

DOI: 10.18372/2310-5461.42.13757

УДК 66.011 (045)

*Л. Р. Ладієва*, канд. техн. наук, доц.  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені І.Сікорського»  
orcid.org/0000-0002-1706-0072  
e-mail: lrynus@yahoo.com;

*С. В. Борзенкова*  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені І.Сікорського»  
orcid.org/0000-0003-1910-841X  
e-mail: lanaborzenkova@gmail.com

## ТРЬОХФАЗНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ЗНЕВОДНЕННЯ ТА ГРАНУЛЮВАННЯ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ

### Вступ

Процес гранулювання в даний час є доволі поширеним, зокрема у харчовій, хімічній та хіміко-фармацевтичній промисловості, через те що дає можливість перетворювати порошкоподібну сировину в гранули певної величини та складу. Гранулювання є одним з провідних процесів в технології виробництва мінеральних добрив. Доведено, що гранульований продукт має низку переваг перед порошкоподібним, зокрема, краще засвоюється, не вивірюється та є зручнішим у застосуванні.

### Постановка проблеми

Саме через це, починаючи з середини 80-х років, практично всі тверді добрива випускають в гранульованому вигляді. Зростання і розвиток аграрної галузі України в наші часи є одним з векторів сталого розвитку, який зафіксовано у Стратегії сталого розвитку України на період до 2030 року. Передбачено збільшення різноманіття та кількості культур, що вирощуються, що, в свою чергу, потребує підтримки у вигляді збагачення землі низкою різних поживних елементів у засвоюваній формі. Отже, осучаснення технологій виробництва мінеральних добрив стає ще актуальнішим. Гранулятори з псевдозрідженим шаром мають достатньо просту конструкцію, непогано піддаються механізації та автоматизації, тому знайшли широке застосування у промисловості. А гранулят, що отриманий у псевдозрідженому шарі, має ряд переваг: більш збалансований фракційний склад, округла форма гранул, краща сипкість [1–3].

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

У якості об'єкта дослідження обрано гранулятор псевдозрідженого шару, характерною

особливістю якого є те, що в ньому поступово відбуваються зневоднення зернистого матеріалу, прогрівання та зневоднення крапель розчину, кристалізація його на частинках у вигляді тонких шарів кристалів і подальше сушіння грануляту. Об'єднання цих процесів в одному апараті підвищує інтенсивність видалення вологи з матеріалу завдяки збільшенню поверхні контакту між частинками і сушильним агентом, а також збільшує енергоефективність та зменшує ресурсоемність виробництва [4–12].

**Мета статті** — розробка моделі процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі, що розглядається як гетерогенний трифазний процес, під час якого між собою взаємодіють три окремі фази: частинки — центри гранулювання, вихідна речовина — сульфат амонію у вигляді крапель та теплоносії — повітря.

### Виклад основного матеріалу дослідження

При розробці моделі були зроблені наступні припущення:

- зміна параметрів псевдозрідженого шару відбувається в часі, без урахування радіальної складової та зміни по висоті;
- теплообмін між повітрям, частинками та краплями є конвективним;
- частинки монодисперсні, непористі, агломерація відсутня. Інтенсивність перемішування частинок між шарами описується коефіцієнтом осьової дисперсії  $r$ , який залежить від швидкості руху газової фази, а також властивостей частинок;
- краплі, одержувані за допомогою пневматичної форсунки, мають вузький розподіл за розміром, що дозволяє розглядати їх як

монодисперсну фазу. Між краплями відсутні зіткнення і злипання, немає налипання на стінках апарату. Краплі рухаються крізь псевдозріджений шар в одному напрямі з потоком повітря.

$$M_q C_q \frac{d\Theta_q}{dt} = M_q C_q r_q \Theta_q^0 + R^{adz} M_q C_k (\Theta_k - \Theta_q) + G_k x_k Q_{крисст} - M_n v_{суш} Q_{вин} + \alpha_q S_q (\Theta_n - \Theta_q), \quad (1)$$

