месте его соединения с плоским круговым экраном отрезком длиной $h = 2$ мм, (рис. 5).

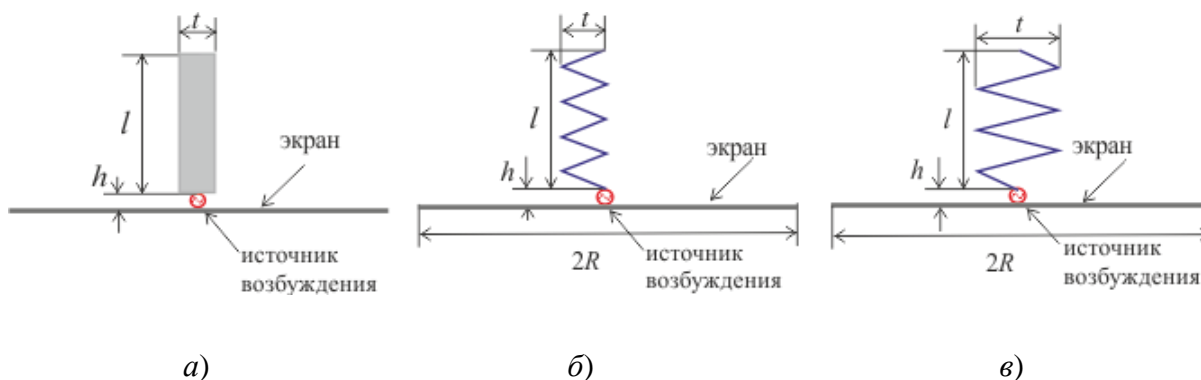


Рисунок 5 – Геометрические параметры планарного и фрактальных (2-я итерация) монополей: а) планарный; б) Δ_2 -монополю; в) Δ_3 -монополю

Аналогичные расчеты проводились также для планарного монополя (рис. 5, а). Элементы антенн выполнены из идеального проводника, их геометрические параметры таковы:

- высота монополя $l = 0,25\lambda_0$;
- диаметр проводника 1 мм;
- радиус экрана $0,5\lambda_0$.

Рис. 6 иллюстрирует взаимную ориентацию фрактальных монополей и кругового экрана в системе координат.

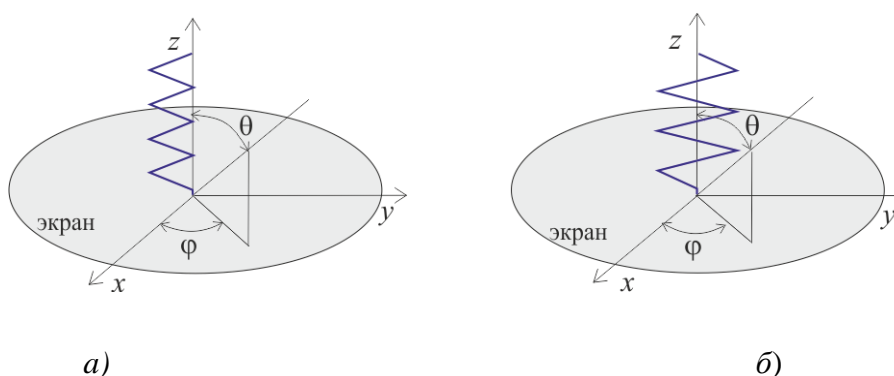


Рисунок 6 – Фрактальные антенные элементы в системе координат:
а) Δ_2 -монополю; б) Δ_3 -монополю

Конструктивная основа исследуемых монополей представляла собой начальные итерации Δ_2 либо Δ_3 -множеств (предфракталы), при разных значениях параметра α , что дало возможность достаточно подробно проанализировать характеристики этих антенн.

3. Обсуждение результатов. Одной из наиболее важных и интересных характеристик малоразмерных монополей является входной импеданс в режиме излучения. Анализ частотных зависимостей импеданса на входе антенны позволяет оценить ее диапазонные свойства. Приводимые ниже рисунки (рис. 7...9) отображают указанные частотные зависимости действительной ($\text{Re } \dot{Z}$) и мнимой ($\text{Im } \dot{Z}$) части входного импеданса, построенные для первых четырех итераций фракталов при параметре α равном 30° , 60° или 90° .

Рассмотрим вначале частотные зависимости входного импеданса Δ_2 -монополей, которые представлены на рис. 7.

