ЕКОНОМІКА ТА УПРАВЛІННЯ НАЦІОНАЛЬНИМ ГОСПОДАРСТВОМ

УДК 330.43:519.8

Т. А. Терещенко, к.е.н., професор,
Т. П. Романюк, к.т.н., доцент,
В. М. Богомазова, к.е.н., докторант

МЕТОД КАНОНІЧНИХ КОРЕЛЯЦІЙ У БАГАТОВИМІРНИХ ЕКОНОМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Анотація. *У статті досліджено особливості методу канонічних кореляцій, а також показано доцільність його використання у системному багатовимірному аналізі взаємозв'язків між економічними процесами та явищами. Показано, що суб'єкти господарювання макро- та мікрорівня можуть ефективно застосовувати канонічні кореляції для одночасного визначення залежності системи результативних показників від системи чинників, що впливають на них.*

Ключові слова: *аналіз ефективності, багатовимірні методи аналізу, метод канонічних кореляцій.*

Т. А. Терещенко, к.э.н., професор,
Т. П. Романюк, к.т.н., доцент,
В. Н. Богомазова, к.э.н., докторант

МЕТОД КАНОНИЧЕСКИХ КОРРЕЛЯЦИЙ В МНОГОМЕРНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Аннотация. *В статье исследованы особенности метода канонических корреляций, а также показана целесообразность его использования в системном многомерном анализе взаимосвязей между экономическими процессами и явлениями. Показано, что субъекты хозяйствования макро- и микроуровня могут эффективно применять канонические корреляции для одновременного определения зависимости системы результативных показателей от системы факторов, влияющих на них.*

Ключевые слова: *анализ эффективности, многомерные методы анализа, метод канонических корреляций.*

T. A. Tereshchenko, candidate of economic sciences, professor
T. P. Romaniuk, candidate of technical sciences, associate professor
V. M. Bohomazova, candidate of economic sciences, doctoral candidate

THE METHOD OF CANONICAL CORRELATIONS IN MULTIVARIATE ECONOMIC RESEARCH

Abstract. *It is researched the features of the canonical correlations method and reviewed its rationale use in the systematic multivariate analysis of economic processes and phenomena interaction. It is revealed that businesses at macro-and micro-level can effectively apply the canonical correlation in order to simultaneously determine the dependence of effective indicators from data system that affects them.*

Keywords: *efficiency analysis, multivariate methods of analysis, method of canonical correlations.*

Актуальність теми дослідження. Аналіз сучасного соціально-економічного розвитку країни, галузі, підприємства є важливим етапом в економічних дослідженнях. Він сприяє, з одного боку, правильному розумінню тих якісних і кількісних змін, які зазнає економіка, а з іншого – розробці методологічних основ оцінки перспектив її розвитку.

Постановка проблеми. Дослідження якісно різноманітних процесів реальної дійсності, їх взаємозв'язків потребує застосування математичного інструментарію, адекватного об'єкта, що описується. В економічних та соціально-економічних дослідженнях дуже важливо серед множини можливих залежностей для певної інформації відшукати такі, які мають найтісніший зв'язок між залежними та пояснювальними змінними. Наприклад, певна фірма характеризується системою узагальнюючих фінансових показників, кожний з яких є лінійною комбінацією множини інших показників цієї фірми. У даному випадку виникає проблема – знайти серед множини можливих залежностей таку, яка характеризується найвищою тіснотою зв'язку. Вирішити цю проблему можна, застосувавши канонічні кореляції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Різні аспекти дослідження і прогнозування економічного розвитку на макро- та мікроекономічному рівні досліджували такі вітчизняні вчені, як Р. Аметов, В. Геєць, Б. Грабовецький, Ю. Лукашин, І. Лукінов, В. Бесєдін, Ю. Гончаров, М. Пашута, А. Савченко та інші. Застосуванню економетричного інструментарію для дослідження економічних явищ присвячені роботи зарубіжних вчених – Г. Тейла, Дж. Джонстона, Л. Клейна, М. Едоуза, Р. Стенфілда.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Разом з тим залишаються питання пошуку економіко-математичних методів, які були б ефективними при дослідженні взаємозв'язку великої кількості показників, що характеризують результати фінансово-господарської діяльності та множини чинників, що впливають на ці результати. Тому у даній статті досліджується застосування методу канонічних кореляцій, який є корисним у тих сферах, де дослідник має деякі теоретичні та апріорні знання про співвідношення між вибраними множинами змінних.

