

# Взаємозв'язок кількості і типу імплантатів, жорсткості мостоподібних протезів та властивостей кісткової тканини: біомеханічний аналіз

## Interconnection of Implants Number and Type, Bridges Stiffness and Bone Tissue Properties: Biomechanical Analysis

Чуйко А.М.<sup>1</sup>, Угрин М.М.<sup>2</sup>, доц.

<sup>1</sup>Український аналітично-дослідницький центр в галузі медицини М. Угрин «MARC-UA»

<sup>2</sup>Львівський національний медичний університет ім. Данила Галицького  
Chuiiko A.M.<sup>1</sup>, Ughryn M.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>M. Ughryn Ukrainian Medical Analytical Research Centre «MARC-UA»

<sup>2</sup>Danylo Halytskyi Lviv National Medical University

Адреса для кореспонденції:

Чуйко Анатолій Миколайович  
e-mail: tolya.chuyko@mail.ru

**Мета:** Отримати механіко-математичні залежності, що пов'язують основні параметри системи мостоподібний протез – імплантат – кісткова тканина, і розробити на їх основі рекомендації для імплантолога-практика. **Методи:** Визначили механіко-математичні залежності взаємозв'язку жорсткості (податливості) мостоподібного протеза, залежно від його довжини (кількості імплантатів); зміни геометричних характеристик, як по довжині (в мезіо-дистальному напрямку), так і в поперечних перерізах (у лінгвально-оральному напрямку) та властивостей матеріалу, з якого виготовлений протез. Аналогічні залежності взаємозв'язку жорсткості (податливості) визначили для імплантату та навколишньої кісткової тканини, залежно від його типу (довжини, діаметра, різьби і матеріалу) і механічних властивостей навколишньої кісткової тканини. Усі перелічені параметри об'єднали однією розрахунковою формулою, що дозволяє аналізувати систему мостоподібний протез – імплантат – кісткова тканина при варіюванні будь-якого параметра. **Результати:** Розроблена методика використана співавторами статті у [6] для аналізу конкретного мостоподібного протеза (К. Міш [1]) з параметрами імплантатів і кісткової тканини та оцінкою їх механічних властивостей. **Висновки:** За розробленою методикою, що дозволяє визначити розподіл жувального навантаження, залежно від механічних показників системи, провели числовий аналіз клінічного випадку, підтвердивши усі теоретичні положення. Довели, що можна не лише варіювати кількість і розміщення імплантатів для конкретного пацієнта, але й провести попередній біомеханічний аналіз будь-яких конструктивних схем мостоподібних протезів для оптимізації запланованого відновлення.

**Ключові слова:** мостоподібний протез, жорсткість імплантатів, кількість імплантатів, тип імплантату, механічні властивості кісткової тканини.

**Purpose:** Getting mechanic and mathematical subjection linking the basic system parameters denture bridges – implant – bone tissue and develop recommendations for practicing implantologists. **Methods:** Received mechanic and mathematical interconnection subjection of denture bridges stiffness (compliance), depending from its length (number of implants); geometric characteristic changes in length (in medio-distal direction) and in cross-sections (in lingual-oral direction), and properties of denture prosthetic material. Similar subjection interconnection stiffness (compliance) was received for implant and surrounding bone tissue, depending on the type of implant (its length, diameter, thread and material), and mechanical properties of bone tissue around implant. All these param-

eters was united in one calculation formula that allows to analyze the system denture bridges – implant – bone tissue with ability to change any of the parameters. **Results:** Developed technique is used to analyze the particular bridge (C. Mish [1]), with parameters of implant and bone tissue, and mechanical properties valuation according to the method developed by co-workers in [6]. **Conclusions:** Designed a method to optimize system denture bridges – implant – bone tissue, which comprise design of denture bridges, quantity of implants (distance between supports), size of implants (diameter, length and thread type), properties of bone tissue. Proposed method allows to determine masticators load division, depending on the mechanical properties of the system. Using this technique, the numerical analysis of a specific clinical case, that confirmed all theoretical positions. Proposed method can not only vary the number and placement of implants, but also to conduct a preliminary biomechanical analysis of any constructive dentures bridges schemes to optimize planned reconstruction.

**Keywords:** bridges dentures, implants stiffness, implants number, implants type, mechanical properties of bone tissue.

## Вступ

У кожного імплантолога на етапі планування операції виникають запитання, чимало параметрів потребують оцінки. К. Міш [1] підкреслює, що «команда імплантологів повинна оцінити понад 60 факторів до планування операції», серед них найважливішими є кількість імплантатів та їх тип. В.Л. Параскевич у монографії «Дентальна імплантологія» [2] через призму системного аналізу розглядає всі основні проблеми сучасної імплантології. Автор підкреслює, що «завданнями планування лікування є визначення оптимального варіанту протезування; типу, розмірів і кількості імплантатів, що забезпечують раціональне протезування; розробка тактики хірургічного та ортопедичного етапів лікування. Дотримання принципів та вирішення завдань планування імплантації можуть здійснюватися тільки після аналізу анатомо-топографічних і функціональних особливостей зубощелепної системи, що ґрунтується на результатах клініко-рентгенологічного обстеження». У підрозділі «Визначення кількості імплантатів» йдеться про те, що «при одиночних дефектах зубних рядів застосовують принцип імплантаційної ізотопії, обґрунтований G. Murgatori. Суть принципу полягає у тому, що кількість встановлюваних імплан-

татів має відповідати кількості відсутніх коренів зубів. Отже, при одиночних дефектах фронтальної групи зубів (разом з премоллярами) необхідно встановлювати один імплантат, за відсутності моляра – два імплантати. Винятком є випадки, коли внаслідок конвергенції сусідніх із дефектом зубів немає простору, необхідного для встановлення двох імплантатів. У такому разі можна встановити один імплантат на місце дво- чи трикореневого зуба, але діаметр імплантату при цьому повинен становити щонайменше 4 мм (краще 5–6 мм)» [2].