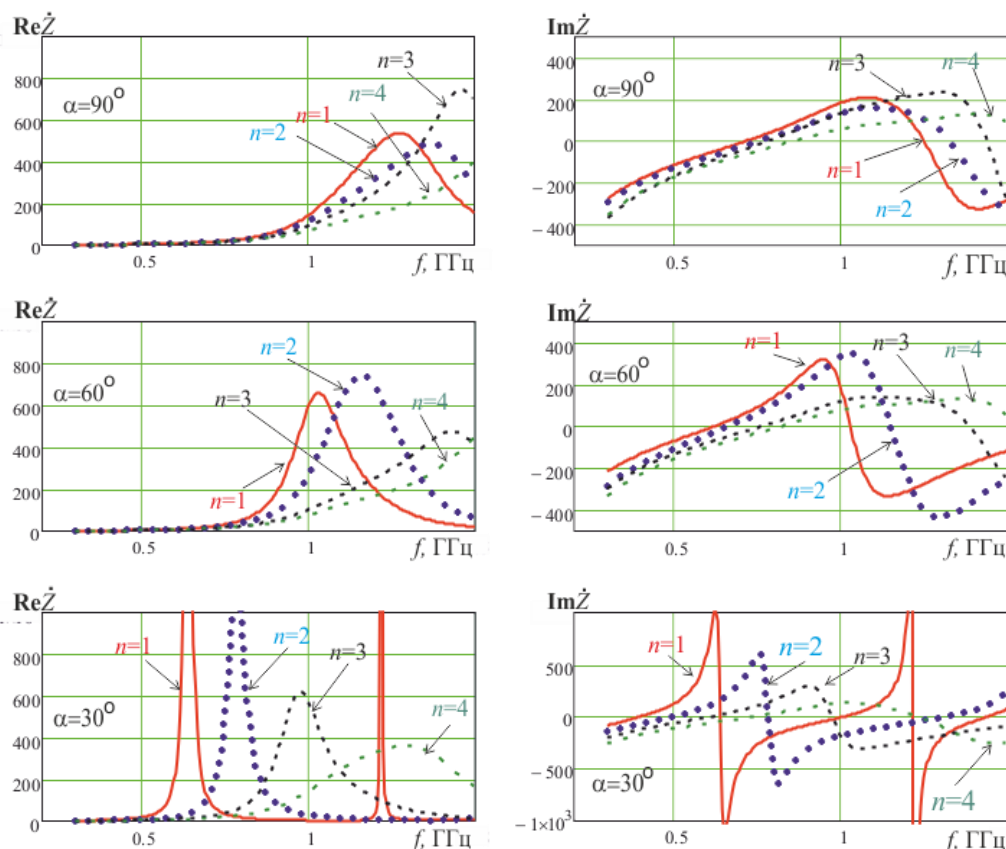


Рисунок 7 – Импеданс на входе Δ_2 -монополей

Характерными особенностями данных кривых являются положения областей вблизи резонанса ($\text{Im } Z \cong 0$) и значения действительной части входного импеданса ($\text{Re } Z$) при резонансе.

На приводимых графиках видно, что частоты *первых* резонансов (аналогичных резонансу последовательного колебательного контура) лежат ниже 1 ГГц – частоты первого резонанса четвертьволнового тонкопроволочного монополя. Одной из причин этого является то, что суммарная длина отрезков кривой, образующей конструкцию Δ -монополей, превышает $0,25\lambda_0$.

На каждом из этих графиков хорошо заметны следующие закономерности:

- с увеличением номера итерации ее резонансные точки смещаются в область более высоких частот;
- резонансные явления в случае фрактальных Δ -монополей выражены более ярко (по сравнению с планарным монополем), что, по-видимому, связано с большей степенью концентрации реактивных полей непосредственно вблизи монополя;

- уменьшение значения параметра α приводит к возрастанию $\text{Re } Z$, что особенно заметно при резонансе «параллельного» типа.

Аналогичные зависимости для планарных монополей приведены на рис. 8. Анализируя зависимости, приведенные на рис. 7 и 8, можно обоснованно предположить, что с уменьшением α добротность фрактальных монополей заметно возрастает, что связано с большей степенью концентрации реактивных полей вблизи самого монополя.