Постановка завдання. Мета статті полягає у дослідженні багатовимірного методу канонічних кореляцій для аналізу ефективності фінансово-економічної діяльності суб'єктів господарювання.

Виклад основного матеріалу. Метод канонічних кореляцій належить до економетричних методів аналізу зв'язків між масовими соціально-економічними процесами та явищами. Так, ефективність функціонування суб'єктів господарювання, як правило, характеризується системою кількісних показників. Ця система показників залежить від множини економічних чинників, які впливають на рівень показників ефективності. Крім того, між показниками ефективності підприємства існує зв'язок. Існує зв'язок також між чинниками, які впливають на показники ефективності. Тобто завжди існує дві множини показників, одна із яких містить систему залежних змінних, інша – пояснювальних. Щоб виміряти зв'язок між показниками цих двох множин необхідно застосувати канонічні кореляції.

Як відомо, якщо розглядається залежність між однією результативною ознакою Y та одним чинником X, то мова йде про парну кореляцію. Якщо необхідно визначити залежність між однією результативною ознакою та множиною чинників X, то застосовується множинний регресійний аналіз. Канонічна кореляція – це застосування парної регресії на випадок, коли необхідно виміряти зв'язок між декількома чи множиною залежних змінних Y та множиною чинників X, за умови, що серед численних можливих взаємозв'язків визначаються ті, які є найтіснішими (мають найбільший коефіцієнт кореляції).

Нехай множина залежних змінних Y включає систему показників ефективності підприємства, таких як: продуктивність праці, фондовіддача основних фондів, прибуток, рентабельність. Чинниками, що впливають на ці показники ефективності, можна розглядати: чисельність працюючих, вартість основних фондів, оборотність оборотних коштів, питому вагу втрат від браку, трудомісткість одиниці продукції і т. ін., які входять до множини пояснювальних змінних X. Метод канонічних кореляцій дає можливість одночасно проаналізувати взаємозв'язки між показниками обох систем та визначити ті, які є найтіснішими (мають найбільше значення коефіцієнта кореляції).

Алгоритм канонічних кореляцій будується таким чином, коли вихідні змінні замінюються їх лінійними комбінаціями [1]. При цьому забезпечується високий рівень оцінки зв'язку між лінійними комбінаціями залежних змінних (результативними показниками) та лінійними комбінаціями пояснювальних змінних (чинників).

Основна ціль застосування канонічних кореляцій для вимірювання зв'язків полягає, перш за все, у пошуку максимальних кореляційно-регресійних зв'язків між групами вихідних змінних: залежних і пояснювальних. Крім цього, метод канонічних кореляцій дає можливість скоротити обсяг вихідної інформації за рахунок відсіювання незначних чинників, які мало впливають на залежні змінні, тобто за допомогою канонічних кореляцій можна уникнути помилок специфікації економетричної моделі.

Розглянемо метод канонічних кореляцій, який, перш за все, передбачає існування двох множин змінних, про які згадувалось вище.

Нехай існують дві множини змінних $Y=[y_1, y_2, \dots y_p]$; $X=[x_1, x_2, \dots x_p]$; $p \le g$, які описуються матрицями даних порядку $n \times p$ і $n \times g$. Усі дані представлені у формі відхилень від вибіркових середніх. Множина змінних Y передбачається залежною певним чином від множини змінних X. Необхідно знайти залежність такої лінійної комбінації змінних Y і X, яка забезпечить максимальну кореляцію за певних умов, тобто розв'язується задача оптимізації [2].