Важливе значення у розвитку дентальної біомеханіки має збірник статей за редакцією А. N. Natali «Dental Biomechanics» (2003) [3]. У підрозділі «Number and position of implants» зазначено: «Кількість та розташування імплантатів визначаються геометрією і розмірами протезної конструкції. Один і той самий протез, із тим же жувальним навантаженням може чинити абсолютно різні рівні напруження в імплантатах і опорній кістці, залежно від їх кількості та конфігурації. Безліч факторів впливають на визначення ідеально необхідної кількості опор. Серед них важливими є якість кісткової тканини, кількість і тип імплантатів. Використання великої кількості імплантатів різні автори обґрунтовують тим, що оклюзійне навантаження

поширюватиметься на значну поверхню. Однак ідеальну кількість імплантатів слід оцінювати на основі індивідуальних характеристик пацієнта, зважаючи на рівномірний розподіл навантаження вздовж мостоподібного протеза» [3]. Такі висновки найповніше відображають погляди авторів статті. Підтвердженням є аналіз механіко-математичних залежностей, які пов'язують основні параметри системи мостоподібний протез – імплантат – кісткова тканина.

Монографія [4] складається з розділів, співзвучних з темою дослідження: 2.1. Заміщення включених дефектів за відсутності одного зуба; 2.2. Заміщення включених дефектів за відсутності двох та більше зубів і 2.4. Заміщення повної відсутності зубів, спричиненої множинним видаленням. У кожному з них є підрозділ «Кількість та діаметр імплантатів».

У розділі 2.2 визначено, що «кількість імплантатів при включених дефектах за відсутності двох і більше зубів є вирішальним чинником досягнення ефективності імплантологічного лікування. При цьому, максимальна кількість імплантатів може визначатись як один замість кожного втраченого різця, ікла чи премолляра та два замість моляра, або може відповідати кількості заміщуваних зубів, без урахування кількості втрачених коренів» [4]. У

розділі 2.4 сказано, що «кількість, довжина та діаметр імплантатів при повній відсутності зубів є вирішальним чинником досягнення ефективності імплантологічного лікування. Водночас, анатомічні умови, наявність, стан та кількість зубів-антагоністів також мають важливе значення у плануванні лікування. Більше того, сьогодні немає і, напевно, не буде однастайності усіх спеціалістів стосовно методів, способів лікування чи кількості необхідних імплантатів» [4].

У роботах [2, 4] рекомендовано визначати кількість імплантатів, залежно від анатомо-топографічних умов та кількості заміщуваних зубів. Отож, відповідно до цих рекомендацій, в [1, 2] наведені приклади, коли у пацієнта на одній щелепі встановлені 11–14 імплантатів. Це суперечить поглядам проф. О.Н. Сурова – одного із основоположників дентальної імплантології, який стверджував, що металу у порожнині рота має бути якомога менше, перш за все для зменшення впливу на кровопостачання, іннервацію тощо. Окрім того, закладення кількості коренів зубів відбувається у дитячому віці, а протезування проводять пацієнтам зрілого віку, коли функціональні особливості зубощелепної системи суттєво змінюються.

Отже, обширний біомеханічний аналіз окресленої проблеми – визначення кількості та типу імплантатів, необхідно проводити з точки зору оптимізації для забезпечення довговічності відновлення, зважаючи на фінансові можливості пацієнта. В роботі [6] зазначено, що «серед механіко-математичних показників, які характеризують поведінку будь-якої системи, зокрема мостоподібний протез – опорний зуб або імплантат – кісткова тканина, особливе місце посідає показник податливості, який детально розглянуто в роботах [5, 6]. На деформації згину тіла протеза і, як наслідок, – на оклюзійні співвідношення зубів суттєво впливають співвідношення податливості мостоподібного протеза

із податливістю опорних зубів та імплантатів». Мета роботи: визначити механіко-математичні залежності, які пов'язують параметри системи мостоподібний протез – імплантат – кісткова тканина, і сформулювати на їх основі рекомендації для імплантолога-практика.

## Матеріал і методи

### Основні залежності та визначення

У загальному випадку для лінійної системи з одним ступенем свободи, сила  $F$  і спричинене її дією переміщення  $\Delta$  пов'язані лінійною залежністю:

$$F = k \cdot \Delta = \frac{1}{\delta} \cdot \Delta, \quad (1)$$

або при визначенні переміщень:

$$\Delta = \delta \cdot F = \frac{F}{k}, \quad (2)$$

де  $k$  – коефіцієнт жорсткості системи;  $\delta$  – коефіцієнт податливості системи. Жорсткість елемента конструкції визначається видом навантаження (розтяг-стиск, згин, крутіння тощо), жорсткістю поперечного перерізу, лінійними розмірами елемента і граничними умовами, а оцінюється коефіцієнтом жорсткості  $k$ . Податливість елемента конструкції – величина зворотна до жорсткості конструкції (системи) та оцінюється коефіцієнтом податливості  $\delta$ .

Податливість будь-якої біоконструкції є відносним показником, що характеризує здатність чинити опір зовнішнім навантаженням, незалежно від їхньої конкретної величини. Показник податливості можна визначити аналітично, оскільки математично індивідуальна властивість конструкції обчислюється за формулами, які охоплюють основні конструктивні параметри. Показник податливості можна визначити і експериментально, якщо виміряні переміщення у системі поділити на величину навантаження, що спричинило це переміщен-

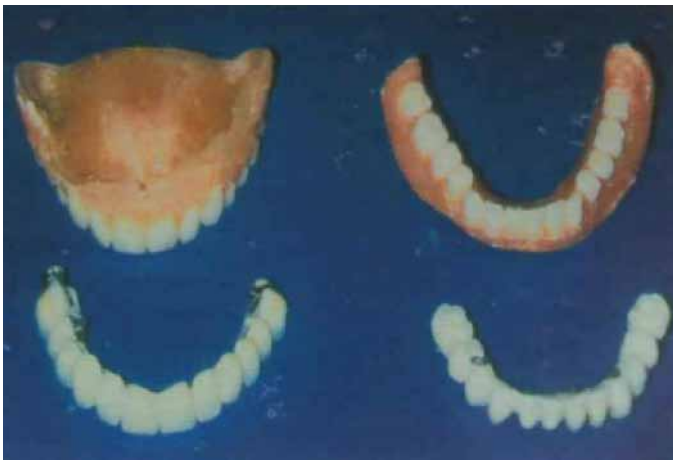
ня. Тобто податливість – це переміщення у системі при силі, рівній одиниці. Для імплантату, мостоподібного протеза чи будь-якого апарату зовнішньої фіксації коефіцієнт податливості можна уніфікувати, відповідно до типу конструкції, що полегшить підбір необхідного пристрою у певному клінічному випадку.

