

# Особливості біомеханіки суглобового відростка нижньої щелепи в нормі

## Features of Biomechanics of Articular Processes of the Mandible Provisions

Чуйко А.М.<sup>1</sup>, Погранична Х.Р.<sup>2</sup>,  
Огоновський Р.З.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Харківський державний  
університет харчування і торгівлі  
(ректор – проф. О. І. Червко)

<sup>2</sup>Львівський національний медичний  
університет ім. Данила Галицького,  
каф. хірургічної стоматології та  
щелепно-лицевої хірургії  
(зав.– проф. І.М. Готь)  
А.М. Chujko, H.R. Pogranichna,  
R.Z. Ohonovsky

**Резюме** На основі аналізу уточненої розрахункової схеми, на базі даних комп'ютерної томографії пацієнта, яка дає можливість врахувати як геометричні параметри, так і механічні властивості кісткових і м'яких тканин, проведено аналіз міцності і жорсткості суглобового відростка нижньої щелепи залежно від анатомії (конструкції), величини, місця прикладання і напрямку навантаження.

**Summary** On base of the analysis elaborated accounting scheme, on database computer tomography patient, which will allow to take into account both geometrics parameters, and mechanical characteristic bone and soft fabric, is organized analysis to toughness and acerbity mandibular condyle depending on anatomies (the designs), values, place of exhibit and directions of the load.

**Ключові слова** комп'ютерна томографія, суглобовий відросток, розрахункова схема, геометричні параметри, механічні характеристики, міцність, жорсткість

**Key words** computer tomography, mandibular condyle, accounting scheme, geometrics parameters, mechanical characteristic, toughness, acerbity

Незважаючи на те, що в процесі еволюції «людина отримала в подарунок одну з найміцніших своїх деталей», нижня щелепа (НЩ) є однією з частин людського організму, які найбільше травмуються. Побутові травми за кількістю та різноманітністю можуть конкурувати з виробничими і спортивними, особливо в таких сучасних видах спорту як бокс, кікбоксинг, американський футбол та ін. За статистикою [1, 4], частота переломів НЩ, залежно від їх локалізації, розподіляється так: кут щелепи – 36,4%, ділянка суглобового відростка – 21,8%, ментальна ділянка – 20,9%, центральна – 6,1%, ділянка ікла – 14,8%. Отже, суглобовий відросток за частотою переломів НЩ займає друге місце. Це зумовлює потребу ретельнішого дослідження причин цього явища, яке не можна провести без

аналізу напружено-деформованого стану (НДС) в нормі. Останнім часом все більшого значення, завдяки можливостям оцінки передопераційного стану і віддалених результатів лікування, набуває біомеханічний аналіз, який базується на таких сучасних досягненнях науки як комп'ютерна томографія і твердотіле моделювання з подальшим звичайно-елементним аналізом.

Лікування травм кісток лицевого скелета, серед яких переважають переломи нижньої щелепи (як ізольовані, так і поєднані з іншими ушкодженнями), потребує уваги фахівців різного профілю, передусім – щелепно-лицевих хірургів і стоматологів-ортопедів.

Метою пропонованої статті є виклад можливостей біомеханічного супроводу як елементу системи КТ/CAD/CAE/

CAM [2, 3] для комплексного дослідження міцності і жорсткості зони відросткового відростка як в нормі, так і при будь-яких видах реконструкції, наприклад, у разі потреби виготовлення індивідуальних імплантатів.

### Матеріал та методи дослідження

У дослідженні передбачається комплексне використання як аналітичних методів, створених на базі загальних залежностей механіки, так і сучасних комп'ютерних технологій, таких як комп'ютерна томографія і твердотіле моделювання з подальшим звичайно-елементним аналізом.

У літературі [4] достатньо детально описано можливості технології КТ/CAD/

CAM/CAE в щелепно-лицьовій хірургії – методики реконструкції травмованої щелепи без розкриття операційного поля. У проведеному нами дослідженні [3] активно використані тільки дві системи КТ/CAD, конкретно реалізовані в програмах MIMICS і SolidWorks. Можливість використання складових CAE/CAM тільки передбачено. Але в системному підході під час аналізу таких складних об'єктів як суглобовий відросток НЩ, найінформативніші результати можна отримати у результаті біомеханічного супроводу (аналізу), який базується на сучасних комп'ютерних технологіях і методах механіко-математичного моделювання. Дослідження цих питань у відомій нам літературі істотно відстає і від запитів клінічної практики, і від можливостей біомеханічного аналізу, який ґрунтується на сучасних комп'ютерних технологіях.

#### Основні поняття, залежності і визначення, які використовують під час біомеханічного аналізу

Завдання цієї праці – біомеханічне дослідження суглобового відростка з аналізом міцності і жорсткості об'єкта дослідження як в нормі, так і при будь-яких видах реконструкції, можна розділити на такі стадії:

- наблизений аналіз розрахункової схеми для нижньої щелепи і ділянки суглобового відростка;
- аналіз уточненої розрахункової схеми з урахуванням даних комп'ютерної томографії пацієнта, які дають можливість врахувати як геометричні параметри, так і механічні властивості кісткових і м'яких тканин;
- використання даних комп'ютерної томографії для побудови і аналізу звичайно-елементної моделі щелепи пацієнта з обліком як геометричних параметрів, так і механічних властивостей кісткових і м'яких тканин.

Вид розрахунків залежить від цілей дослідження, наявності вихідних даних, програмного забезпечення і кваліфікації виконувача.

В основі біомеханічного аналізу як щелеп в нормі і при будь-яких патологічних змінах, так і елементів, які використовувались під час реконструкції зубного ряду (імплантатів, вкладок тощо), повинні бути умова міцності або аналогічна їй умова жорсткості, які взаємопов'язують навантаження – властивості кісткових тканин (конструкційних матеріалів) – розрахункову модель (конструкцію) аналізованого елемента. Представляючи ці умови у вигляді трикутника, можна визначити будь-яку з вершин трикутника, якщо відомі два інші значення.