де  $C$  — питома теплоємність, Дж/кг·К;  $G$  — масові витрати, кг/с;  $\Theta$  — температура, К, а індекси ч, к, п позначають, що параметр відноситься до частинок, крапель або повітря відповідно;  $\Theta_q^0$  — початкова температура частинок, К;  $r_q$  — коефіцієнт аксіальної дисперсії частинок, с-1;  $v_{суш}$  — питома швидкість сушіння вологи в краплях, кг<sub>випар. вологи</sub>/(кг·с);  $x_k$  — концентрація крапель розчину;  $Q_{вин}$  — питома теплота випаровування вологи, Дж/кг;  $Q_{крисст}$  — питома теплота кристалізації крапель, Дж/кг;  $\alpha_q$  — коефіцієнт теплопередачі частинок, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $S_q$  — площа поверхні частинок, м<sup>2</sup>;

$R^{adz} = \frac{G_k}{M_q^0} \cdot \chi_k = \frac{G_k}{M_q^0} \cdot \left( \frac{St_k}{St_k + 0.35} \right)^2$  — питома швидкість стикання крапель з частинками (адгезії), кг<sub>к</sub>/(кг<sub>ч</sub>·с); де  $M_q^0$  — маса завантажуваних частинок, кг;  $\chi_k$  — ефективність стикання крапель з частинками;  $St_\varepsilon = \frac{\rho_\varepsilon v_\varepsilon d_\varepsilon^2}{\mu_\varepsilon d_\varepsilon}$  — число Стокса для крапель.

Рівняння зміни температури крапель у шарі:

$$M_k C_k \frac{d\Theta_k}{dt} = G_k C_k \Theta_k^0 - R^{adz} M_q C_k (\Theta_k - \Theta_q) + M_n v_{суш} Q_{вин} + \alpha_k S_k (\Theta_n - \Theta_k), \quad (2)$$

де  $\Theta_k^0$  — початкова температура крапель, К;  $\alpha_k$  — коефіцієнт теплопередачі крапель, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $S_k$  — площа теплопередачі крапель, м<sup>2</sup>.

Ріст гранул тим імовірніший, чим більші сили адгезії крапель рідини з твердими частинками та її швидкості. Адгезійні властивості краплі, в свою чергу, залежать від жорсткості поверхні гранул і властивостей розпилюваної речовини.

Зміна температури гріючого повітря:

$$M_n C_n \frac{d\Theta_n}{dt} = G_n (C_n^0 \Theta_n^0 - C_n \Theta_n) - \alpha_q S_q (\Theta_n - \Theta_q) - \alpha_k S_k (\Theta_n - \Theta_k), \quad (3)$$

де  $C_n^0$  — початкова теплоємність повітря, Дж/(кг·К);  $\Theta_n^0$  — початкова температура повітря, К.

Система рівнянь (1–3) була розроблена з урахуванням емпіричних співвідношень для розрахунку питомої швидкості сушки, питомої швидкості осідання крапель на частинках в результаті адгезії, коефіцієнта аксіальної дисперсії частинок, коефіцієнтів теплопередачі, співвідношень для розрахунку втрат матеріалу і товщини шару покриття, а також початкових умов.

Кількість тепла, яка виділяється при видаленні вологи з поверхні крапель, можна переписати наступним чином:

$$M_n v_{суш} Q_{вин} = \beta \frac{M_{H_2O} S_q}{R \Theta_q} \Delta P Q_{вин},$$

де  $\beta$  — коефіцієнт масовіддачі, м/с;  $M_{H_2O}$  — молекулярна маса води, г/моль;  $R$  — універсальна газова стала, м<sup>2</sup>·кг/(с<sup>2</sup>·К<sup>1</sup>·моль<sup>1</sup>);  $\Delta P$  — різниця парціальних тисків, Па.

Процес теплообміну в грануляторі описує наступна система рівнянь.