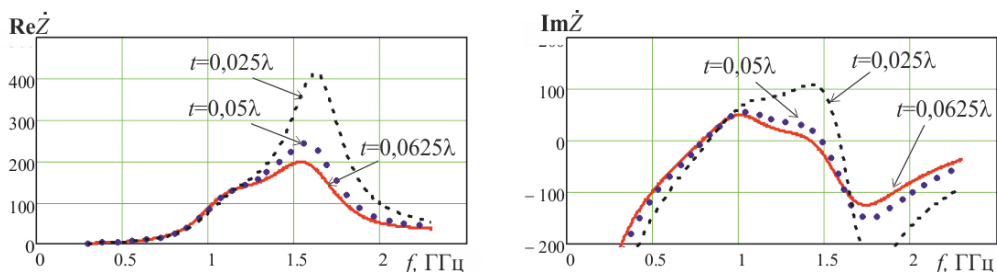


Рисунок 8 – Импеданс на входе планарных монополей

Более подробные данные о частотах первого (f_{01}) и второго (f_{02}) резонансов, а также величинах активного входного сопротивления (R_{01} и R_{02}) на этих частотах (а также об относительной ширине монополей t/λ_0) даны в табл. 1. Для сравнения здесь же приведены аналогичные данные для планарных монополей.

Таблица 1 – Параметры монополей на основе двоичных предфракталов

Параметр фрактала	Порядок итерации	f_{01} , ГГц	f_{02} , ГГц	R_{01} , Ом	R_{02} , Ом	t/λ_0
$\alpha = 30^\circ$	1	0,31	0,532	3,5	2100	0,466
	2	0,366	0,619	4,5	1245	0,233
	3	0,44	0,74	6,2	621	0,117
	4	0,725	1,29	7,0	363	0,0585
$\alpha = 60^\circ$	1	0,62	0,97	8,12	658	0,217
	2	0,66	1,16	12,3	741	0,108
	3	0,765	1,44	13	475	0,054
	4	0,82	1,54	25,2	455	0,027
$\alpha = 90^\circ$	1	0,715	1,26	15,6	536	0,125
	2	0,750	1,33	18,5	488	0,0625
	3	0,755	1,44	20,5	744	0,0313
	4	0,85	1,7	29,0	595	0,0157
Планарный монополюль	–	0,79	1,41	21,7	200	0,0625
		0,8	1,46	23,1	243	0,05
		0,83	1,59	27,6	413	0,025

Сравнение рис. 7 и 8, а также данных, приведенных в табл. 1, показывает, что при равной (или почти равной) ширине фрактального и планарного монополей:

- частоты первого резонанса при $\alpha = 90^\circ$ отличаются незначительно, однако уменьшение параметра α приводит к смещению частоты первого резонанса в область более низких частот;
- при всех α частоты второго резонанса Δ_2 -монополей заметно смещены и находятся в области более низких частот;
- с ростом номера итерации входное сопротивление на частоте первого резонанса растет, одновременно увеличиваясь при возрастании α ;
- с ростом номера итерации входное сопротивление на частоте второго резонанса заметно падает, одновременно уменьшаясь с ростом α .

Видно, что на частоте *первого* (низкочастотного) резонанса величина R_{01} фрактальных монополей несколько меньше в сравнении с планарными и при малых значениях α составляет единицы Ом. С увеличением α величина R_{01} растет, приближаясь к значениям R_{01} планарного монополя. На частоте *второго* резонанса величина R_{02} наоборот – существенно больше, что свидетельствует о повышенной добротности фрактальных монополей.

Другая закономерность наблюдается в том случае, если сравнивать приведенные характеристики фрактальных антенн для каждого фиксированного угла α при разном значении порядка итерации. Видно, что с ростом n наблюдается рост резонансных частот и входного сопротивления R_{01} , в то время как при малых α величина R_{02} резко убывает.

Аналогичные характеристики для Δ_3 -монополей показаны на рис. 9. При сравнении кривых, изображенных на рис. 7 и 9, видно, что изменения действительной и мнимой частей входного импеданса Δ_3 и Δ_2 -монополей, происходящие при вариации частоты и номера итерации, по своему характеру весьма близки.

Детальнее провести сравнение параметров Δ_3 -монополей при разных значениях параметра α и порядка итерации можно на основе данных приведенных в табл. 2.