У всіх випадках точність отримуваних результатів, їх «наближеність» до конкретного пацієнта залежить від точності задавання основних механічних характеристик: лінійних розмірів щелепи і її поперечних зрізів, а також властивостей м'яких та твердих (кісткових) тканин – модуля пружності і межі міцності.

#### Особливості розрахункової схеми нижньої щелепи людини

Анатомію і біомеханіку (рух) нижньої щелепи в спеціальній літературі [2, 4] розглянуто досить детально. Як буде описано нижче, лінійні розміри і кут НЩ є основними параметрами, які характеризують розрахункову схему. Серед лінійних і кутових параметрів, що характеризують розрахункову схему НЩ, на наш погляд [4], доцільно використовувати нове поняття – біомеханічний кут щелепи, розуміючи під ним кут між трьома точками, сполученими променями у просторі (3D), тобто промені, які створюють цей кут, «пронизують» кісткову тканину (не лежать на поверхні анатомічних утворень). Найважливішою особливістю цих точок, з погляду біомеханіки, є те, що в них прикладені сили, які діють на НЩ – жувальна сила і опорна реакція в суглобовій голівці.

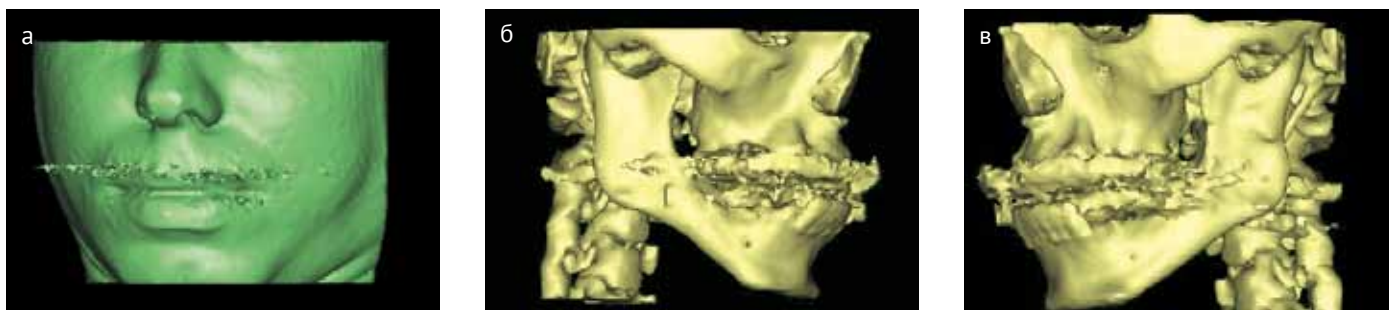
Усі описані положення розглянемо на конкретному прикладі. Пацієнт М., 24 роки, отримав побутову травму щелепно-лицьової ділянки. Діагноз – перелом суглобового відростка НЩ зі змі-

щенням (мал. 1в, 2в). Як видно з мал. 1, отримана томограма містить велику кількість артефактів. Для їх усунення і спрощення (виділення) об'єкта дослідження проведено сегментацію, тобто виділення тільки необхідної щелепно-лицьової частини – нижньої щелепи. Наголосимо, що ця операція, при якій потрібне редагування всіх зрізів КТ, на яких зображено НЩ, окрім значної трудомісткості, потребує необхідних знань як з загальної анатомії, так і особливостей анатомії НЩ конкретного пацієнта. Результати цієї роботи після 3D репрезентації наведено на мал. 2. Добре видно не тільки перелом гілки щелепи в ділянці суглобового відростка, але і деякі огріхи, отримані при редагуванні зрізів КТ.

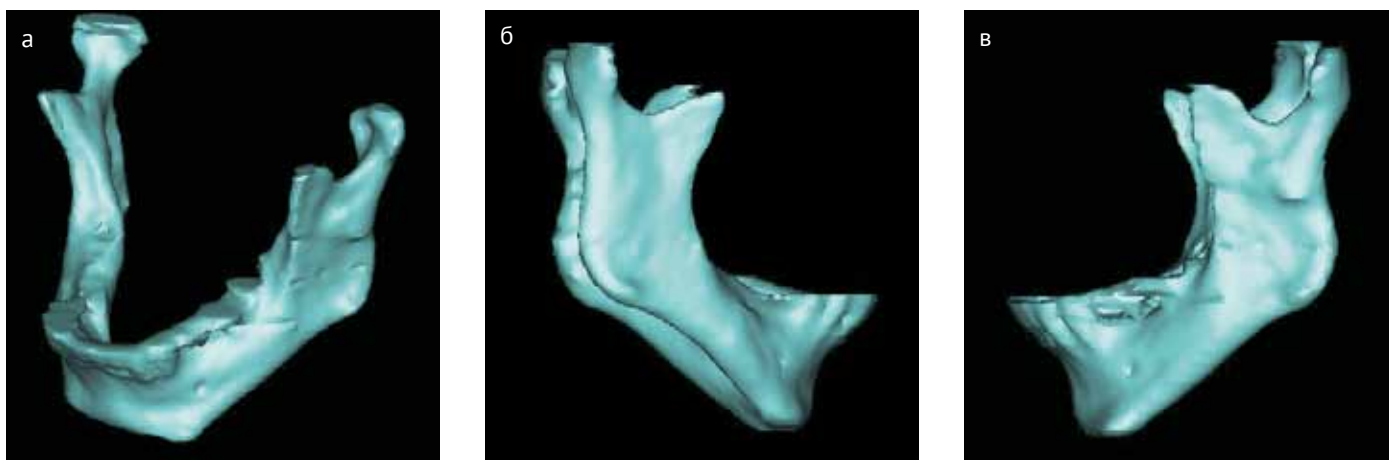
Даних, наведених на мал. 3, вже достатньо, щоб побудувати розрахункову модель щелепи, необхідну для подальшого аналізу. На мал. 4 і 5 наведено схеми розрахункової моделі щелепи, побудовані на підставі трьох характерних точок, при виборі яких враховано описані вище особливості.

