УДК 621. 391

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ОЖИДАНИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ В ОДНОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ С САМОПОДОБНЫМ ТРАФИКОМ

Ложковский А.Г., Гуляев К.Д.

Одесская национальна академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.
aloshk@onat.edu.ua, k.guliaiev@gmail.com

РОЗРАХУНОК ІМОВІРНОСТІ ОЧІКУВАННЯ ОБСЛУГОВУВАННЯ В ОДНОКАНАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ІЗ САМОПОДІБНИМ ТРАФІКОМ

Ложковський А.Г., Гуляєв К.Д.

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1.
aloshk@onat.edu.ua, k.guliaiev@gmail.com

CALCULATING THE SERVICE DELAY PROBABILITY IN A SINGLE-CHANNEL SYSTEM WITH SELF-SIMILAR TRAFFIC

Lozhkovskii A.G., Guliaiev K.D.

O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kovalska St., Odessa, 65029, Ukraine.
aloshk@onat.edu.ua, k.guliaiev@gmail.com

Аннотация. Расчет характеристик качества обслуживания в одноканальной системе пакетной сети связи часто сводится к нахождению коэффициента Херста самоподобности трафика, после чего по известной формуле Норроса рассчитывается среднее количество пакетов в системе. Остальные характеристики, такие, как среднее количество пакетов в очереди, среднее время пребывания пакетов в системе и среднее время задержки пакетов в системе затем рассчитываются исходя из их функциональных соотношений с ранее рассчитанным средним количеством пакетов в системе. Однако такой алгоритм не позволяет по установленному значению коэффициента Херста рассчитать еще две очень важные характеристики качества обслуживания, такие, как вероятность ожидания облуживания пакета и среднее время задержки пакетов в накопительном буфере. В данной работе предложен метод аппроксимации функции распределения состояний системы и на его основе получена формула расчета вероятности ожидания обслуживания пакета в одноканальной системе с самоподобным трафиком типа $fBM/D/1/\infty$.

Ключевые слова: характеристики качества обслуживания, вероятность ожидания, самоподобный трафик.

Анотація. Розрахунок характеристик якості обслуговування в одноканальній системі пакетної мережі зв'язку часто зводиться до встановлення коефіцієнта Херста самоподібності трафіка, після чого за відомою формулою Норроса розраховується середня кількість пакетів у системі. Інші характеристики, такі, як середня кількість пакетів в черзі, середній час перебування пакетів у системі та середній час затримки пакетів у системі потім розраховуються виходячи із їх функціональних співвідношень із раніше розрахованою середньою кількістю пакетів у системі. Однак такий алгоритм не дозволяє за встановленим значенням коефіцієнта Херста розрахувати ще дві дуже важливі характеристики якості обслуговування, такі як імовірність очікування обслуговування пакета і середній час затримки пакетів в накопичувальному буфері. В даній роботі запропоновано метод апроксимації функції розподілу станів системи і на його основі отримано формулу розрахунку ймовірності очікування обслуговування пакета в одноканальній системі із самоподібним трафіком типу $fBM/D/1/\infty$.

Ключові слова: характеристики якості обслуговування, ймовірність очікування, самоподібний трафік.

Abstract. Calculation of the characteristics of quality of service in a single-channel system in the packet network is often reduced to the determination of the coefficient Hurst of self-similar traffic, after which using the known Norros formula calculated average number of packets in the system. Other characteristics, such as the average number of packets in the queue, the average residence time of packets in the system and the average delay time of packets in the system then calculated on the basis of their functional relationships with the previously calculated average amount of packets per system. However, this algorithm does not allow for the set value of the Hurst coefficient calculated two very important characteristics of quality of service, such as the service delay probability of packet and the average delay time of packets in the storage buffer. In this paper we propose a method for approximating the distribution function of the states of the system and on its basis, a formula for calculating the service delay probability in a single-channel system with a self-similar traffic in the model fBM/D/1/∞.

Key words: telecommunications systems and networks, probability of expectation, self-similar traffic.

Математическая модель самоподобного трафика является наиболее популярной для пакетных сетей связи, но при этом не существует достоверной и признанной методики расчета параметров и характеристик качества систем массового обслуживания в условиях обслуживания такого трафика. С ростом степени самоподобия пакетного трафика характеристики качества обслуживания в системе существенно ухудшаются по сравнению с обслуживанием трафика аналогичной интенсивности, но без эффекта самоподобия.