Рівняння, що описує зміну температури частинок у шарі:

Використовуючи аналітичний зв'язок між парціальним тиском та температурою, останній вираз можна переписати наступним чином:

$$\begin{aligned} \beta \frac{M_{H_2O} S_q}{R \Theta_q} \Delta P Q_{вин} &= \\ &= \beta \frac{M_{H_2O} S_q}{R \Theta_q} Q_{вин} (P_k - P_{пг}) = \\ &= \beta \frac{M_{H_2O} S_q}{R \Theta_q} Q_{вин} (\xi_1 \Theta_k - \xi_2 \Theta_{пг}), \end{aligned}$$

де  $\xi_1, \xi_2$  — аналітичні коефіцієнти залежності парціальних тисків від температури, Па/К;  $P_k$  — тиск крапель, Па;  $P_{пг}$  — тиск парогазової суміші, Па;  $\Theta_{пг}$  — температура парогазової суміші, К.

Залежність густини крапель розчину від їх температури можна описати наступною формулою:

$$\rho_k(\Theta_k) = \frac{\rho_k^{н.у} \Theta_k^{н.у} P_k}{P_k^{н.у} \Theta_k},$$

де  $\rho_k^{н.у}$  — густина крапель при нормальних умовах, кг/м<sup>3</sup>;  $\Theta_k^{н.у}$  — температура крапель при нормальних умовах, К;  $P_k$  — поточний тиск крапель, Па;  $P_k^{н.у}$  — тиск крапель при нормальних умовах, Па;

Кінцева система рівнянь, що описують процеси в апараті зневоднення та гранулювання має наступний вигляд:

Зміна температури частинок:

$$M_u C_u \frac{d\Theta_u}{dt} = M_u C_u r_u \Theta_u^0 + \frac{G_k}{M_u^0} \cdot \left( \frac{\frac{b_R}{\Theta_k}}{\frac{b_R}{\Theta_k} + 0.35} \right)^2 \cdot M_u C_k (\Theta_k - \Theta_u) + G_k x_k Q_{крисл} - \frac{\beta_k (\xi_1 \Theta_k - \xi_2 \Theta_{n2})}{\Theta_u} + \alpha_u S_u (\Theta_n - \Theta_u).$$

Зміна температури крапель:

$$M_k C_k \frac{d\Theta_k}{dt} = G_k C_k \Theta_k^0 - \frac{G_k}{M_u^0} \cdot \left( \frac{\frac{b_R}{\Theta_k}}{\frac{b_R}{\Theta_k} + 0.35} \right)^2 \cdot M_u C_k (\Theta_k - \Theta_u) + \frac{\beta_k (\xi_1 \Theta_k - \xi_2 \Theta_{n2})}{\Theta_u} + \alpha_k S_k (\Theta_n - \Theta_k).$$

Зміна температури повітря:

$$M_n C_n \frac{d\Theta_n}{dt} = G_n (C_n^0 \Theta_n^0 - C_n \Theta_n) - \alpha_u S_u (\Theta_n - \Theta_u) - \alpha_k S_k (\Theta_n - \Theta_k),$$

де  $a_R = \frac{G_k}{M_u^0}$ ,  $b_R = \frac{\rho_k^{h,y} \Theta_k^{h,y} P_k v_n d_k^2}{P_k^{h,y} \mu_n d_u}$ ,

$\beta_k = \beta \frac{M_{H_2O} S_u}{R} Q_{вип}$  — допоміжні коефіцієнти.

Розроблена математична модель враховує гідродинаміку псевдозрідженого шару, стикання крапель з частинками та адгезію їх до поверхні, а також кінетику сушіння розчину на поверхні частинок. Для отримання динамічних характеристик розробленої системи було використано бібліотеку Simulink пакету прикладних програм Matlab. За допомогою вбудованих елементів бібліотеки отримано наступну схему системи диференціальних рівнянь, що описують модель об'єкта керування (рис. 2).