На мал. 4 і 5 позначено:  $l_T$  – відстань від зовнішнього краю передньої частини до кута гілки щелепи;  $l_\phi$  – довжина передньої частини НЩ в сагітальній площині;  $l_g$  – довжина гілки щелепи;  $l_3$  – відстань від кута щелепи до зуба-антагоніста;  $b_x$ ,  $b_y$ , і  $b_\phi$  – відстань між головками, кутом щелепи зліва і справа, ширина передньої частини;  $\beta_g$  – кут відхилення гілки щелепи від вертикалі. Тоді кут щелепи  $\gamma = 90^\circ - \beta_g$  (мал. 4, 5). Розподілене навантаження від жувальних м'язів зведено до статично еквівалентної зосередженої сили  $F$ , прикладеної до кута щелепи. Кут  $\beta_F$  показує величину відхилення сили жувальних м'язів від вертикалі.

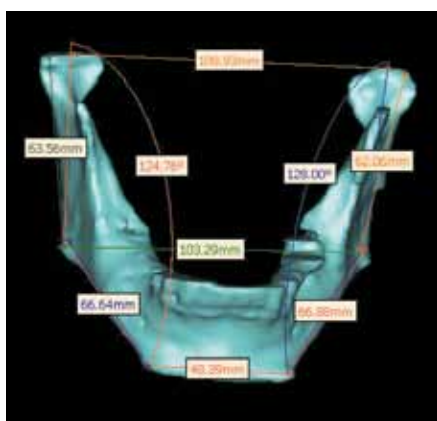
Як бачимо, розрахункові параметри, що вводяться:  $l_T$  – довжина тіла щелепи;  $l_g$  – довжина гілки щелепи;  $l_\phi$  – довжина передньої частини щелепи;  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_\phi$  – ширина між головками, кутами і передньої частини щелепи відповідно;  $\beta_g$  – кут відхилення гілки щелепи від нормалі до площини тіла щелепи;  $\beta_F$  – кут



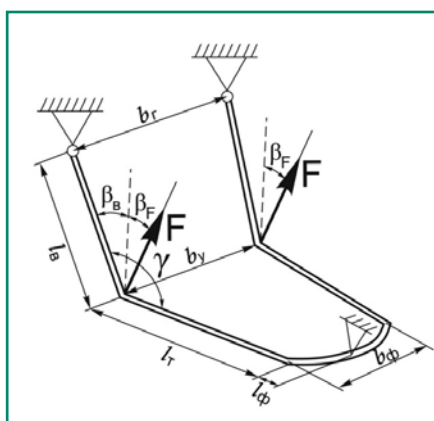
Мал. 1. Загальний вигляд щелепно-лицьової ділянки пацієнта М (а) і скелет щелепно-лицьової ділянки пацієнта — вигляд справа (б) і зліва (в)



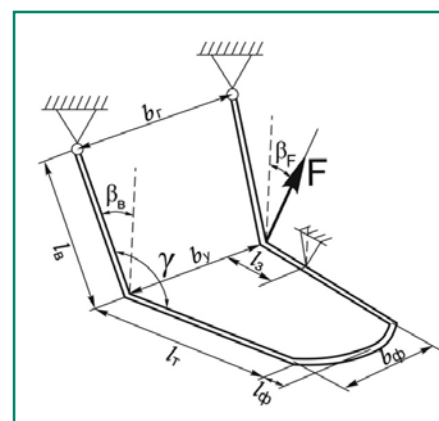
Мал. 2. 3D модель НЩ в ізометрії (а), вигляд справа (б) і зліва (в)



Мал. 3. Основні лінійні і кутові розміри НЩ пацієнта



Мал. 4. Схема розрахункової моделі щелепи під час відкушування їжі



Мал. 5. Схема розрахункової моделі щелепи під час жування їжі

відхилення вектора жувальної сили від нормалі до площини тіла щелепи;  $\gamma$  — кут щелепи — хоча і враховують реальні (анатомічні) розміри щелепи конкретного пацієнта, однак можуть від них відрізнятися, оскільки сполучають вказані точки не на площині, а у просторі.

Принциповою відмінністю між розрахунковими схемами, зображеними на мал. 4 і 5, є те, що перша з них, яка моделює процес відкушування їжі, є симетричною, а друга — моделює про-

цес жування їжі — несиметричною. Симетрія, у першому випадку, зумовлена системою жувального навантаження у вигляді двох сил, прикладених симетрично відносно сагітальної площини, і проміжною опорою у вигляді різців. Несиметрична, у другому випадку, при односторонньому жуванні, зумовлена системою жувального навантаження у вигляді однієї сили і проміжної опори в ділянці жувальних зубів.

Запропоновані розрахункові схеми, наведені нижче, будуть використані на першій стадії наближеного аналізу — при визначенні зусиль і реакцій в системі.

#### Визначення механічних характеристик м'яких і кісткових тканин

У будь-якій з дисциплін, де комп'ютерну томографію (КТ) використовують не лише для діагностики, але і для моде-

лювання, наприклад, при скінченно-елементному аналізі, необхідно враховувати як геометричні особливості, так і фізико-механічні властивості, тобто визначати механічні характеристики м'яких і кісткової тканин.