Розрахункові вектори канонічних змінних для обох множин даних запишуться:

$$u=Ya \text{ і } v=Xb, \tag{1}$$

де u і v – вектори розміром $n \times 1$, a і b мають розмір $p \times 1$ і $g \times 1$ відповідно. Якщо множина змінних Y і X залежні між собою, то вектори u і v теж повинні бути залежними. Коефіцієнт кореляції між ними має вигляд:

$$r = \frac{a'Y'Xb}{\sqrt{a'Y'Yab'X'Xb}}. \tag{2}$$

Візьмемо лише додатні значення коефіцієнта кореляції і тому, якщо вектори a і b при розрахунках будуть від'ємними, то ми замінимо a на ($-a$) і отримаємо додатний коефіцієнт кореляції, що матиме те ж саме абсолютне значення.

Задача тепер полягає у максимізації коефіцієнта кореляції r за додаткових умов, що забезпечать нормалізацію добутків:

$$a'Y'Ya = 1; \quad b'X'Xb = 1. \tag{3}$$

Зауважимо, що нормалізація добутків у (3) базується на нормалізації змінних Y і X.

Запишемо розширену функцію за методом Лагранжа [3]:

$$f = a'Y'Xb - \frac{1}{2}\lambda\left(a'Y'Ya - 1\right) - \frac{1}{2}\mu\left(b'X'Xb - 1\right) \to max, \tag{4}$$

де λ і μ – множники Лагранжа.

Знайдемо окремі похідні по параметрах a та b функції (4)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial a} &= Y'Xb - \lambda Y'Ya; \\ \frac{\partial f}{\partial b} &= X'Ya - \mu X'Xb. \end{aligned} \tag{5}$$

Прирівняємо праві частини (5) до нуля, у результаті отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} Y'Xb - \lambda Y'Ya = 0 \\ X'Ya - \mu X'Xb = 0 \end{cases}. \tag{6}$$

Помножимо перше рівняння зліва на a', а друге на b':

$$\begin{cases} a'Y'Xb - a'\lambda Y'Ya = 0 \\ b'X'Ya - b'\mu X'Xb = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a'Y'Xb = \lambda a'Y'Ya \\ b'X'Ya = \mu b'X'Xb \end{cases}. \tag{7}$$

Оскільки $a'Y'Ya = 1$, $b'X'Xb = 1$, то $\lambda = a'Y'Xb$; $\mu = b'X'Ya$, тобто $\lambda = \mu = a'Y'Xb = r$.

Рівняння (6) у матричній формі можна переписати так:

$$\begin{pmatrix} -\lambda Y'Y & Y'X \\ X'Y & -\lambda X'X \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 0. \tag{8}$$

Щоб у цій системі рівнянь існував ненульовий розв'язок, визначник матриці системи повинен дорівнювати нулю.

$$\begin{vmatrix} -\lambda Y'Y & Y'X \\ X'Y & -\lambda X'X \end{vmatrix} = 0. \tag{9}$$

Якщо ми помножимо перших p рядків цього визначника на $-\lambda$, то отримаємо визначник у $(-\lambda)^p$ раз більший [4]. Враховуючи цей факт, помножимо весь визначник на $(-\lambda)^p$. Крім цього, поділимо кожний з $g-p$ останніх стовпців на $-\lambda$, тоді значення визначника для компенсації помножимо на $(-\lambda)^{g-p}$. Звідси визначник (9) можна представити у вигляді:

$$(-\lambda)^{g-p}\begin{vmatrix} \lambda^2 Y'Y & Y'X \\ X'Y & X'X \end{vmatrix} = (-\lambda)^{g-p}\left|X'X\right| \cdot \left|\lambda^2 Y'Y\right| - Y'X\left(X'X\right)^{-1} X'Y. \quad (10)$$

Зауважимо $\left|X'X\right| \neq 0$, тоді визначник матриці (9) запишеться:

$$(-\lambda)^{g-p}\left|\lambda^2 Y'Y - Y'X\left(X'X\right)^{-1} X'Y\right| = 0. \quad (11)$$