Із досвіду попередніх аналітичних та практичних досліджень у якості керуючого впливу було обрано масові витрати повітря  $G_n$ . Просимулювавши реакцію системи на зміну керуючого впливу  $G_n$  за допомогою схеми, тобто розв'язавши систему диференціальних рівнянь

динаміки, було отримано перехідні характеристики за каналами «витрати повітря  $G_n$  — температура частинок  $\Theta_u$ » (рис. 1) та «витрати повітря  $G_n$  — температура крапель розчину  $\Theta_k$ » (рис. 3).

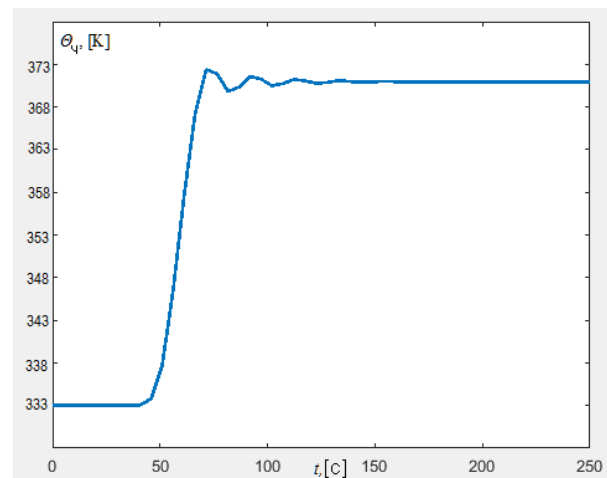


Рис. 1. Перехідна характеристика за каналом «витрати повітря  $G_n$  – температура частинок  $\Theta_u$ »

На рис. 4 зображено сукупну залежність температури частинок  $\Theta_u$  від витрати повітря  $G_n$  та витрат крапель розчину  $G_k$ .