У техніці при визначенні фізичних і механічних характеристик матеріалів є досить чіткий поділ всіх методів контролю на руйнівні та неруйнівні. Руйнівні випробування проводять зазвичай з використанням спеціальних підготовлених зразків і, щодо визначення механічних властивостей матеріалів, вони дають найточніші результати. Неруйнівні методи контролю в техніці застосовують для перевірки якості вже готових виробів, властивості матеріалів яких вже відомі, зокрема з їх вхідного контролю на підприємстві. У медицині до руйнівних методів контролю належать вимір опору бурінню, біопсія тощо. Звичайно, у медицині слід віддавати перевагу неруйнівним методам контролю, навіть незважаючи на їх невисоку точність.

У медицині, і в стоматології зокрема, широкої популярності набула класифікація за Lekholm і Zarb (1985) [5], в якій залежно від морфології і щільності кістки, вона розділена на групи – А, В, С, D і Е. Однак, ця класифікація, що базується на анатомічних дослідженнях *in vitro*, не може задовольнити потреби сучасних наукових досліджень.

Упровадження неруйнівних методів контролю набуло розвитку у міру впровадження в практику комп'ютерної томографії. У 1987 р. Schwartz et al. запро-

понував концепцію використання результатів КТ для попередньої оперативної оцінки якості кістки претендентів для встановлення дентальних імплантатів. Масштаби використання КТ почали швидко зростати у міру зменшення стурбованості пацієнтів ймовірністю отримання підвищених радіаційних доз.

Комп'ютерна томографія при стандартному її застосуванні, коли властивості м'яких і кісткових тканин визначаються за допомогою умовних рентгенологічних показників – чисел Хаунсфілд (HU), є найраціональніший метод. Тканини і органи візуалізуються по-різному, щільніші виглядають менш затемненими, але конкретні механічні показники необхідні, насамперед при біомеханічних дослідженнях, числа Хаунсфілд характеризують лише якісно. Водночас точність отримуваних результатів при моделюванні, їх «наближеність» до конкретного пацієнта залежить від точності задавання основних механічних характеристик, зокрема модуля пружності і межі міцності.

Розглянемо можливість визначення механічних характеристик м'яких і кісткових тканин, створюючи аналітичні залежності між числами (HU), що визначають рентгенологічну щільність тканини в умовних одиницях, і фізичною (реальною) щільністю м'яких та кісткових тканин і їх механічними характеристиками – межею міцності ( $\sigma$ ) та модулем пружності (E). За запропонованою методикою спочатку створюється єдина

лінійна залежність між числами HU, вимірюваними в діапазоні як негативних, так і позитивних чисел HU, і фізичною щільністю ( $\rho$ ).

Поставлене завдання досягається таким способом: при застосуванні інтерактивних програмних пакетів (типу MIMICS, Ez3D та ін.) для візуалізації і сегментації зображень, отриманих при використанні даних комп'ютерної томографії, вимірювання щільності тканин у конкретних пацієнтів дає можливість встановити відповідність значень сірого кольору на томограмі лінійно значенням сірого кольору на моніторі. Значення сірого на зображеннях КТ виражаються відповідно до шкали Hounsfield – HU. Ця шкала складається з 4095 (від -1024 до 3071) значень, які відповідають 256 значенням сірого кольору на екрані. Діапазон, що покриває всю гістограму, відобразить всі видимі на томограмі тканини. Звуження діапазону дає можливість краще виділити незначні відмінності яскравості в м'яких тканинах або кістках, оскільки яскравість розподіляється серед відображених 256 значень. Передбачені у програмі MIMICS рівні щільності для різних структурних складових кісткових і м'яких тканин дорослої людини зображено на табл. 1 і гістограмі на мал. 6.

Оскільки шкала гістограми складається з 4095 значень чисел Hounsfield, які включають: повітря HU=-1024; воду HU=0 і найщільнішу кісткову тканину з HU=3071, то, приймаючи для повітря  $c=0,00129$  г/см<sup>3</sup> і для води  $c=1,0$  г/см<sup>3</sup>, отримаємо, що одиниця HU1 відповідає щільності  $c=0,975$  К10<sup>-3</sup> г/см<sup>3</sup>. Далі, умовно суміщаючи початок шкали з відміткою HU=-1024, можна отримати абсолютні прирости чисел ΔHU для всіх структур кісткових тканин, наведених на гістограмі (мал. 6).

Цей алгоритм можна виразити за допомогою таких залежностей:

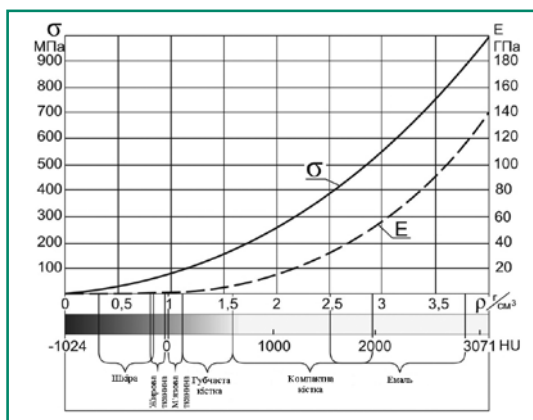
$$HU1 = \frac{1,0 - 0,00129}{1024} = 0,975 \times 10^{-3},$$

$$\text{тоді } \rho = 1,29 \times 10^{-3} + 0,975 \times 10^{-3} \times \Delta HU, \quad (1)$$

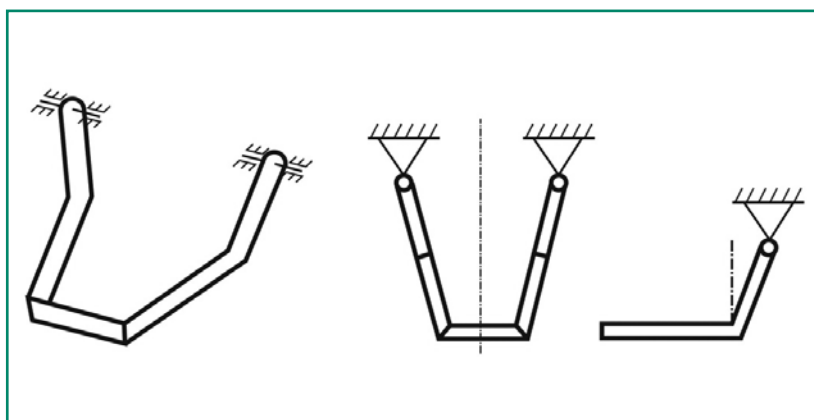
**Таблиця 1.** Залежність чисел HU, щільності і механічних характеристик для різних структурних складових кісткових і м'яких тканин