Це рівняння порядку $p+g$ відносно λ з $g-p$ нульовими коренями. Решта $2p$ коренів отримаємо парами на основі розв'язку рівняння:

$$\left|\lambda^2 Y'Y - Y'X\left(X'X\right)^{-1} X'Y\right| = 0. \quad (12)$$

Для кожного $\lambda_i^2\left(i = 1,2,3,\ldots,p\right)$ ми маємо розв'язок $\pm\lambda_i$. Оскільки λ дорівнює коефіцієнту кореляції між відповідними векторами u і v, необхідно розглядати лише додатні корені λ_1, λ_2, … λ_p або r_1, r_2, … r_p. Підставивши у (8) визначені додатні корені, ми отримаємо відповідні пари векторів a_i і b_i $(i=1, 2, \ldots, p)$, які дадуть нам множину векторів u_1, u_2, … u_p і v_1, v_2, … v_p. Ці вектори задовольняють наступним умовам:

$$u_i'u_i = 1; \ \left(i = 1,2,\ldots,p\right). \quad (13)$$

$$v_i'v_i = 1; \ \left(i = 1,2,\ldots,p\right). \quad (14)$$

$$u_i'v_i = r_i; \ \left(i = 1,2,\ldots,p\right). \quad (15)$$

Отримані таким чином коефіцієнти кореляції r_1 є канонічними коефіцієнтами кореляції; r_1 – найбільший із можливих коефіцієнтів кореляції між лінійними комбінаціями змінних *Y* і змінних *X*, r_2 – наступний за величиною коефіцієнт кореляції і т. д. Вектори значень змінних *u* і *v* задовольняють при цьому деяким додатковим умовам: вектори значень змінної *u* не корелюють між собою, така ж умова відноситься до вектора значень змінної *v*. Крім цього, якщо $i \neq j$, то відсутня кореляція між u_i та v_j, тобто:

$$u_i'v_j = 0, \ i \neq j. \quad (16)$$

$$v_i'v_j = 0, \ i \neq j. \quad (17)$$

$$u_i'v_j = 0, \ i \neq j. \quad (18)$$

Щоб довести три останні співвідношення, запишемо систему рівнянь (8) для $\lambda_i = r_i$:

$$-r_i Y'Ya_i + Y'Xb_i = 0;$$
$$X'Ya_i - r_i X'Xb_i = 0.$$

Перше рівняння зліва помножимо на a_j', а друге – на b_j' та скористаємось співвідношенням (1). У результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} -r_i u_j'u_i + u_j'v_i &= 0; \\ v_i'u_j - r_i v_j'v_i &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Аналогічно запишемо систему рівнянь (8) для $\lambda_j = r_j$ і помножимо зліва перше рівняння на a_i', а друге – на b_i', тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} -r_j u_i'u_j + u_i'v_j &= 0; \\ v_i'u_j - r_j v_i'v_j &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Рівняння (19) і (20) можна представити у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} 1 & -r_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -r_i \\ 0 & -r_j & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -r_j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_j' v_i \\ u_j' u_i \\ v_j' u_i \\ v_j' v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Якщо $r_i \neq r_j$, то матриця коефіцієнтів рівнянь має повний ранг і розв'язком системи буде нульовий вектор, що і доводить твердження, які сформульовані у співвідношеннях (16-18).

Канонічні регресії є корисними у тих областях, де дослідник має деякі теоретичні та апріорні знання про співвідношення між вибраними множинами змінними. Економічна ситуація дійсно часто характеризується залежністю множини змінних *Y* від множини змінних *X*. Чітка апріорна специфікація структури такої залежності приводить до появи різних методів оцінювання цієї структури.