Коефіцієнт жорсткості вимірюється у Н/мм і показує, яка сила призведе до переміщення, що дорівнює 1 мм, а коефіцієнт податливості – у мм/Н та відображає величину переміщення при дії сили 1 Н. Обидва коефіцієнти використовують рівноправно, залежно від того, який показник обчислюють. Зазвичай при визначенні зусилля керуються коефіцієнтом жорсткості (1), при визначенні переміщення – коефіцієнтом податливості (2).

### Розрахункова схема системи мостоподібний протез – імплантат – кісткова тканина

Незважаючи на те, що у роботах [5, 6] є розділ «Порівняльний аналіз монографії С.Е. Mish «Dental Implant Prosthetics» («Ортопедичне лікування з опорою на імплантати»), продовжимо цей аналіз, демонструючи графічний ряд з [1] та аналітичні формули з [6].

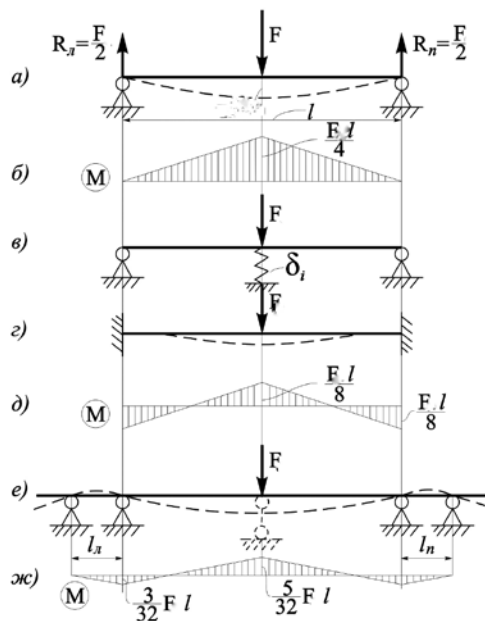
Найхарактерніші конструкції дентальних протезів наведені на мал. 1 (мал. 1-20 [1]). У верхньому ряді зображені покривний протез (за термінологією роботи [1]) і протез з акриловим базисом. Біомеханіка покривного протеза (умовно-знімного, за термінологією роботи [6]) докладно розглянута у [6]. Об'єктом дослідження є суцільнолітій металокерамічні мостоподібні протези на імплантатах, а також протези з акриловим базисом. За дидактичним принципом «від простого до складного» розглянемо найпростіший мостоподібний протез на три одиниці (мал. 2) [1]. Автор [1] зазначив, що «найефективнішим методом збільшення площі поверхні імплантаційної підтримки є збільшення кількості імплантатів». На наш погляд, цю якісну



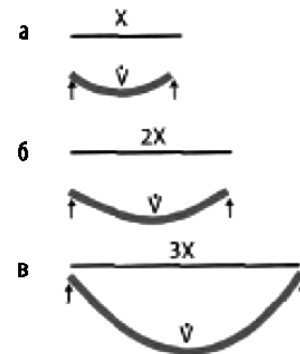
Мал. 1. Типові конструкції дентальних протезів [1]



Мал. 2. Мостоподібний протез на три зуби (мал. 6-29 з [1])



Мал. 3. Розрахункова схема мостоподібного протеза [6]



Мал. 4. Схема залежності податливості протеза від віддалі між імплантатами

оцінку можна суттєво поглибити при біомеханічному аналізі за [6] (мал. 3). З позиції механіки, мостоподібний протез на імплантатах – це балка на пружних проміжних опорах. Використовуватимемо обидва визначення: і мостоподібний протез, і балка. На мал. 3 наведена розрахункова схема мостоподібного протеза, як балки, спочатку на двох жорстких опорах (мал. 3, а), згодом на трьох, з яких середня – пружна (мал. 3, в). Ці схеми мають не тільки методичне, а й практичне значення.

Отож схема на мал. 3, а, б відповідає схемі на мал. 2, а; на мал. 3, в – схемі на мал. 2, б. Будемо вважати, що зу-

силля від харчової грудки, ідентичне до сили, прикладеної посередині балки  $F$  (мал. 3, а). Ця сила рівномірно розподілятиметься між опорами (імплантатами), спричиняючи реакції  $R=F/2$ . Під час переміщення сили до однієї з опор, ця опора пропорційно довантажуватиметься. При дії сили лише на опорі, все навантаження сприйматиметься цієї опорою (імплантатом), тобто  $R=F$ , і згинання балки не буде.

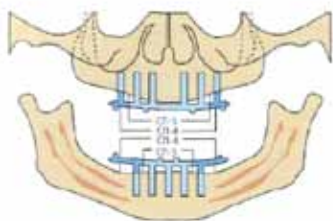
Згинання балки в середньому перерізі можна визначити за формулою:

$$\Delta_F = \frac{Fl^3}{48 EJ}, \quad (3)$$

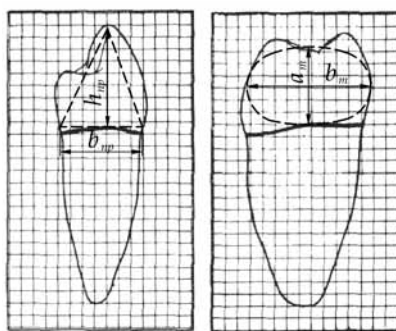
де  $EJ$  – жорсткість балки на згин, що визначається добутком модуля пружності матеріалу балки  $E$  на момент інерції поперечного перерізу  $J$ . Момент інерції слід визначати для сукупного перерізу. Наприклад, для металокерамічного мостоподібного протеза з урахуванням профілю металеві балки і шару кераміки. Для цього можна застосовувати поширений в авіації метод редукційних коефіцієнтів [6].