Расчет характеристик качества обслуживания (*QoS*) в одноканальной системе с бесконечной очередью при самоподобном трафике (модель $fBM/D/1/\infty$) часто сводится к нахождению коэффициента Херста самоподобности трафика, после чего по известной формуле Норроса рассчитывается среднее количество пакетов в системе N [1]. Остальные характеристики, такие, как среднее количество пакетов в очереди Q, среднее время пребывания пакетов в системе T и среднее время задержки пакетов в системе W затем рассчитываются исходя из их известных функциональных соотношений с рассчитанным средним значением N [2]. Однако такой алгоритм не позволяет по установленному значению коэффициента Херста H рассчитать еще и такие характеристики, как вероятность ожидания облуживания пакета P_w и среднее время задержки пакетов в накопительном буфере t_q.

Поэтому, **цель данной работы** состоит в нахождении аппроксимирующей функции распределения состояний одноканальной системы с бесконечной очередью и на ее основе получении формулы расчета вероятности ожидания обслуживания пакета в системе с самоподобным трафиком и постоянной длительностью обслуживания типа $fBM/D/1/\infty$ (принято, что аббревиатура *fBM* обозначает схожесть свойств самоподобного потока пакетов с фрактальным броуновским движением).

В математических моделях теории телетрафика учтены вид входного потока, схема системы массового обслуживания (СМО) и дисциплина обслуживания. В данном случае рассматривается входной поток с самоподобными свойствами, описываемый, например, распределением Парето или Вейбулла. Дисциплина обслуживания пакетов потока – без отказов с возможностью ожидания в бесконечной очереди, а дисциплина обслуживания пакетов из очереди – по правилу *FIFO (firs input – firs output)*. Схема СМО – одноканальная.

Оценка характеристик качества обслуживания в СМО всегда производится на основе математического описания реакции системы на входящий при обслуживании поток пакетов. Под реакцией системы понимаются её состояния, которые из-за случайной природы потока пакетов математически описываются вероятностной функцией распределения количества занятых серверов и мест ожидания P_i, где i – количество пакетов в системе (в серверах и очереди). Эта функция совпадает с функцией распределения количества пакетов в системе (обсуживающихся и ожидающих в очереди), поскольку каждый пакет занимает один сервер при обслуживании или одно место в очереди при ожидании.

В случае простейшей пуассоновской модели потока в СМО с потерями или ожиданием (очередью) состояния системы описываются одним из известных распределений Эрланга (т.н. *первое* или *второе распределения Эрланга* соответственно) [2]. Нахождение функции распределения состояний системы при более сложных моделях потоков – это очень трудная задача, и поэтому, для упомянутой модели потока аналогичных решений нет.

В пакетных сетях связи потоки пакетов (трафик) существенно отличаются от модели пуассоновского потока с экспоненциальной функцией распределения интервала времени между моментами поступления пакетов. Здесь потоки пакетов формируются множеством источников запросов на предоставляемые сетью услуги и сетевыми приложениями, обеспечивающими услуги передачи видео, данных, речи и др. Источники запросов, участвуя в процессе создания потока пакетов, существенно отличаются между собой значениями удельной интенсивности нагрузки. Интенсивность нагрузки результирующего потока пакетов в каждый момент времени зависит от того, какими приложениями обслуживаются источники запросов и каково соотношение их численности для различных приложений. На структуру трафика также оказывают влияние и технологические особенности применяемых алгоритмов обслуживания. Например, если услуга обеспечивается несколькими приложениями или в используемых протоколах применяется повторная передача неверно принятых пакетов, то моменты возникновения запросов на передачу пакетов сильно коррелированы. Из-за этого в процессе обслуживания исходные потоки претерпевают значительные изменения и в итоговом трафике появляются долгосрочные зависимости в интенсивности поступления пакетов. При этом трафик уже не является простой суммой множества независимых стационарных и ординарных потоков как пуассоновские потоки телефонных сетей связи. В мультисервисных сетях с коммутацией пакетов трафик является разнородным, а потоки разных приложений требуют обеспечения определенного уровня качества обслуживания. В этих условиях передачу потоков всех приложений обеспечивает единая мультисервисная сеть с общими протоколами и законами управления, несмотря на то, что источники каждого приложения имеют разные скорости передачи информации или изменяют её в процессе сеанса связи (максимальная и средняя скорости). Из-за этого объединенному потоку пакетов свойственна так называемая „пачечность” (*burstness*) трафика со случайной периодичностью и продолжительностью пиков и спадов нагрузки. Для этого пачечного трафика характерна сильная неравномерность интенсивности поступления пакетов. Пакеты не плавно рассредоточены по различным интервалам времени, а группируются в «пачки» на одних интервалах, и полностью отсутствуют или их очень мало на иных интервалах времени [3]. Поэтому, при таком трафике в функции распределения количества пакетов в одноканальной системе существенно возрастает вероятность P_0 полного отсутствия заявок в ней, что и продемонстрировано на рис. 1.