Тканина	HU	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\sigma$ , МПа	E, ГПа
Кістка	226...3071	1,219...3,99	88,8...955,2	3,97...139,4
Емаль	1553...2850	2,51...3,778	378...856	34,7...118,36
Губчаста кістка	662...1988	1,644...2,94	162...518,6	9,75...55,77
Компактна кістка	148...661	1,143...1,643	78,4...161,97	3,28...9,73
М'язова тканина	-5...135	0,993...1,13	59,16...76,6	2,15...3,17
Жирова тканина	-205...-51	0,798...0,949	38,21...54,04	1,11...1,88
Шкіра	-718...-177	0,299...0,826	5,36...40,94	0,059...1,24

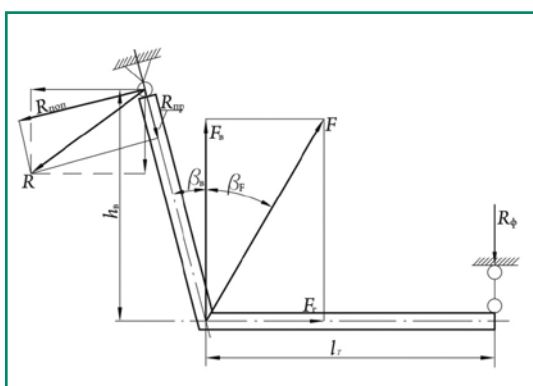




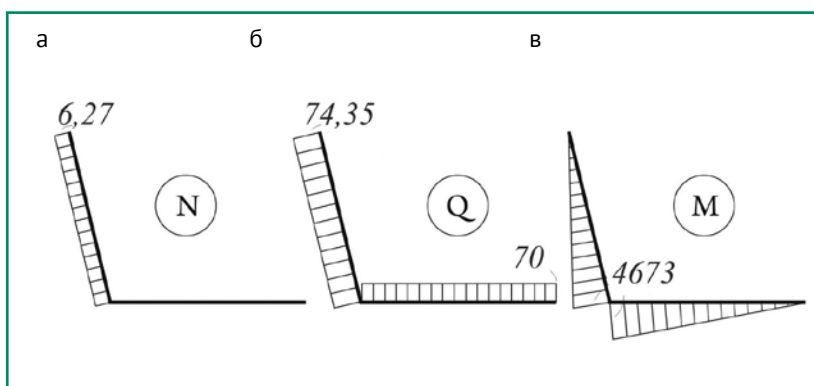
**Мал. 6.** Гістограма порогів (рівнів) чисел HU, щільності і механічних характеристик для різних структурних складових кісткових і м'яких тканин



**Мал. 7.** Схематизація НЩ у вигляді просторової рами



**Мал. 8.** Розрахункова схема нижньої щелепи у вигляді плоскої рами



**Мал. 9.** Епюри внутрішніх силових чинників N (а), Q (б) і M (в). Сили N і Q вказані в Н, момент M в Нмм

де  $\Delta HU$  – абсолютні прирости чисел  $\Delta HU$  для всіх структур кісткових тканин, від умовного нуля, який збігається з  $HU = -1024$ , наведеного на гістограмі (мал. 6).

При подальшому аналізі для визначення основних механічних характеристик кісткових тканин (модуля пружності і межі міцності), залежно від їх щільності, використовуватимемо емпіричні формули [2]:

$$E = 2195 \rho^3 \text{ і } \sigma = 60 \rho^2, \quad (2)$$

де  $\rho$  – щільність кісткової тканини в  $г/см^3$ . У цьому випадку, модуль пружності і напруження вимірюють у МПа.

Розглянемо ці формули у взаємозв'язку з табл. 1 і гістограмою на мал. 6. Для зручнішого використання на практиці ці дані наведено на мал. 6 у вигляді графічних залежностей  $\rho$  і  $E$ .

При порівнянні результатів наведених в табл. 1 з даними з роботи [3] відразу видно дуже добру кореляцію, де міцність губчастої кістки змінюється в діапазоні 26–160 МПа, міцність компактної кістки – в діапазоні 50–400 МПа і значення модулів пружності губчастої і компактної кістки дорівнюють відповідно  $5,0 \times 10^3$  МПа і  $20,0 \times 10^3$  МПа. Для води, за даними Вікіпедії, модуль пружності дорівнює  $2,0 \times 10^3$  –  $2,03 \times 10^3$  МПа. За формулою (2) для води (при  $t^\circ = 4$  С) отримуємо  $E = 2,195 \times 10^3$  МПа, тобто результати задовільні у всьому діапазоні щільності м'яких і кісткових тканин. Можна очікувати, що після уточнення емпіричних формул типу (2) і їх диференціації за типом кістки, статтю і віком пацієнта, результати за визначенням механічних характеристик будуть ще точнішими.

Наявна в програмі MIMICS і Ez3D можливість визначити щільність м'яких і кісткових тканин для кожного конкретного пацієнта у будь-якій точці організму дає можливість проводити диференціацію за статтю пацієнта та видом захворювання, що дає змогу накопичувати і систематизувати статистичні дані для будь-якого типу дослідження.

Визначення співвідношення між числами HU і щільністю дає можливість отримувати основні механічні характеристики м'яких і кісткових тканин пацієнта на основі даних комп'ютерної томографії фактично в режимі реального часу.