Податливість балки  $\delta_o$  у цьому разі визначається за формулою:

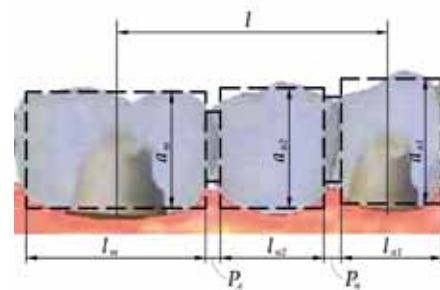
$$\delta_o = \frac{l^3}{48 EJ}. \quad (4)$$



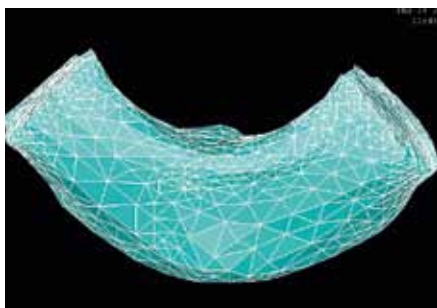
Мал. 5. Схема протезів ЗП-4 і ЗП-5, за класифікацією [1]



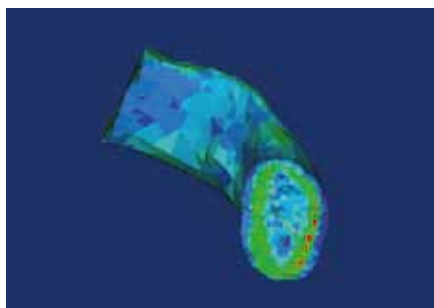
Мал. 6. Апроксимації для перерізів першого премоляра (трикутник) і першого моляра (еліпс) показані пунктиром



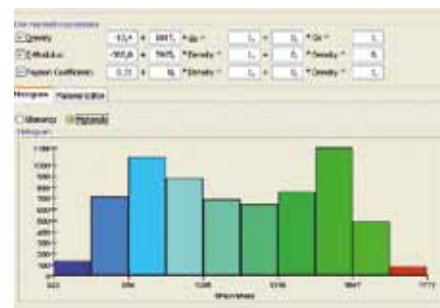
Мал. 7. Моделювання мостоподібного протеза по довжині (в мезіо-дистальному напрямку)



Мал. 8. Поверхнева сітка 3D моделі кістки, генерована в MIMICS



Мал. 9. 3D модель кістки з елементами, забарвленими відповідно до колірної гами MIMICS



Мал. 10. Діаграма розподілу елементів на групи за кольорами

Color	Density	E (Pa)	Poisson Coefficient
Blue	1000.0	10000000000.0	0.30
Light Blue	1000.0	10000000000.0	0.30
Light Green	1000.0	10000000000.0	0.30
Green	1000.0	10000000000.0	0.30
Dark Green	1000.0	10000000000.0	0.30
Yellow	1000.0	10000000000.0	0.30
Orange	1000.0	10000000000.0	0.30
Red	1000.0	10000000000.0	0.30

Мал. 11. Значення щільності DN, модуля пружності E та коефіцієнта Пуассона  $\mu$  за групами

Кути повороту перерізів над імплантатами, при силі, прикладеній посередині балки, можна визначити за формулою:

$$\theta_n = \theta_n = \frac{Fl^2}{8EJ} \quad (5)$$

Наведені формули дозволяють виконати короткий аналіз жорсткості балки – мостоподібного протеза на двох

імплантатах. З формули (3) випливає, що максимальне переміщення пропорційне добутку величини сили F на віддаль між опорами  $l^3$  і обернено пропорційне згинальній жорсткості балки EJ. Тобто віддаль між імплантатами (кількість імплантатів) – це параметр, який найповніше визначає можливий прогин балки або її жорсткість. Це положення про кубічну залежність податливості (жорсткості) від віддалі між опорами (імплантатами) у роботі [1] зображено на мал. 11–12 (мал. 4). Проте, на наш погляд, формула (3) універсальніша, оскільки доцільна при будь-яких значеннях l. Як впливає з формул (3, 4), при збільшенні віддалі між імплантатами (опорами) l, переміщення у тоці прикладання сили може бути суттєвим. Відтак природним конструктивним рішенням є встановлення додаткового імплантату (проміжної

опори), як показано на мал. 3, в. Балка з проміжною опорою, з точки зору опору матеріалів, є статично невизначеною, тобто кількість рівнянь рівноваги менша, ніж кількість невідомих. Зусилля (реакцію) в імплантаті позначимо як  $R_i$ . Опустивши досить громіздкі викладення отримаємо:

$$R_i = \frac{F}{1 + \frac{\delta_i}{\delta_6}}, \text{ або } R_i = \frac{F}{1 + \frac{k_6}{k_i}} \quad (6)$$

де  $\delta_i, k_i$  – податливість і жорсткість імплантату;  $\delta_6, k_6$  – податливість, що визначається за формулою (4), і жорсткість балки. Яку з формул (6) використовувати при аналізі залежить від дослідника, оскільки їхня відмінність полягає у тому, що жорсткість і податливість є зворотними величинами. Податливість імплантату  $\delta_i$  залежить не тільки

Таблиця 1. Залежність величини реакції в імплантаті  $R_i$  від співвідношення податливості імплантату  $\delta_i$  і балки  $\delta_6$

$\delta_i / \delta_6$	0	0,5	1	2	3
$R_i$	F	2/3 F	1/2 F	1/3 F	1/4 F



від його конструкції, а й від механічних властивостей навколишніх кісткових і м'яких тканин [6]. Результати короткого аналізу залежності величини реакції в імплантаті  $R_i$  від співвідношення його податливості  $\delta_i$  і податливості балки  $\delta_6$  за (6) підсумуємо у табл. 1.

Отже, при абсолютно жорсткій проміжній опорі ( $\delta_i=0$ ) все навантаження, що виникає від харчової грудки  $F$ , повністю сприймається імплантатом – балка (мостоподібний протез) не згинається. При рівності податливостей ( $\delta_i=\delta_6$ ) половину навантаження  $F$  сприймає згин балки, а половину – імплантат і т.д. Зі збільшенням податливості імплантату, сприйняте ним навантаження зменшується, а балка пропорційно навантажується від згину. Слід пам'ятати, що залежно від жорсткості балки на згин, усі три імплантати, зважаючи на податливість, «забезпечуватимуть» вертикальне осідання балки як твердого тіла на пружинах.