Таблица 2 – Параметры монополей на основе троичных предфракталов

Параметр фрактала	Порядок итерации	f_{01} , ГГц	f_{02} , ГГц	R_{01} , Ом	R_{02} , Ом	t/λ_0
$\alpha = 30^\circ$	1	0,36	0,61	4,1	2400	0,155
	2	0,47	0,79	10,6	1828	0,052
	3	0,64	1,09	12	787	0,0172
$\alpha = 60^\circ$	1	0,61	1,02	10,4	714	0,0722
	2	0,71	1,25	16,2	456	0,024
	3	0,81	1,43	23,5	474	0,008
$\alpha = 90^\circ$	1	0,61	1,37	18,3	504	0,083
	2	0,71	1,49	22,82	493	0,0283
	3	0,81	1,51	26	465	0,0094

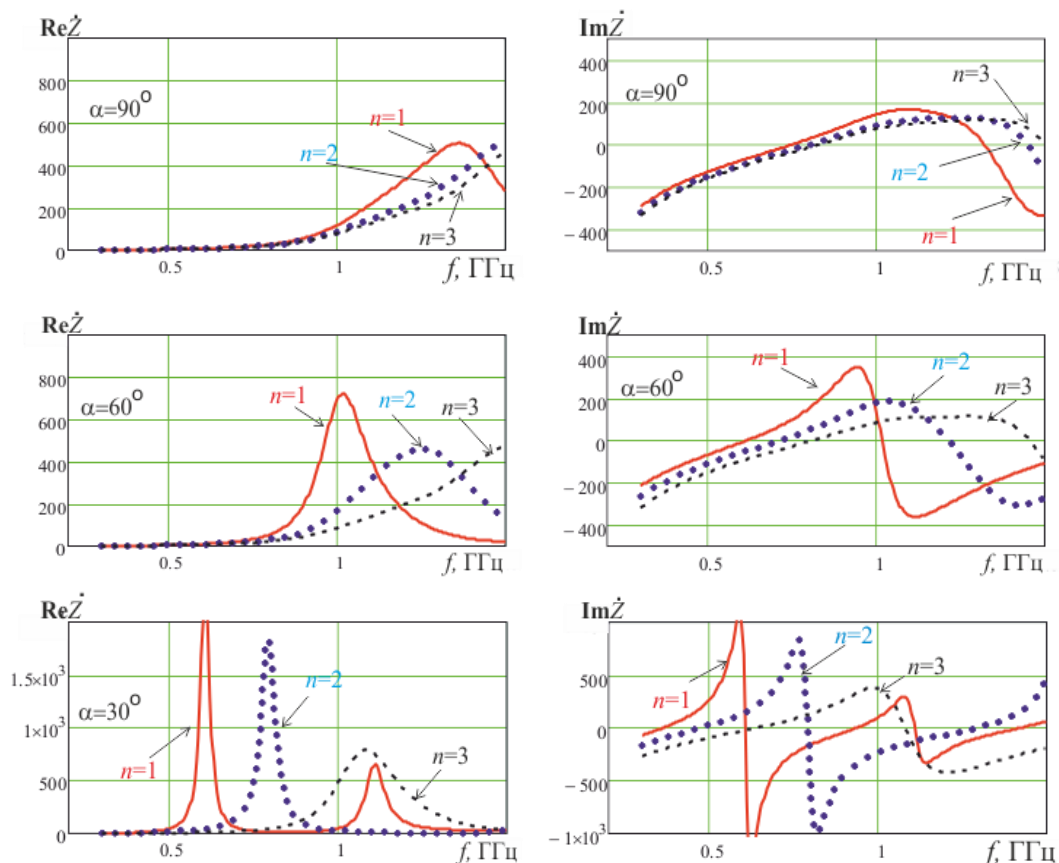


Рисунок 9 – Импеданс на входе Δ_3 -антенн

Интересными, с точки зрения практических приложений, являются результаты, приведенные в виде графиков на рис. 10 на которых изображены частотные зависимости КСВ на входе фрактальных монополей. На них наблюдается сужение полосы рабочих частот (определяемой по уровню $K_{CB} \leq 2$) при уменьшении параметра α (рост добротности). Одновременно можно отметить сдвиг резонансных частот и некоторое расширение этой полосы при увеличении номера итерации. Можно предположить, что при дальнейшем росте номера итерации n и, вследствие этого, уменьшения поперечного размера монополя частотные зависимости входного импеданса и КСВ фрактальных монополей будут все более приближаться к аналогичным зависимостям характерным для тонкого проволочного монополя.