Можливості запропонованого способу визначення механічних характеристик м'яких і кісткових тканин найраціональніше розглядати на конкретних клінічних прикладах.

## Результати дослідження та їх обговорення

### Аналіз внутрішніх зусиль на нижній щелепі у процесі відкушування їжі

У роботі [2] показано, що біомеханіка процесів відкушування і жування істотно відрізняється. Але водночас продемонстровано, що вигинальні моменти в ділянці кута щелепи, найнебезпечнішій зоні, співмірні внаслідок зміни плечей передачі навантаження. Розглянемо ці два процеси послідовно, використовуючи дані КТ конкретного пацієнта.

Схематизація нижньої щелепи у вигляді просторової рами (мал. 4, 5) є механізмом, тобто вона може вільно обертатися навколо шарнірів, до виникнення будь-якого обмеження. У цьому випадку, обмежувачем руху може бути зуб-антагоніст, який вступає в контакт з цим зубом або безпосередньо, або через харчову грудку.

У процесі відкушування (при включенні двох передніх різців) НЩ можна відобразити у вигляді симетричної рами з симетричною дією жувального навантаження, що дозволяє розглядати лише половину системи. Зобразимо нижню щелепу у вигляді плоскої рами (мал. 8). Як бачимо, мал. 8 повторює мал. 4 і 5, але з деякими додатковими позначеннями, які допоможуть в подальших міркуваннях і побудовах. Особливо відзначимо, що при такій схематизації, ми фактично припускаємо, що передня частина щелепи відсутня (мал. 7), тобто зусилля в цьому елементі визначити неможливо.

Нескладно показати (мал. 8), що висота  $h_b$  і ширина відхилення  $\beta_b$  гілки щелепи відповідно рівні:

$$h_b = l_b \cos \beta_b, \quad b_b = l_b \sin \beta_b. \quad (3)$$

Суглобова головка щелепи є класичним шарніром як з погляду анатомії, так і за особливостями функціонування. До контакту із зубом-антагоністом нижню щелепу можна розглядати як простий механізм важеля. Якщо наявне обме-

ження руху в зоні різців – це плоска статично визначена рама, шарнірно оперта у двох точках (у ділянках суглобової головки і різців), що схематично відображено на мал. 8 у вигляді нерухомого і рухомого шарнірів. Реакція, яка виникає в нерухомому шарнірі, може бути представлена у вигляді двох компонент (наприклад, горизонтальної і вертикальної або поперечної  $R_{non}$  і повздовжньої  $R_{np}$ ), а в рухомому шарнірі – у вигляді однієї складової  $R_\phi$ .

Для зручності подальшого аналізу розкладемо жувальне навантаження  $F$  на дві складові: горизонтальну  $F_z$  і вертикальну  $F_y$ , які відповідно дорівнюють:

$$F_y = F \sin \beta_F, \quad F_z = F \cos \beta_F. \quad (4)$$

Складаючи рівняння рівноваги в проекціях на осі  $x$  і  $y$  (вертикальна і горизонтальна вісь), отримуємо:

$$R_r = F \sin \beta_F,$$

$$R_b = \frac{F}{l_r + b_b} (l_r \cos \beta_F - l_b \cos \beta_b \sin \beta_F), \quad (5)$$

$$R_F = \frac{F \cdot l_b}{l_r + b_b} \sin(\beta_F + \beta_b), \quad (6)$$

Відзначимо, що  $R_\phi$  є силою відкушування або силою прикусу різців.

Далі можна визначити величину реакції в суглобовій головці і кут її нахилу до вертикалі:

$$R = \sqrt{R_r^2 + R_b^2} + \operatorname{tg} \beta_R = \frac{R_r}{R_b}. \quad (7)$$

Величина реакції в суглобовій головці  $R$  може бути використана під час аналізу будь-яких проблем, що виникають у скронево-нижньощелепному суглобі (СНЩС). Проекції реакції в суглобовій головці  $R$  на повздовжню і поперечну вісь гілки щелепи можна визначити за формулами:

$$R_{np} = R \cos(\beta_b + \beta_R), \quad R_{non} = R \sin(\beta_b + \beta_R). \quad (8)$$

Саме ці реакції викликать внутрішні сили в гільці щелепи,:

$$N = R_{np}, \quad Q = R_{non}. \quad (9)$$

Максимальний вигинальний момент у куті щелепи (мал. 8) дорівнює:

$$M = R_\phi l_r. \quad (10)$$

Формули (3) – (10) дають можливість отримати всі компоненти жувального навантаження, реакцій в головці і внутрішніх сил в довільному перетині щелепи при будь-якому значенні сили  $F$  і геометричних параметрах щелепи.

### Наближений аналіз міцності нижньої щелепи

#### Визначення внутрішніх зусиль у нижній щелепі в процесі відкушування їжі

Відповідно до позначень і даних, наведених на мал. 3 і 4, розглянемо щелепу (мал. 3) з геометричними розмірами  $l_r = 66,76$  мм;  $l_b = 62,81$  мм і  $\gamma = 126,8^\circ$ , що дає  $\beta_b = 36,8^\circ$ . Прийmemo кут дії жувальної сили  $\beta_F = 30^\circ$ . Оскільки величина жувальної сили нам невідома, скористаємося прийомом, застосованим у нашому попередньому дослідженні [3]. Якщо величина функціонального навантаження для різця по *Rus* [1]  $R_\phi = 70$  Н, то при прийнятих лінійних розмірах і куті дії жувальної сили, за формулою (6), її величина  $F = 126,58$  Н.