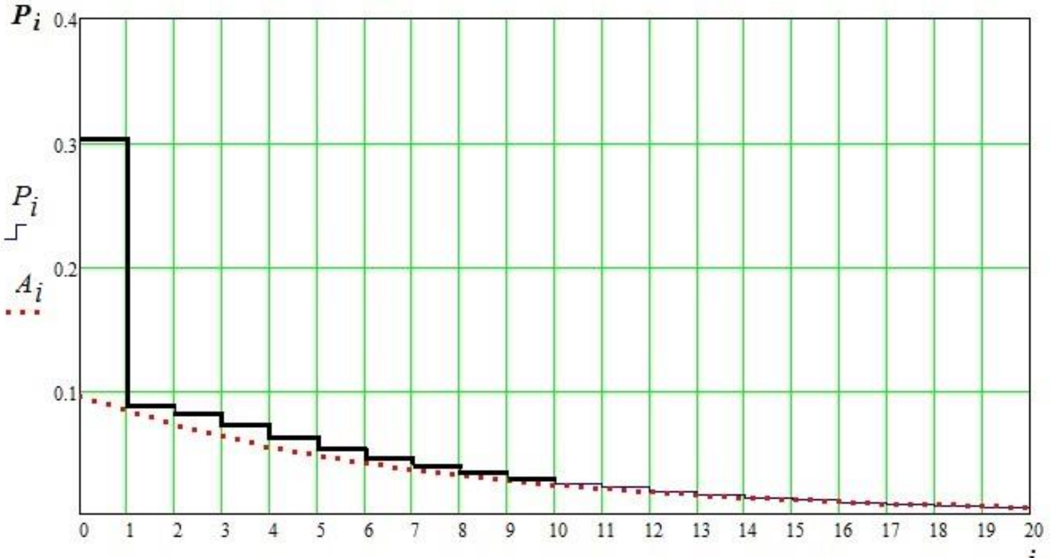

Рисунок 1 – Функция распределения состояний системы P_i и ее аппроксимация A_i

Эффективность обслуживания этого трафика очень низка, поскольку в процессе его обработки в периоды спада нагрузки с вероятностью P_0 ресурсы системы очень сильно недоиспользуются, а при пиках нагрузки необходимо увеличивать длину накопительного буфера для недопущения потерь пакетов. Проектирование же пропускной способности системы, как правило, ведется в расчете на среднее значение интенсивности трафика, что не обеспечивает одновременно её эффективного использования и заданного уровня *QoS*.

Из рис. 1 видно, что часть функции распределения количества заявок в системе P_i без вероятности P_0 достаточно хорошо согласуется с аппроксимирующей функцией A_i, в качестве которой предложено следующее выражение:

$$A_i = \rho \frac{\rho}{N} \exp\left(-\frac{\rho}{N} i\right), \qquad (1)$$

где ρ – загрузка системы (0,3 < ρ < 1); N – среднее количество пакетов в системе.

Как видно из (1), аппроксимирующая функция A_i представляет собой произведение загрузки системы ρ на известную экспоненциальную функцию с параметром распределения ρ / N и поэтому $\int_0^\infty A_i \neq 1$, т.е. все вероятности A_i не отражают полную группу событий.

При непуассоновском потоке (типа *fBM*) вероятность ожидания в одноканальной системе согласно [2, с. 89] определяется как $P_w = \sum_{i=1}^{\infty} P_i' = 1 - P_0'$, где P_i' – вероятность наличия в системе i пакетов только *в моменты поступления новых пакетов*. А в функции распределения P_i, представленной на рис. 1, каждое значение P_i *не зависит от момента поступления пакета в систему* (не зависит от того, *поступает или не поступает пакет в систему*) и, поэтому вероятность P_0 для расчета вероятности ожидания P_w не подходит.