З цього короткого аналізу можна зробити важливий практичний висновок: від співвідношення між податливістю імплантату  $\delta_i$  і балки  $\delta_6$  залежить розподіл навантаження між цими елементами системи. Співвідношення (6), на наш погляд, чіткіше визначає припущення: «...протез із пластмаси, можливо, виконує менш сприятливий розподіл напруги у маргінальній кістці, з визнанням ризику

її перевантаження, коли жувальна сила прикладається статично» [3]. Якщо податливість мостоподібного протеза з металу в 10 разів менша, ніж податливість імплантату, то на імплантат передається 0,09  $F$  навантаження. Якщо модуль пружності пластмаси, наприклад, у 5 разів менший за модуль пружності металу, з якого виготовлений мостоподібний протез, то зі співвідношення (8) випливає, що пластмасовий протез збільшує навантаження на імплантат у 3,66 раза, а це має певні наслідки.

При аналізі розрахункових схем (мал. 3, а–в) прийнято, що балка на кінцях закріплена шарнірно, тобто опорні імплантати можуть повертатися вільно, не чинячи опору згину балки. Для поглиблення розуміння роботи балки на імплантатах на мал. 3, г розглянуто розрахункову схему, коли кінці балки жорстко затиснені, тобто опорні імплантати повертатися не можуть – кути повороту балки над імплантатом (5) рівні нулю. Епюра згинальних моментів, що відповідає цьому розрахунку, зображена на мал. 3, д. З порівняння епюр згинальних моментів (мал. 3, б і д), випливає, що спосіб кріплення кінців балки суттєво впливає на її згин, навантажуючи не тільки переріз, де прикладено силу  $F$ , але, при жорсткому защемленні, і сусідні з опорними імплантатами перерізи. Насправді, при реальних імплантатах їх опір повороту кінців балки матиме

кінцеве значення, тобто розрахункові схеми будуть проміжними між представленими на мал. 3, а та г. Їхній аналіз спрощується при відомих початкових параметрах.

Для протеза з опорою на чотири імплантати (мал. 3, е) обмеження повороту балки у перерізах, розташованих на внутрішніх опорних імплантатах, підлягатиме визначенню співвідношення згинальної жорсткості, як в центральній ділянці, так і в прилеглих бічних ділянках. Тобто формулу (4) слід застосовувати для кожної ділянки балки з конкретними параметрами згинальної жорсткості та довжини ділянки. Принципова епюра згинальних моментів відповідає мал. 3, ж, якщо балка постійного перетину і  $l_n=l_n$ . В опорі матеріалів розроблені методи розрахунку таких багатоопорних балок (статично невизначених кілька разів). При наявності п'ятого імплантату, який не завжди можна встановити через «скупченість», розташованого у перерізі, де прикладена сила  $F$ , відбуватиметься перерозподіл навантаження між цим імплантатом і балкою (мал. 3, в). Запропонована методика може бути успішно використана і для аналізу ЗП-4 і ЗП-5 за класифікацією [1], що продемонстровано в [6] при аналізі УЗП. Розмірковуючи про можливість аналізу з використанням співвідношення (6), на практиці необхідно вміти оцінити податливість імплантату  $\delta_i$  та протеза (балки)  $\delta_6$ .

Таблиця 2. Основні параметри мостоподібного протеза, відповідно до мал. 6 і 7

Параметр	Премоляр 1	Перемичка 1	Премоляр 2	Перемичка 2	Моляр 1
a (h), мм	8	5	7	4	6,5
b, мм	7	3	8	3	10
$l_p$ , мм	7	1,5	7	1	11
$J_x$ , мм <sup>4</sup>	99,5	18,4	134,8	9,4	134,9

Таблиця 3. Значення  $EJ_x$ ,  $\delta_6$  та  $\Delta$  для найпоширеніших матеріалів

Матеріал	Бюгодент	Титан	Пластмаса	Акрил
E, МПа	$2,22 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^4$	$2,25 \cdot 10^3$
$EJ_x$ , Нм м <sup>2</sup>	$2,47 \cdot 10^7$	$1,22 \cdot 10^7$	$1,113 \cdot 10^6$	$2,5 \cdot 10^5$
$\delta_6$ , мм/Н	$4,91 \cdot 10^{-6}$	$9,95 \cdot 10^{-6}$	$10,91 \cdot 10^{-5}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$
$\Delta$ , мм	$8,44 \cdot 10^{-4}$	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$1,964 \cdot 10^{-2}$	$8,75 \cdot 10^{-2}$

**Методика оцінювання згинальної жорсткості (податливості) мостоподібного протеза**

Показник податливості можна обчислити аналітично, оскільки математично його визначають за формулами, які охоплюють основні конструктивні параметри, – це властивість конструкції. Формули (3, 4), отримані для балки постійної жорсткості по довжині, але навіть простий мостоподібний протез (мал. 2), має змінні геометричні характеристики, як по довжині (в мезіо-дистальному напрямку), так і в поперечних перерізах (в лінгвально-оральному напрямку). Коректне моделювання такої конструкції, що досить копіткою, можна виконати у програмах SolidWorks, ANSYS та ін. Однак при розробці плану операції для попереднього аналізу корисно мати аналітичні залежності, що дозволяють виявити основні взаємозв'язки між конструктивними параметрами.

Оскільки мостоподібні протези (мал. 1) переважно повторюють коронкову частину зубного ряду, розглянемо найбільш характерні перерізи зубів за схемами з роботи [7]. На мал. 6 зображені поперечні перерізи першого премоляра і першого моляра. Для застосування в аналітичних співвідношеннях складні конфігурації поперечних перерізів коронок зубів слід апроксимувати як простіші геометричні фігури. Можливі апроксимації для перерізів першого премоляра (трикутник) і першого моляра (еліпс) показані пунктиром на мал. 6. Моменти інерції простих геометричних фігур можна обчислити за формулами. Для прямокутника і трикутника:

$$J_x = \frac{bh^3}{12}, J_x = \frac{bh^3}{36}, \quad (7)$$

де  $b$  і  $h$  – ширина основи та висота профілю;

Для кола і еліпса:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}, J_x = \frac{\pi ba^3}{64}, \quad (8)$$

де  $d, a, b$  – діаметр кола, висота і ширина еліпса.

Із формул (7) і (8) випливає, що значення моменту інерції розглянутих фігур пропорційне до ширини профілю і висоти профілю в кубі. На це слід зважати при моделюванні мостоподібного протеза, якщо потрібно варіювати жорсткість поперечного перерізу. Для моделювання мостоподібного протеза по довжині (в мезіо-дистальному напрямку) найприйнятнішою геометричною фігурою для коронок зубів є прямокутник (мал. 7).