При цих початкових даних за формулами (3) – (10) отримуємо:

$$R_r = 63,29 \text{ Н}; \quad R_b = 39,6 \text{ Н}; \quad R = 74,66 \text{ Н};$$

$$R_b = 58^\circ;$$

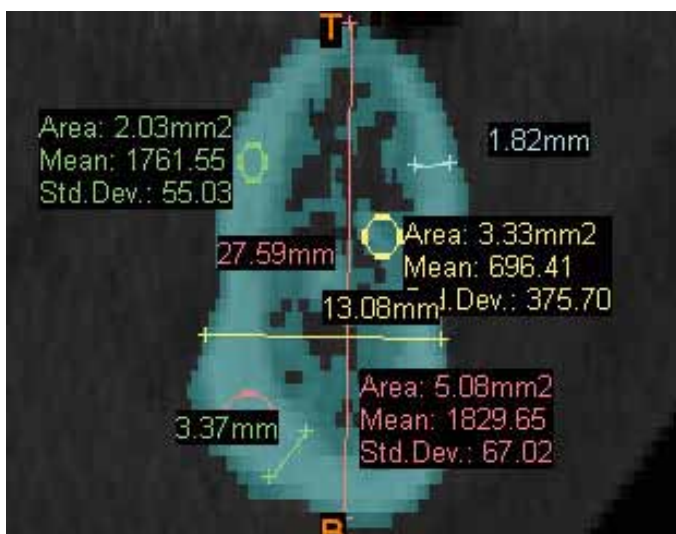
$$N = R_{np} = -6,27 \text{ Н}; \quad Q = R_{non} = 74,35 \text{ Н};$$

$$M = 4673 \text{ Нмм}.$$

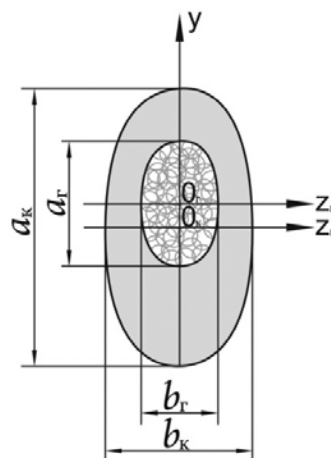
Епюри внутрішніх силових чинників  $N$ ,  $Q$  і  $M$ , розрахованих за формулами (9) і (10), зображено на мал. 9.

Попередній аналіз отриманих епюр показує, що тіло щелепи «працює» на зсув і згин, а гілка щелепи – на розтяг, зсув і згин.

Отже, прийнята розрахункова схема (мал. 8) і формули (3) – (10) дають можливість отримати всі компоненти жувального навантаження, реакцій в головці і внутрішніх сил в довільному перерізі щелепи при будь-якому значенні сили  $F$  і геометричних параметрах щелепи.



Мал. 10. Лінійні розміри перерізу і щільність кістки (HU) в тілі щелепи



Мал. 11. Схема перерізу щелепи



Мал. 12. Лінійні розміри перерізу і щільність кістки (HU) в гільці щелепи

Для оцінки міцності НЩ потрібно знати геометричні характеристики перерізів і властивості кісткових тканин, наближена методика розрахунку яких описана у нашому дослідженні [2].

Для точнішого відображення механічних властивостей кісткових тканин розглянемо декілька перерізів НЩ, результати вимірювань лінійних розмірів (габаритних і товщини) і щільності кістки (HU) подано на мал. 10 і 12. Для порівняльного аналізу на мал. 10 наведено лінійні розміри перерізу та щільність кістки в тілі щелепи, а на мал. 12 – у гільці щелепи.

Порівняння даних на мал. 10–13 показує, що анатомія НЩ (геометричні параметри) змінюється істотно, а властивості кісткових тканин – у неширокому діапазоні: для компактної кістки  $HU_k$

= 1700–1800, для губчастої кістки –  $HU_z$  = 550–700. Це дає можливість при наближених розрахунках використовувати середнє значення відповідного параметра щільності кісткових тканин. Даних, зображених на мал. 10 і 12, з відповідним аналізом можна отримати стільки, скільки зрізів на КТ займає НЩ. Спочатку визначимо механічні характеристики кісткових тканин (модуль пружності і межу міцності), для чого, залежно від щільності кісткових тканин, використовуємо емпіричні формули (2).

Відповідно до даних, зображених на мал. 11, визначимо середнє значення чисел  $HU$  для компактної і губчастої кістки відповідно  $HU_k$  = 1725 і  $HU_z$  = 550. Умовно суміщаючи початок шкали з відміткою  $HU$  = -1024, отримаємо  $\Delta HU_k$  = 2749 і  $\Delta HU_z$  = 1574. Тоді, за формула-

ми отримаємо  $\rho_k$  = 2,673 г/см<sup>3</sup> і  $\rho_z$  = 1,535 г/см<sup>3</sup>. Значення для модуля пружності і межі міцності визначимо за формулами (2):

$E_k$  = 41,92•103 МПа і  $E_z$  = 7,94•103 МПа

$\sigma_k$  = 428,7 МПа і  $y_z$  = 141,4 МПа.

Редукційний коефіцієнт, який буде використаний нижче,  $\varphi$  = 7,94/41,92 = 0,189.

Отримані значення напруження слід трактувати як межу міцності при статичному навантаженні. Водночас очевидно, що вся зубощелепна система працює, сприймаючи знакозмінні навантаження, для оцінки яких в техніці (для металів) використовують межу втомної міцності. Оскільки такі дослідження для кісткових тканин нам невідомі, прийемо, як приблизно приймають для металів, що межа втомної міцності

$$\sigma_{-1} = 0,5\sigma_b = 0,5 \cdot 428,7 = 214,35 \text{ МПа.} \quad (11)$$

Прийемо, що характерний поперечний переріз тіла НЩ має форму, близьку до еліпса (мал. 10, 11), за розмірами  $a_k$  = 27,59 мм;  $a_z$  = 23,52 мм;  $b_k$  = 13,08 мм і  $b_z$  = 9,44 мм (мал. 11).

Зсув центрів тяжіння еліпсів, які обмежують компакту і губчасту кістку, дорівнює  $y_z$  = 1,6 мм.