Покажемо застосування методу канонічних кореляцій на прикладі. Так, нехай необхідно розрахувати канонічні коефіцієнти кореляції для двох груп змінних підприємства, що наведені у таблиці 1:

Y_1 – продуктивність праці, млн. грн./люд..;
Y_2 – рівень рентабельності, %;
X_1 – трудомісткість одиниці продукції, люд.-год.;
X_2 – оборотність оборотних коштів, днів;
X_3 – фонд оплати праці виробничого персоналу, млн. грн.;

Таблиця 1

Показники фінансово-господарської діяльності підприємства

Номер підприємства	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3
1	10,1	23,0	0,45	170	1860
2	8,6	13,2	0,21	185	1455
3	9,5	11,0	0,18	160	1290
4	9,0	9,4	0,38	175	1710
5	7,6	9,2	0,35	140	1850
6	11,5	10,0	0,50	105	1630
7	12,0	19,5	0,32	90	1935
8	6,8	9,0	0,54	134	1795
9	8,5	12,0	0,47	98	2800
10	9,4	10,6	0,38	100	1635

Канонічна кореляція – це кореляція між новими компонентами (канонічними змінними) *u* і *v*. Запишемо функції розрахунку канонічних змінних:

$$u = a_1 Y_1 + a_2 Y_2;$$
$$v = b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3. \qquad (21)$$

За аналогією з парною кореляцією тіснота зв'язку між канонічними змінними буде визначатися канонічним коефіцієнтом кореляції:

$$r = \frac{cov(u,v)}{\sqrt{var(u)var(v)}}.$$

Розрахуємо матрицю коефіцієнтів кореляції між множинами змінних:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0,53 & -0,108 & -0,351 & -,0,117 \\ 0,53 & 1 & -0,060 & 0,047 & 0,143 \\ -0,108 & -0,060 & 1 & -,0409 & 0,520 \\ -0,351 & 0,047 & -0,409 & 1 & -0,488 \\ -0,117 & 0,143 & 0,520 & -0,488 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ця матриця є блочною, вона включає матрицю коефіцієнтів кореляції R_{yy}, R_{yx}, R_{xy}, R_{xx}:

$$R = \begin{pmatrix} R_{yy} & R_{yx} \\ R_{xy} & R_{xx} \end{pmatrix},$$

де R_{yy} – матриця коефіцієнтів кореляції між залежними змінними;
R_{yx} – матриця коефіцієнтів кореляції залежних із пояснювальними змінними;
R_{xy} – матриця коефіцієнтів кореляції пояснювальних змінних із залежними змінними;
R_{xx} – матриця коефіцієнтів кореляції між пояснювальними змінними.

Для визначення векторів параметрів *a* і *b* канонічної системи рівнянь (21), необхідно розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{pmatrix} -\lambda YY' & Y'X \\ X'Y & -\lambda X'X \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 0, \tag{22}$$

де $\lambda = r$. Коефіцієнти кореляції r визначається на основі розв'язку рівняння характеристичного многочлена, який у матричному вигляді запишеться так:

$$\left| C - \lambda^2 E \right| = 0. \tag{23}$$

Знайдемо власні значення матриці *C* за формулою:

$$C = R_{yy}^{-1} \cdot R_{yx} \cdot R_{xy} \cdot R_{xx}^{-1}. \tag{24}$$

Обернені матриці R_{yy}^{-1} та R_{xx}^{-1} запишуться так:

$$R_{yy}^{-1} = \begin{pmatrix} 1,390 & -0,737 \\ -0,737 & 1,390 \end{pmatrix}; \quad R_{xx}^{-1} = \begin{pmatrix} 1,4327 & 0,2919 & -0,6026 \\ 0,2919 & 1,3721 & 0,5178 \\ -0,6026 & 0,5178 & 1,5660 \end{pmatrix}.$$

Тоді матриця *C* дорівнює:

$$C = \begin{pmatrix} 0,4009 & -0,1227 \\ -0,1227 & 0,1209 \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Вона отримана у відповідністю із співвідношенням (24), знайшовши послідовно добуток матриць R_{yy}^{-1}, R_{yx}, R_{xy} і R_{xx}^{-1}.