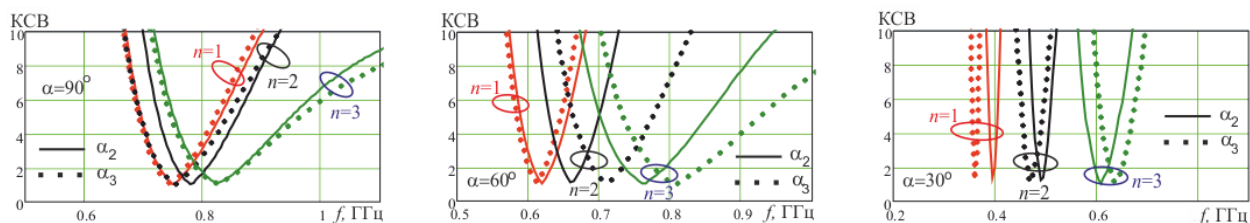


Рисунок 10 – Частотные зависимости КСВ

На рис. 11 показаны результаты сравнения частот первого резонанса f_{01} (рис. 11, а) и входного импеданса R_{01} (рис. 11, б), а также частот второго резонанса f_{02} (рис.11, в) и R_{02}

при изменении порядка итерации n для двоичных и троичных Δ -фрактальных монополей при всех рассмотренных вариантах значений угла α .

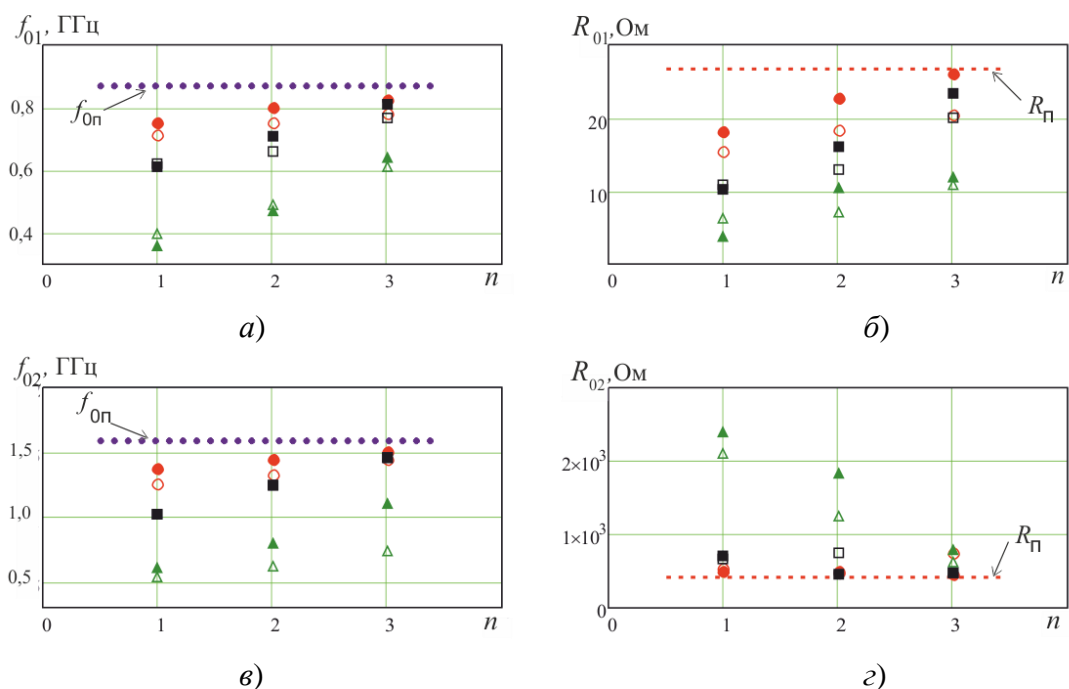


Рисунок 11 – Резонансные частоты и входной импеданс α -монополей:

$\circ - \alpha_2, \bullet - \alpha_3 (\alpha = 90^\circ)$; $\square - \alpha_2, \blacksquare - \alpha_3 (\alpha = 60^\circ)$; $\Delta - \alpha_2, \blacktriangle - \alpha_3 (\alpha = 30^\circ)$

Здесь же указаны (в виде пунктирных линий) соответствующие значения (f_{0n} и R_{0n}) для планарного монополя при значении $t/\lambda_0 = 0,025$.

Резонансные частоты α -фрактальных монополей в сравнении с планарным монополем (при равных поперечных размерах) в среднем на 15...20 % меньше и почти в два раза меньше, в сравнении с тонким проволочным монополем.

В заключение отметим, что в представленной работе предложен алгоритм построения и рассмотрены особенности геометрической конфигурации новой разновидности конструктивно-линейных фракталов, названных Δ -фракталами.