Площі поперечних перерізів і моментів інерції відповідних компонентів кістки по зовнішньому контуру визначимо за формулами [2]:

$$A_k = \pi a_k b_k / 4 = \pi \cdot 27,59 \cdot 13,08 / 4 = 283,43 \text{ мм}^2$$

$$A_r = \pi a_r b_r / 4 = \pi \cdot 23,22 \cdot 9,44 / 4 = 172,16 \text{ мм}^2$$

$$J_k = \pi \cdot a_k^3 \cdot b_k / 64 = \pi \cdot 27,59^3 \cdot 13,08 / 64 = 13,48 \cdot 10^3 \text{ мм}^4$$

$$J_r = \pi \cdot a_r^3 \cdot b_r / 64 = \pi \cdot 23,22^3 \cdot 9,44 / 64 = 58 \cdot 10^3 \text{ мм}^4$$

Дійсна площа і момент інерції компактної кістки як оболонки визначаються як різниця відповідних геометричних характеристик:

$$A_{k,t} = A_k - A_r = 283,43 - 172,16 = 111,27 \text{ мм}^2$$

$$J_{r,t} = J_k - J_r = 13,48 \cdot 10^3 - 58 \cdot 10^3 = 7,68 \cdot 10^3 \text{ мм}^4$$

Спочатку визначимо положення центру тяжіння компактної кістки як однорідної ізольованої оболонки за допомогою співвідношення [2]:

$$y_{c,k} = \frac{A_k \cdot y_k - A_r \cdot y_r}{A_c - A_p} = \frac{283,43 \cdot 0 - 172,16 \cdot 1,6}{283,43 - 172,16} = -2,47 \text{ мм}$$

Положення центру тяжіння перерізу  $y_c$  обчислимо також за допомогою такого ж співвідношення, прийнявши коефіцієнт редуції  $\varphi = 0,189$ :

$$y_c = \frac{A_{k,t} \cdot y_{c,k} + A_r \cdot \varphi \cdot y_r}{A_{k,t} + A_r \cdot \varphi} = \frac{111,7 \cdot (-2,47) + 172,16 \cdot 0,189 \cdot 1,6}{111,27 + 172,16 \cdot 0,189} = 1,55 \text{ мм}$$

Тут врахована зредукована площа поперечного перерізу, яка дорівнює:

$$A = A_{k,t} + \varphi \cdot A_r = 111,27 + 0,189 \cdot 172,16 = 143,81 \text{ мм}^2.$$

Це значення буде використано нижче при визначенні напруження, розтягання (стискування) і зсуву.

Момент інерції перерізу щодо поперечної центральної осі визначимо за формулою [2]:

$$J = J_{k,t} + \varphi \cdot J_r + c_k^2 \cdot A_{k,t} + \varphi \cdot c_r^2 \cdot A_r = 7,68 \cdot 10^3 + 0,189 \cdot 58 \cdot 10^3 + (0,92)^2 \cdot 111,27 + 0,189 \cdot (3,15)^2 \cdot 172,16 = 9,193 \cdot 10^3 \text{ мм}^4$$

Тут враховано, що  $c_k = 0,92$  мм і  $c_r = 3,15$  мм – відстані від центру тяжіння сукупного перерізу до центрів тяжіння компонентів – компактної і губчастої кістки. Отже, ми підготували необхідні початкові дані для аналізу міцності щелепи.

З урахуванням даних епюр напруження, що діє в тілі щелепи від зсуву, визначається як:

$$\tau = Q/A = 74,35/143,81 = 0,52 \text{ МПа}$$

Напруження, яке діє від вигину, визначається за формулою:

$$\sigma = \frac{M}{J} y_{\max} = 4673 \cdot 15,34 / 9,193 \cdot 10^3 = 7,8 \text{ МПа}$$

Порівняння числових значень напруження від зсуву і згину показує, що напруження від зсуву істотно менше, ніж напруження від згину.

Якщо прийняти за даними КТ, що травмуюче напруження дорівнює набутому значенню втомної міцності, тобто  $\sigma_{-1} = 214,35$  МПа, отримаємо значення коефіцієнта запасу міцності:

$$k = \sigma_{-1} / \sigma = 214,35 / 7,8 = 27,5. \quad (12)$$

Отже, коефіцієнт запасу міцності нижньої щелепи пацієнта М. в нормі (до операції) при відкушуванні, дорівнює 27,5. У дослідженні [2] для віртуальної щелепи отримано значення  $k = 15$ . Ці цифри показують, що людина при навантаженнях, близьких до норми, проблем з міцністю щелепи не відчуває як в режимі відкушування і жування, так і під час занять спортом і побутових навантажень.

Як контрольну цифру варто запам'ятати, що в нормі під час відкушування їжі коефіцієнт запасу міцності щелепи більший як 15. Такий висновок у відомій нам літературі відсутній.

## Література

1. Структура травматичних пошкоджень щелепно-лицевої ділянки: статистичні тенденції // Практична медицина. — 2009. — № 4. — С. 43—46.
2. Чуйко А.Н. Биомеханика в стоматологии / А.Н. Чуйко, И.А. Шинчуковский. — Х. : Форт, 2010. — 516 с.
3. Чуйко А.Н. Компьютерная томография и биомеханическое сопровождение в челюстно-лицевой хирургии / А.Н. Чуйко, Д.К. Калиновский, К.Р. Пограничная // Ортопедия, травматология и протезирование. — 2011. — № 2: Часть 1. — С. — 23—35.
4. Fractures of the Mandibular Condyle: Basic Considerations and Treatment // J. Kleinheins, Ch. Mayer // Quintessence Publishing, 2009. — P. 19—20.
5. J. Lindhe, N.P. Lang, T. Rfrring // Clinical Periodontology and Implant Dentistry – 5th ed. — Blackwell Munksgaard, 2008. — P. 52—54.