На мал. 7 зображені не лише прямокутники, що окреслюють коронки зубів, але й перемички між зубами з нанесенням основних параметрів, значення яких використовуємо при розрахунках. В опорі матеріалів такі конструкції визначають як ступеневі балки, для них розроблені методи розрахунку, що ґрунтуються на використанні коефіцієнта приведення перерізу і диференціального рівняння пружної лінії (при згині балки). Для спрощення розрахунків, з метою використання співвідношення (4), введемо поняття еквівалентний момент інерції перерізу  $J_e$ , який можна розрахувати за формулою:

$$J_e = \sum_n J_i \frac{l_i}{l} \quad (9)$$

де  $J_i$  та  $l_i$  – момент інерції перерізу і довжина відповідної ділянки;  $n, i$  – кількість ділянок і номер.

**Методика оцінювання ефективної жорсткості кісткової тканини навколо імплантату**

Для розробки методики числового оцінювання ефективної жорсткості кісткової тканини навколо імплантату скористаємося теорією різьбових з'єднань, розробленою в технічних додатках [8]. Для деталей з гвинтовим з'єднанням податливість гвинта  $\delta_r$  і деталей  $\delta_d$  визначається за формулами:

$$\delta_r = \frac{l_r}{E_r A_r}; \delta_d = \frac{l_d}{E_d A_d}, \quad (10)$$

де  $E_r, E_d$  – модулі пружності матеріалів гвинта і деталей;

$A_r, A_d$  – площі поперечних перерізів гвинта і деталей;

$l_r, l_d$  – довжина гвинта і товщина деталей.

Відповідно з механічною ідентичністю, розумітимемо, що гвинтовий імплантат – це гвинт, а навколишня кісткова тканина – це деталь (гайка). Величина  $E_r A_r$  – це жорсткість на розтягування (стиснення). Вона охоплює жорсткість матеріалу, зумовлену модулем пружності  $E_r$ , та його кількість, що визначається площею поперечного перерізу  $A_r$ . Тому чим вища жорсткість на розтяг ( $E_r A_r$ ), тим нижча податливість елемента, а чим більша довжина елемента ( $l_r$ ), тим його податливість вища. Аналогічно можна розглядати звичайну спіральну пружину. За аналогією з формулами (10), в теорії різьбових з'єднань [8] отримано формули для податливості витка різьби, зважаючи на його згин і зсув, як затисненої балки, а також від переміщення уздовж осі витка як жорсткого цілого, спричиненого радіальною деформацією тіла кістки (гайка, гвинт). Збережемо в цих формулах тільки доданок, що охоплює згин і зсув витка:

$$\delta_i = \frac{s}{\pi d_2 E_i h}, \quad (11)$$

де  $\delta_i$  – податливість витка імплантату або кістки;

$s$  та  $h$  – крок і робоча висота профілю різьби ( $h=0,65s$ );

$d_2$  – середній діаметр різьби;

$E_i$  – модуль пружності матеріалу імплантату або кістки.

У формулі (11) параметри  $s, h$  і  $d_2$  прийняті рівними для витків імплантату і кістки. Відтак  $\pi d_2 h$  виражає площу перерізу витка перпендикулярною до осі імплантату площиною, а (11) за механічним змістом відповідає (10). Отже, за формулою (11), на результат

впливає показник  $E_p$ , оскільки модуль пружності матеріалу імплантату і кістки можуть суттєво відрізнятися. Для врахування впливу на податливість різьбового з'єднання імплантат-кістка всіх витків у знаменник (11) слід ввести  $n$  – кількість витків. Співвідношення (11) разом з (2) дозволяє визначити переміщення (рухомість) імплантату при відомій силі  $F$ , що особливо важливо при аналізі поведінки будь-якої мостоподібної конструкції з опорою на імплантати.

Надалі співвідношення  $E_p n$  – модуль пружності, помноженої на кількість витків  $n$ , пропонуємо називати ефективною жорсткістю елемента, що інтегрально відображає жорсткість імплантату або навколишньої кістки. Відзначимо істотну відмінність при застосуванні (11) для імплантату і навколишньої кістки. Для імплантату, модуль пружності матеріалу якого постійний, формулу (11) можна переписати:

$$\delta_i = \frac{s}{\pi d_2 h E_i n} \quad (12)$$

Для навколишньої кісткової тканини, механічні характеристики якої суттєво змінюються, формулу (12) необхідно модернізувати, щоб охопити зміну механічних характеристик:

$$\delta_k = \frac{s}{\pi d_2 h E_{\max} \sum_n \phi_i} \quad (13)$$

У формулу (13), для зручності подальших арифметичних обчислень, введено коефіцієнт редуції кісткової тканини як співвідношення модуля пружності елемента кістки до максимального модуля пружності кістки пацієнта:

$$\phi_i = \frac{E_i}{E_{\max}} \quad (14)$$

Далі виконаємо розрахунки для навколишньої кісткової тканини (мал. 2), беручи до уваги отримані залежності.

## Результати та їх обговорення

### Числове оцінювання згинальної жорсткості (податливості) мостоподібного протеза

Для конкретного мостоподібного протеза (мал. 2) основні геометричні параметри, відповідно з масштабованими схемами роботи [7], подамо у таблиці 2. За формулою (9), зважаючи на те, що загальна довжина системи замірjana між осями крайніх імплантатів  $l=18,0$  мм, значення еквівалентного моменту інерції дорівнює

$$J_e = \sum_n J_i \frac{l_i}{l} = 111,31 \text{ мм}^4.$$

У формули (3–5) входить параметр  $EJ$ , який визначає згинальну жорсткість мостоподібного протеза (балки). Номенклатура матеріалів, з яких у стоматології виготовляють мостоподібний протез, дуже широка: від хром-кобальту і бюгоденту до багатьох марок пластмас, до яких належать й акрилові. У табл. 3 наведені значення  $EJ_e$  для найпоширеніших матеріалів, коефіцієнти податливості для мостоподібного протеза  $\delta_6$  (4) (мал. 2, 3) і значення переміщень  $\Delta$  (2) при силі, що діє на другий премоляр  $F=180$  Н. Значення  $\delta_6$  у табл. 3 використаємо для аналізу залежності (6), а значення абсолютних переміщень  $\Delta$  можна застосувати під час аналізу оклюзійних співвідношень зубів.