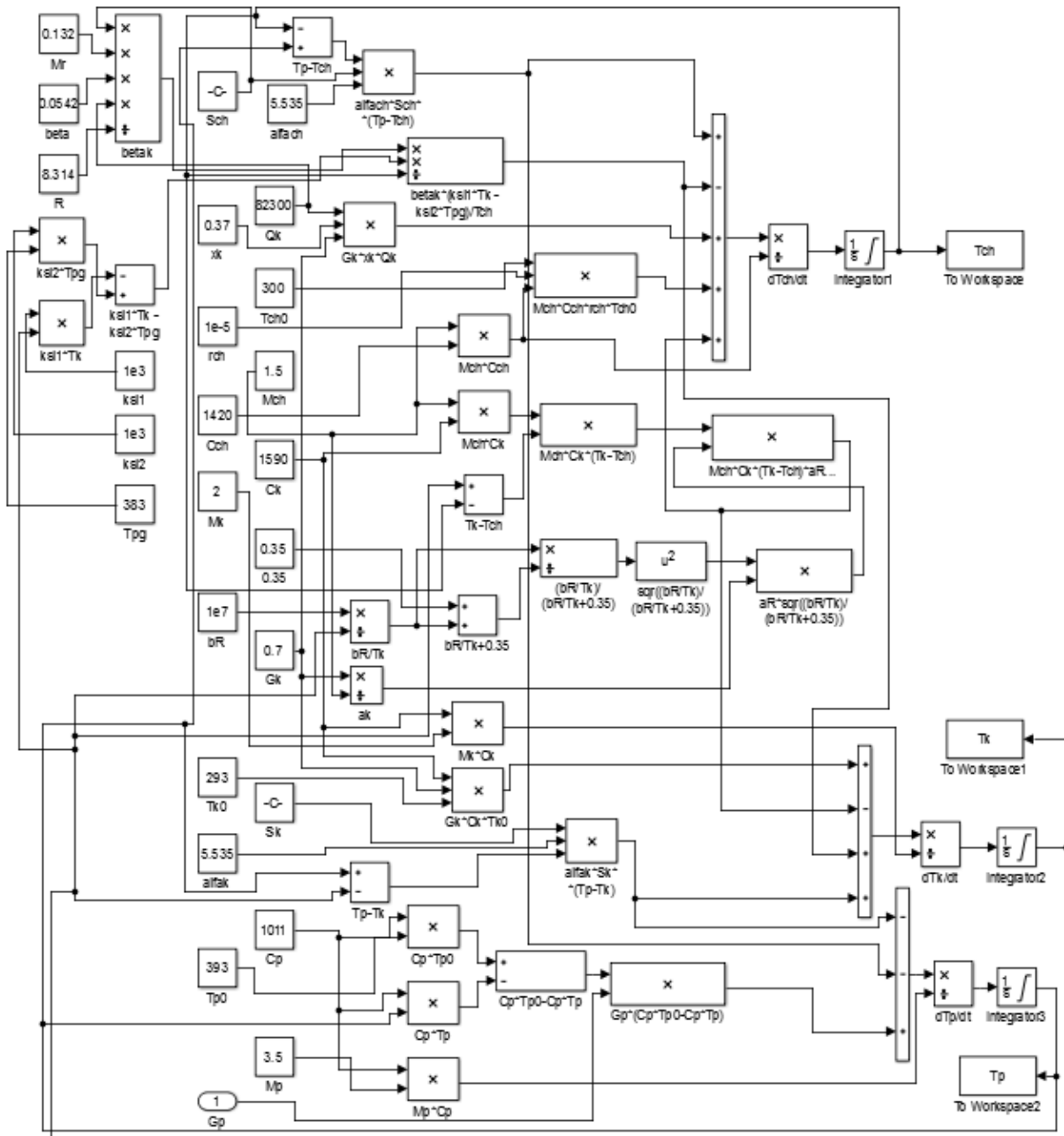


Рис. 2. Схема системи диференціальних рівнянь об'єкта керування

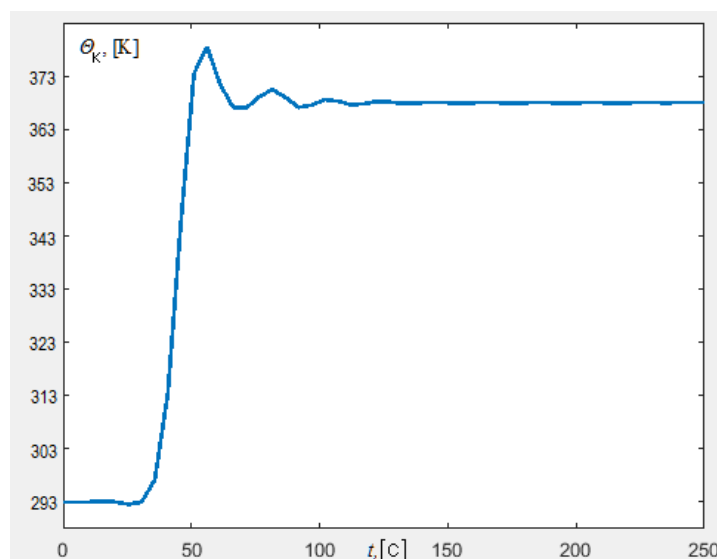


Рис. 3. Перехідна характеристика за каналом «витрати повітря  $G_{п}$  – температура крапель розчину  $\Theta_{к}$ »