Проведено компьютерное моделирование характеристик монополей, которое основано на корректном численном решении дифракционной задачи, что позволило детально проанализировать электродинамические характеристики проволочных монополей конструктивно выполненных на основе первых итераций Δ -фракталов.

Частотные зависимости, рассчитанные при разном порядке итерации для нескольких значений углового параметра α (также как их сравнение), указали на ряд неизвестных до настоящего времени свойств, отличающих Δ -фрактальные монополи от тонкопроволочных и плоских. Эти свойства указывают на возможность создания и применения в практических конструкциях проволочных Δ -фрактальных антенных элементов укороченных размеров.

Основываясь на полученных результатах можно ориентировочно указать области возможных направлений дальнейших исследований – это создание на основе Δ -фракталов симметричных диполей, линейных замкнутых и плоскостных конструкций, компактных антенных решеток.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы: пер. с англ. / Мандельброт Б. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
2. Потапов А.А. Фракталы, скейлинг и дробные операторы в радиотехнике и электронике: Современное состояние и развитие [Электронный ресурс] / А.А. Потапов // Журнал радиоэлектроники. – 2010. – № 1. – Режим доступа: www. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan10/4/text.html>.
3. Цалиев Т.А. Электродинамические характеристики фрактальных диполей / Т.А. Цалиев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – Одеса, 2013. – № 2. – С. 3–15.
4. Falconer K. J. Fractal geometry: mathematical foundations and applications / Falconer K. J. – Chichester: Wiley, 1990.
5. Федер Е. Фракталы; пер. с англ. / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
6. Шредер, М. Фракталы, хаос, степенные законы; пер. с англ. / М. Шредер. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 528 с.
7. Божокин С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божокин, Д.А. Паршин. – Ижевск: – НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 128 с.
8. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов / Морозов А.Д. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 160 с.
9. Газале М. От фараонов до фракталов / Газале М. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 272 с.
10. Слюсар В. И. Фрактальные антенны. Принципиально новый тип "ломаных" антенн [Электронный ресурс] / В.И. Слюсар // Электроника НТБ. – 2007. – № 5. – Режим доступа: www. URL: <http://www.electronics.ru/journal/article/593>.
11. Fractal antennas and fractal resonators. US Patent No.: US 76,750,856 B2 / Nathan Cohen filed: Jul. 17, 2007, date of patent: Jul. 6, 2010.
12. Цалиев Т.А. Малоразмерные антенны круговой поляризации / Т.А. Цалиев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – Одеса, 2012. – № 1. – С. 37–47.

REFERENCES:

1. Mandelbrot B. B. The fractal geometry of nature. New York: Freeman, 1983. Print.
2. Potapov A. A. "Fractals, Scaling and Fractional Operators in Radio Engineering and Electronics: Present State and Development." Journal of Radio electronics. №1, (2010): Web. <<http://jre.cplire.ru/jre/jan10/4/text.html>>.
3. Tsaliev T.A. "Electrodynamic characteristics of fractal dipoles." Proc. of the O.S. Popov ONAT "Information Science and Communication" № 2 (2013): 3–15.
4. Falconer K. J. Fractal geometry: mathematical foundations and applications. Chichester: Wiley, 1990.
5. Feder J. Fractals. 3. Printing. ed. New York: Plenum Press, 1989. Print.
6. Schroeder, M. R. Fractals, chaos, power laws: minutes from an infinite paradise. New York: W.H. Freeman, 1991. Print.
7. Bozhokin S.V., Parshin, D. A. Fractals and multifractals. Izhevsk: NIC "Regular and Chaotic Dynamics", (2001).
8. Morozov A. D. Introduction to the theory of fractals. Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Science, (2002).
9. Gazalé Midhat, J. Gnomon: from pharaohs to fractals. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1999.
10. Slyusar K. J. "Fractal Antenna. Fundamentally New Type of "broken" Antennas." Electronics NTB No. 5 (2007): Web. <<http://www.electronics.ru/journal/article/593>>.
11. Fractal antennas and fractal resonators. US Patent No.: US 76,750,856 B2 / Nathan Cohen filed: Jul. 17, 2007, date of patent: Jul. 6, 2010.
12. Tsaliev T.A. "Low dimensional antennas of circular polarization." Proc. of the O.S. Popov ONAT "Information Science and Communication" № 1 (2012): 37–47.