### Числове оцінювання ефективної жорсткості кісткової тканини навколо імплантату

Для числового оцінювання ефективної жорсткості (податливості) кісткової тканини навколо імплантату використаємо методикі дані комп'ютерної томографії пацієнта з роботи [6], а також комплекс MIMICS [9]. На мал. 8 зображено поверхневу сітку 3D моделі кістки, генеровану в MIMICS, а на мал. 9 – розподіл щільності елементів кістки, забарвлених відповідно до колірної гами MIMICS. На спеціальній гістограмі MIMICS зображено кількість

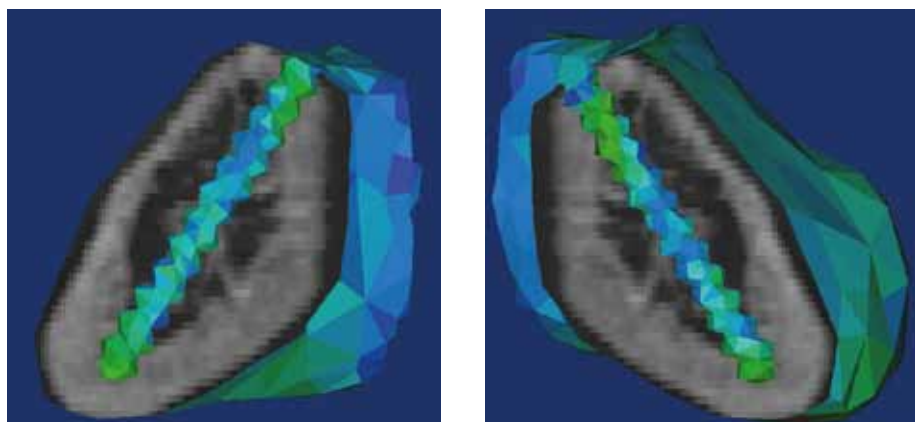
елементів у моделі для кожного значення сірого кольору. Можна ввести кількість матеріалів, наприклад 10, і весь діапазон значень сірого, що трапляється в об'ємній мережі, буде розділено на 10 рівних інтервалів, кожен з яких відобразатиме один матеріал, забарвлений у певний колір (мал. 10). Після обчислення властивостей матеріалів для кожного елемента кінцево-елементної мережі, вони марковані певним кольором, відповідно до колірної гами MIMICS, і об'єднані у спеціальній таблиці редактором MIMICS (мал. 11). Модулі пружності елементів кістки, відповідно до мал. 11 (і колірної гами), та коефіцієнти редуції за (14) наведені в таблиці 4.

Механічні характеристики кісткової тканини змінюються не тільки по довжині імплантату, від витка до витка, а й углиб кістки, в межах одного витка. На мал. 12 зображені поля зміни механічних характеристик у перерізі. Формула (13) охоплює зміну механічних характеристик лише від витка до витка, але, як показує мал. 12, механічні характеристики суттєво змінюються і в межах одного витка (по колу). Щоб урахувати цю особливість за допомогою спеціальних робочих таблиць для кожного витка можна визначити кількість елементарних ділянок однакового кольору, яку слід помножити на відповідний коефіцієнт редуції, визначивши середнє арифметичне значення цього коефіцієнта для витка. Це значення потрібно підставляти у формулу (13). Далі, для спрощення розрахунків, зважаючи на те, що ділянки синього, блакитного та зеленого кольорів мають приблизно однакову кількість, можна ввести середнє значення модуля пружності кістки. Використовуючи дані таблиці 3, отримаємо:

$$E_{k, \text{серед}} = 5,93 \cdot 10^3 \text{ МПа.}$$

Поля механічних характеристик у перерізі (мал. 12) для імплантату Radix-Gimlet-DM-MTS 51018 з показниками:





**Мал. 12.** Поля механічних характеристик у перерізі навколо імплантату: а — вигляд зліва, б — вигляд справа

кількість витків  $n=12$ , крок різьби  $s=1,5$  мм, робоча висота профілю різьби  $h=0,975$  мм, середній діаметр різьби  $d_2=2,3$  мм. За формулою (15) отримаємо:

$$\delta_{\kappa} = \frac{s}{\pi d_2 h E_{\kappa, cp}} = \frac{1,5}{\pi \cdot 2,3 \cdot 0,975 \cdot 5,93 \cdot 10^3} = 2,99 \cdot 10^{-6} \text{ мм/Н.}$$

Для імплантату, виготовленого з титану, за формулою (14) отримаємо:

$$\delta_i = \frac{s}{\pi d_2 h E_i} = \frac{1,5}{\pi \cdot 2,3 \cdot 0,975 \cdot 1,1 \cdot 10^5} = 1,161 \cdot 10^{-7} \text{ мм/Н.}$$

Отже, податливість кістки та імплантату пропорційна до модулів пружності кістки і імплантату, та становить 18,54. Сумарна податливість системи кістка – імплантат дорівнює:

$$\delta_{\Sigma} = \delta_{\kappa} + \delta_i = 2,99 \cdot 10^{-6} + 1,161 \cdot 10^{-7} = 3,151 \cdot 10^{-6} \text{ мм/Н.}$$

Це значення використовуватимемо у подальшому аналізі.

**Аналіз взаємозв'язку кількості імплантатів, жорсткості мостоподібного протеза та властивостей кісткової тканини**

Аналіз взаємозв'язку кількості імплантатів (віддалі між імплантатами), жорсткості мостоподібного протеза і властивостей навколишньої кісткової тканини виконаємо за формулою (6) у вигляді:

$$R_i = \frac{F}{1 + \frac{\delta_{\Sigma}}{\delta_0}} \tag{15}$$

Як вже йшлося, формула (15) встановлює взаємозв'язок між зусиллям (реакцією) в імплантаті  $R_i$  та основними параметрами системи мостоподібний протез – імплантат – властивості кісткової тканини: для мостоподібного протеза (віддалі між імплантатами – кількість імплантатів, модуль пружності матеріалу протеза, момент інерції поперечного перерізу; для імплантату (довжина – кількість витків помножена на крок різьби, висота витка, діаметр імплантату, матеріал); для навколишньої кістки (властивості кістки змінюються і за висотою, і за діаметром). Під час аналізу можна варіювати будь-який із перелічених параметрів. Оскільки аналізу підлягає конкретний мостоподібний протез (мал. 2), розглянемо взаємозв'язок вказаних параметрів, залежно від варіювання властивостей матеріалу, з якого виготовлений мостоподібний протез, коли сила прикладена над середньою опорою (імплантатом) (мал. 3, в). Підведемо підсумки розрахунків за формулою (15) у таблиці 5. Як видно з табл. 5, навантаження на імплантат обернено пропорційне жорсткості матеріалу, з якого виготовлений мостоподібний протез. При жорсткому мостоподібному протезі (у нашому випадку, завдяки високому модулю пружності матеріалу) навантаження на імплантати розподіляється