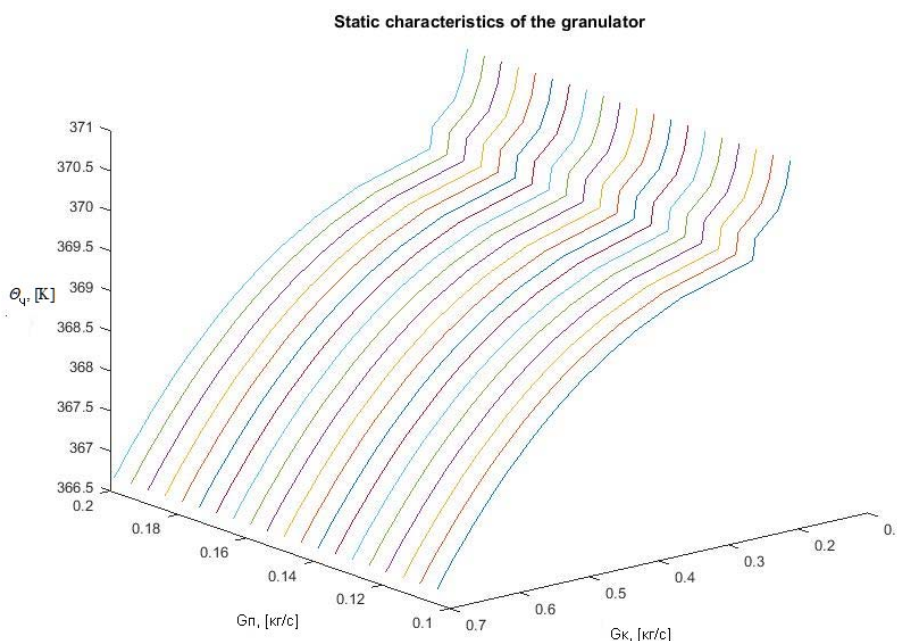


Рис. 4. Графік-поверхня залежності температури частинок  $\Theta_{к}$  від витрати повітря  $G_{п}$  та витрат крапель розчину  $G_{к}$

**Висновки**

Відомо що підтримання стабільної роботи апаратів із псевдозрідженим шаром та необхідного гідродинамічного режиму в всередині апаратів вимагає розроблення ефективної системи керування процесами зневоднення та гранулювання. При цьому, якість керування розробленої системи керування напряму залежить від точності моделі об'єкта.

Результати вищенаведених досліджень дозволяють уточнити модель об'єкта керування та тим самим стати надійним підґрунтям для розробки ефективної системи керування.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. **Ладієва Л. Р.,** Колесник М. В. Побудова оптимальної системи керування процесом гранулювання в псевдозрідженому шарі. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту: Праці*

міжнар. конф. ISDMCI 2015 (Залізний порт, 25–28 травня 2015 р.). Херсон, 2015. С. 78–80.

2. **Ладієва Л. Р.**, Мироненко О. М. Стохастичне керування процесом гранулювання мінеральних добрив у псевдозрідженому шарі. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту*: Праці міжнар. конф. ISDMCI 2014 (Залізний порт, 28–31 травня 2014 р.). Херсон, 2014. С. 121–123.

3. **Корнієнко Б. Я.** Інформаційні технології оптимального управління виробництвом мінеральних добрив : монографія. К.: Вид-во Аграр Медіа Груп, 2014. 288 с.

4. **Корнієнко Б. Я.** Двохфазна модель процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі. *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»*, Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2012. Т. 10. № 2. С. 31–35.

5. **Корнієнко Б. Я.** Математичне моделювання динаміки процесів переносу при зневодненні та гранулюванні у псевдозрідженому шарі. *Науковий журнал «Вісник Національного авіаційного університету»*. 2012. Т. 53. № 4. С. 84–90.

6. **Korniyenko B. Y.** Modeling of transport processes in disperse systems. *The Advanced Science Journal*. 2013. Issue 1. P. 7–10.

7. **Корнієнко Б. Я.** Мінеральні добрива. Двохфазна модель утворення в грануляторі із псевдозрідженим шаром. *Хімічна промисловість України*. 2013. № 1. С. 39–43.

8. **Korniyenko B. Y.** The two phase model of formation of mineral fertilizers in the fluidized-bed granulator. *The Advanced Science Journal*. 2013. Issue 4. P. 41–44.

9. **Корнієнко Б. Я.**, Ладієва Л. Р., Снігур О. В. Гранулювання у псевдозрідженому шарі. Дослідження детермінованого хаосу процесу. *Хімічна промисловість України*. 2013. № 2. С. 20–23.