С точки зрения функции распределения состояний системы P_i'', состоящей из вероятностей P_i'' наличия в системе i пакетов только *во время непоступления новых пакетов*, событие «ожидание обслуживания» происходит только тогда, когда в системе имеется два и более пакета, т.е. вероятность ожидания

$$P_w = 1 - P_0'' - P_1''. \qquad (2)$$

Функция A_i не является в полной мере функцией распределения количества пакетов в системе, а только лишь ее часть, начиная с A_1, близка к части функции P_i без вероятности P_0. Функция A_i без A_0 приближенно описывает новое пространство событий наличия в системе от одного до бесконечного количества пакетов. В этом новом пространстве событий можно рассчитать вероятности P_1''', P_2''' и т.д., рассматривая их согласно классическому определению вероятности – «вероятность события равна отношению количества благоприятных этому событию исходов к общему количеству исходов». Таким образом, например, вероятность P_1''' будет определена так:

$$P_1''' = \frac{A_1}{\sum_{i=0}^{\infty} A_i}. \qquad (3)$$

Однако, сумма всех вероятностей A_i в знаменателе выражения (3) получена из пространства событий, в котором изъято событие «полного отсутствия пакетов в системе» с вероятностью P_0 из распределения P_i, где каждое значение P_i не зависит от того, поступает или не поступает пакет в систему. Иными словами, нормировка вероятности A_1 производится суммой вероятностей A_i, т.е. вероятностей пространства, в котором невозможно событие «отсутствие пакетов в системе», отчего пакеты в системе «всегда есть» (в моменты их поступления и непоступления). Поэтому вероятность P_0'' в вероятности P_1''' уже учтена. Если пакеты в системе «всегда есть», то при этом событие, состоящее в наличии в системе одного пакета (минимально возможное количество пакетов при постоянном их наличии), может быть *только во время непоступления новых пакетов*. Поэтому и вероятность P_1'' в вероятности P_1''' также уже учтена. Следовательно, вероятность P_1''' равна сумме вероятностей P_0'' и P_1'', т.е.

$$P_1''' = P_0'' + P_1''. \tag{4}$$

Итак, согласно выражениям (2), (3) и (4) вероятность ожидания обслуживания пакета в одноканальной системе с бесконечной очередью типа $fBM/D/1/\infty$ определится так:

$$P_w = 1 - \frac{A_1}{\sum\limits_{i=0}^{\infty} A_i}. \tag{5}$$

Таким образом, если непосредственно задать среднее количество пакетов в системе N или после определения коэффициента Херста по формуле Норроса [1] рассчитать верхнюю границу возможного среднего значения N, то воспользовавшись аппроксимацией (1) по формуле (5) можно найти вероятность ожидания обслуживания пакета P_w.

Далее через известные соотношения [2] рассчитываются такие характеристики, как среднее количество пакетов в очереди Q, среднее время пребывания пакетов в системе T и среднее время задержки пакетов в системе W:

$$Q = N - \rho, \qquad T = \frac{N}{\rho}, \qquad W = T - 1,$$

где T и W даны в условных единицах средней длительности обслуживания.

И лишь затем можно рассчитать среднее время задержки пакетов в накопительном буфере по формуле $t_q = \dfrac{W}{P_w}$.

В заключение следует отметить, что имитационное моделирование подтвердило корректность данного метода расчета характеристики качества обслуживания в системе $fBM/D/1/\infty$ с самоподобным трафиком. При этом расхождение результатов моделирования и расчета не превышает 5% при изменении загрузки системы в диапазоне $0{,}3 < \rho < 1$ (при $\rho \ge 0{,}6$ погрешность менее 2%) и изменении значений коэффициента самоподобности Херста в диапазоне $0{,}5 < H < 0{,}9$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Norros Ilkka. A storage model with self-similar input. – Queuing Systems, 1994. – Vol. 16.
2. Ложковский А.Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях / Ложковский А.Г. – Одесса, 2012. – 112 с.
3. Ложковский А.Г. Модель трафика в мультисервисных сетях с коммутацией пакетов / А.Г. Ложковский // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2010. – № 1. – С. 63-67.

REFERENCES:

1. Norros Ilkka. A storage model with self-similar input. – Queuing Systems, 1994. – Vol. 16.
2. Lozhkovskii A.G. Teoriia massovogo obsluzhivaniia v telekomunikatsiiah / A.G. Lozhkovskii. – Odessa, 2012. – 112 s.
3. Lozhkovskii A.G. Model trafika v mul'tiservisnyh setiah s komutatsiei paketov / A.G. Lozhkovskii // Naukovi pratsi ONAZ im. O.S. Popova. – 2010. – № 1. – S.63-67.