**Таблиця 4.** Модулі пружності елементів кістки та коефіцієнти редукції за (14)

№	1	2	3	4	5
MIMICS	Синій	Синьо-голубий	Блакитний	Бірюзовий	Бірюзово-зелений
$E_i \cdot 10^{-10}$	0,4012	0,4798	0,5497	0,6189	0,6885
$\varphi_i$	0,396	0,463	0,53	0,597	0,664
№	6	7	8	9	10
MIMICS	Світло-зелений	Зелений	Темно-зелений	Зелено-оранжевий	Червоний
$E_i \cdot 10^{-10}$	0,7581	0,8276	0,8972	0,9668	1,036
$\varphi_i$	0,731	0,799	0,866	0,933	1,0

**Таблиця 5.** Аналіз взаємозв'язку кількості імплантатів, жорсткості мостоподібного протеза і властивостей кісткової тканини

Матеріал	Бюгодент	Титан	Пластмаса	Акрил
$\delta_i$ , мм/Н	$4,91 \cdot 10^{-6}$	$9,95 \cdot 10^{-6}$	$10,91 \cdot 10^{-5}$	$4,86 \cdot 10^{-4}$
$R_i$	0,61F	0,76F	0,97F	0,996F

рівномірніше. Зі зменшенням жорсткості мостоподібного протеза навантаження на середній імплантат зростає (у межі до значення  $F$ ), а крайні імплантати залишаються навантаженими.

Під час аналізу формули (6) з'ясували, що при абсолютно жорсткій проміжній опорі ( $\delta_z=0$ ) все навантаження, яке виникає від харчової грудки  $F$ , повністю сприймається імплантатом — балка (мостоподібний протез) не згинається. При рівності податливостей ( $\delta_z=\delta_r$ ) половину навантаження  $F$  сприймає згин балки, а половину — імплантат і т.д. Зі збільшенням податливості імплантату сприйняте ним навантаження зменшується, а балка пропорційно навантажується від згину.

Отримуємо класичну задачу на оптимізацію під час прийняття рішення. Окрім біомеханічних факторів — кількості імплантатів (віддалі між опорами), типорозміру (діаметр, довжина і тип різьби), властивостей навколишньої кісткової тканини, слід брати до уваги й технологічні (клінічні) факто-

ри — можливість свердління кістки під кутом, забезпечення точності, якщо довжина імплантату співмірна із загальною висотою кістки та ін. Запропонована методика дозволяє не лише варіювати розміщення імплантатів у конкретного пацієнта, а й виконати попередній біомеханічний аналіз будь-яких конструктивних схем мостоподібних протезів для оптимізації запланованої реконструкції.

Отже, імплантолог у процесі планування операції може ґрунтовно дослідити як анатомію об'єкта в ділянці передбачуваного встановлення імплантатів, зокрема і внутрішні структури, так і якісно та кількісно визначити механічні властивості м'яких тканин та кістки. Очевидно, що імплантолог не мусить проводити таких розрахунків в усіх клінічних випадках, але має розуміти взаємозв'язок усіх параметрів.

## Висновки

Розроблено методику оптимізації системи мостоподібний протез – ім-

лантат — кісткова тканина, що охоплює конструкцію мостоподібного протеза, кількість імплантатів (віддалі між опорами), типорозмір (діаметр, довжина і тип різьби), властивості навколишньої кісткової тканини. Пропонована методика дає змогу визначити розподіл жувального навантаження, залежно від механічних параметрів системи. При відомому навантаженні питання про спроможність (довговічність) імплантатів слід вирішувати, зважаючи на умови міцності [6]. За цією методикою проведено числовий аналіз клінічного випадку, що підтвердив усі теоретичні положення. Відтак можна не тільки варіювати кількість та розміщення імплантатів для конкретного пацієнта, а й провести попередній біомеханічний аналіз будь-яких конструктивних схем мостоподібних протезів для оптимізації запланованого відновлення. Методика може поширюватися на розрахункові схеми з будь-якою ділянкою прикладання навантаження і будь-якою кількістю імплантатів.

## Список використаної літератури

1. Миш К.Е. Ортопедическое лечение с опорой на дентальные имплантаты / К. Е. Миш; пер.с англ. — М.: Рид Элсевир, 2010. — 616 с.: ил. (Mish C.E. Dental Implant Prosthetics. Elsevier MOSBY, 2005. — 637).
2. Параскевич В.Л. Дентальная имплантология: Основы теории и практики: Науч.-практ. пособие. — М.: ООО «Юнипресс», 2001. — 368 с.: ил.
3. Natali A.N. Dental Biomechanics. — CPC Press, 2003. — P. 271.
4. Заблоцкий Я.В. Имплантация в незнімному протезуванні. — Львів: ГалДент, 2006. — 156 с.
5. Чуйко А.Н., Шинчуковский И.А. Биомеханика в стоматологии: Монография. — Х.: Форт, 2010. — 516 с., ил.
6. Чуйко А.Н., Угрин М.М., Левандовский Р.А., Калиновский Д.К., Алымбаев Р.С. Биомеханика и компьютерные технологии в челюстно-лицевой ортопедии и дентальной имплантологии. — Львов: ГалДент, 2014. — 350 с., 408 илл.
7. Ash Major M. Wheeler's dental anatomy, physiology and occlusion / Major M. Ash, Jr.-7th ed. W.B. Saunders Company, USA, 1993. — P. 478.
8. Биргер И.А., Иосилевич Г.Б. Резьбовые и фланцевые соединения. — М.: Машиностроение, 1990. — 368 с.: илл.
9. Mimics 11. Пакет обработки изображений. Базовый обучающий курс. — Materialise, 2008. — С. 81.

*Стаття надійшла в редакцію 26 січня 2015 року*