10. **Korniyenko B. Y.** Research modes of a fluidized bed granulator. *The Advanced Science Journal*. 2013. Issue 5. P. 12–15.

11. **Корнієнко Б. Я.** Ідентифікація процесу гранулювання мінеральних добрив у апараті з псевдозрідженим шаром. *Наукоємні технології*. 2013. Т. 19. № 3. С. 280–284.

12. **Korniyenko B. Y.**, Osipa L. Identification of the granulation process in the fluidized bed. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2018. Vol. 13. Issue 14. P. 4365-4370.

**Ладієва Л. Р., Борзенкова С. В.**

### **ТРЬОХФАЗНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ЗНЕВОДНЕННЯ ТА ГРАНУЛЮВАННЯ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ**

Розроблена математична модель, що враховує гідродинаміку псевдозрідженого шару, контакт крапель з частинками та їх адгезію до поверхні, а також кінетику сушіння розчину на поверхні частинок. При розробці моделі були зроблені наступні припущення: зміна параметрів псевдозрідженого шару відбувається в часі, без урахування радіальної складової та зміни по висоті; теплообмін між повітрям, частинками та краплями є конвективним; частинки монодисперсні, непористі, агломерація відсутня. Інтенсивність перемішування частинок між шарами описується коефіцієнтом осьової дисперсії  $r$ , який залежить від швидкості руху газової фази, а також властивостей частинок. Краплі, одержувані за допомогою пневматичної форсунки, мають вузький розподіл за розміром, що дозволяє розглядати їх як монодисперсну фазу. Між краплями відсутні зіткнення і злипання, немає налипання на стінках апарату. Краплі рухаються крізь псевдозріджений шар співпрямовані з потоком повітря. При створенні моделі процес зневоднення і гранулювання в псевдозрідженому шарі розглядається як гетерогенний трьохфазний процес, під час якого взаємодіють з трьома окремими фазами: частинки - центри грануляції, вихідний матеріал - сульфат амонію у вигляді крапель і теплоносій - повітря. Система рівнянь розроблена з урахуванням емпіричних співвідношень для розрахунку питомої швидкості сушки, питомої швидкості осідання крапель на частинках в результаті адгезії, коефіцієнта аксильної дисперсії частинок, коефіцієнтів теплопередачі, співвідношень для розрахунку втрат матеріалу і товщини шару покриття, а також початкових умов. Для отримання динамічних характеристик розробленої системи використовується бібліотека Simulink пакету програм Matlab. За допомогою вбудованих елементів бібліотеки отримано схему диференціальних рівнянь, що описують модель об'єкта керування. Для підтримання стабільної роботи апаратів із псевдозрідженим шаром та необхідного гідродинамічного режиму всередині апаратів необхідно розробити ефективну систему керування процесами зневоднення та гранулювання. Якість керування розробленої системи напряму залежить від точності моделі об'єкту. Результати досліджень дозволяють уточнити модель об'єкту керування та стати надійним підґрунтям для розробки ефективної системи керування.

**Ключові слова:** трьохфазна математична модель; псевдозріджений шар; зневоднення; гранулювання.

Ladieva L., Borsenkova S.

### THREE-PHASE MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESS OF DEHYDRATION AND GRANULATION IN THE FLUIDIZED BED

*A mathematical model is developed which takes into account the hydrodynamics of a fluidized bed, the contact of droplets with particles and their adhesion to the surface, as well as the kinetics of drying the solution on the surface of the particles. In developing the model, the following assumptions were made: the change in the parameters of the fluidized bed occurs in time, without taking into account the radial component and changes in height; heat exchange between air, particles and droplets is convective; particles are monodispersed, non-porous, agglomeration is absent. The intensity of the mixing of particles between the layers is described by the coefficient of the axial dispersion  $r$ , which depends on the velocity of the gas phase, as well as the properties of the particles. The droplets obtained with the pneumatic nozzle have a narrow size distribution, which allows them to be considered as a mono-dispersed phase. Between the drops there are no collisions and sticking, no sticking on the walls of the device. The droplets move through the fluidized bed, aligned with the air flow. When creating the model, the process of dehydration and granulation in the fluidized bed is considered as a heterogeneous three-phase process, during which they interact with three separate phases: the particles are the centers of granulation, the source material is ammonium sulfate in the form of droplets and the carrier - air. The system of equations is designed taking into account the empirical correlations for calculating the specific drying rate, the specific speed of droplet settling on the particles as a result of adhesion, the coefficient of the axial dispersion of the particles, the coefficients of heat transfer, the ratios for calculating the material losses and the thickness of the coating layer, as well as the initial conditions. To get the dynamic characteristics of the developed system, the Simulink library of the Matlab software package is used. Using the built-in library elements, we obtain a scheme of differential equations describing the model of the control object. In order to maintain the stable operation of devices with a fluidized bed and the necessary hydrodynamic regime inside the apparatus, it is necessary to develop an efficient system for controlling dewatering and granulation processes. The quality of management of the developed system directly depends on the accuracy of the object model. The results of the research allow to specify the model of the control object and become a reliable ground for developing an effective control system.*

**Keywords:** three-phase mathematical model; fluidized bed; dehydration; granulation.

Ладиева Л. Р., Борзенкова С. В.

### ТРЕХФАЗНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОБЕЗВОЖИВАНИЯ И ГРАНУЛИРОВАНИЯ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

*Разработана математическая модель, учитывающая гидродинамику псевдоожигенного слоя, контакт капель с частицами и их адгезию к поверхности, а также кинетика сушки раствора на поверхности частиц. При разработке модели были сделаны следующие допущения: изменение параметров псевдоожигенного слоя происходит во времени, без учета радиальной составляющей и изменения по высоте; теплообмен между воздухом, частицами и каплями является конвективным; частицы монодисперсные, непористые, агломерация отсутствует. Интенсивность перемешивания частиц между слоями описывается коэффициентом осевой дисперсии  $r$ , который зависит от скорости движения газовой фазы, а также свойств частиц. Капли, получаемые с помощью пневматической форсунки, имеют узкое распределение по размеру, что позволяет рассматривать их как монодисперсную фазу. Между каплями отсутствуют столкновения и слипания, нет налипания на стенках аппарата. Капли движутся сквозь псевдоожигенный слой сонаправлено с потоком воздуха. При создании модели процесс обезвоживания и гранулирования в псевдоожигенном слое рассматривается как гетерогенный трехфазный процесс, во время которого взаимодействуют с тремя отдельными фазами: частицы - центры грануляции, исходный материал - сульфат аммония в виде капель и теплоноситель - воздух. Система уравнений разработана с учетом эмпирических соотношений для расчета удельной скорости сушки, удельной скорости оседания капель на частицах в результате адгезии, коэффициента аксиальной дисперсии частиц, коэффициентов теплопередачи, соотношений для расчета потерь материала и толщины слоя покрытия, а также начальных условий. Для получения динамических характеристик разработанной системы используется библиотека Simulink пакета программ Matlab. С помощью встроенных элементов библиотеки получено схему дифференциальных уравнений, описывающих модель объекта управления. Для поддержания стабильной работы аппаратов с псевдоожигенным слоем и необходимого гидродинамического режима внутри аппаратов необходимо разработать эффективную систему управления процессами обезвоживания и гранулирования. Качество управления разработанной системы напрямую зависит от точности модели объекта. Результаты исследований позволяют уточнить модель объекта управления и стать надежной основой для разработки эффективной системы управления.*

**Ключевые слова:** трехфазная математическая модель; псевдоожигенный слой; обезвоживание; гранулирование.

Стаття надійшла до редакції 26.03.2019 р.  
Прийнято до друку 24.05.2019 р.