Запишемо характеристичне рівняння на основі співвідношення (23).

$$\left| c - \lambda^2 E \right| = \lambda^4 - (0,4009 + 0,1209)\lambda^2 + (0,4009 \cdot 0,1209 - (-0,1227)(-0,1227)) = 0$$

і визначимо λ^2:

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left[(0,4009 + 0,1209) \pm \sqrt{(0,4009 + 0,1209)^2 - 4[(0,4009 \cdot 0,1209) - (-0,1227) \cdot (-0,2707)]} \right].$$

Звідси, $\begin{matrix} \lambda_1^2 = 0,472; & \lambda_2^2 = 0,049; & \lambda_{1'} = r_1(max) \\ \lambda_1 = 0,70 & \lambda_2 = 0,22 & \lambda_2 = r_2(min) \end{matrix} /$

Визначимо власні вектори із системи рівнянь:

$$\begin{cases} (C_{11} - \lambda)Z_1 + C_{12}Z_2 = 0 \\ C_{21}Z_1 + (C_{22} - \lambda)Z_2 = 0 \end{cases}. \tag{26}$$

Підставимо у цю систему елементи матриці *C* та λ, тоді система запишеться так:

$$\begin{cases} (0,4009 - 0,7)Z_1 \quad -0,1227Z_2 = 0 \\ -0,1227Z_1 + (0,1209 - 0,7)Z_2 = 0 \end{cases} \tag{27}$$

або $\begin{cases} -0,2991Z_1 & -0,1227Z_2 = 0 \\ -0,1227Z_1 & -0,6791Z_2 = 0 \end{cases}.$

Розв'язком цієї системи за умови нормалізації вектора $Z_i(Z_1^2 + Z_2^2 = 1)$ буде: $Z_1^{(1)} = 0,8871$; $Z_2^{(1)} = 0,4651$.

У системі рівнянь (27) запишемо $\lambda_2 = r_2 = 0,22$. Тоді система рівнянь для визначення власних векторів при менших значеннях коефіцієнта кореляції має вигляд:

$$\begin{cases}(0{,}4009-0{,}22)Z_1-0{,}1227Z_2=0\\ 0{,}1227Z_1+(0{,}1209-0.22)Z_2=0,\end{cases} \tag{28}$$

або $\begin{cases}0{,}1809Z_1 \quad -0{,}1227Z_2=0\\ -0{,}1227Z_1 \quad -0{,}0991Z_2=0\end{cases}$.

Розв'язок системи рівнянь (28) дає такі значення:

$$Z_2^{(2)}=0{,}9680\,;\quad Z_2^{(2)}=0{,}2510\,.$$

Власні корені	Власні (характеристичні) вектори	
	a_1	a_2
λ_1=0,70	0,8811	0,4615
λ_2=0,22	0,9680	0,2510

Таким чином, канонічна зміна *u* дорівнює:

$$\text{для } r=0{,}7:\ u=0{,}8811Y_1'+0{,}4615Y_2\,;$$
$$\text{для } r=0{,}22:\ u=0{,}9680Y_1+0{,}251Y_2\,. \tag{29}$$

Для оцінки вектора *b* канонічної змінної <u>v</u> скористаємось співвідношенням: $b=\lambda R_{xx}^{-1}R_{xy}\cdot a$, яке отримано на основі системи рівнянь (8).

Таким чином, вектор *b* запишеться:

$$\text{для } \lambda=0{,}7:\quad b_1=\begin{pmatrix}+0{,}1663\\ -0{,}3147\\ +0{,}0931\end{pmatrix};$$

$$\text{для } \lambda=0{,}22:\quad b_2=\begin{pmatrix}-0{,}0485\\ -0{,}1154\\ -0{,}0482\end{pmatrix}.$$

Тоді функція канонічної змінної запишеться:

$$\text{для } \lambda=0{,}7:\ v=+0{,}1663x_1-0{,}3147x_2+0{,}0931x_3\,;$$
$$\text{для } \lambda=0{,}22:\ v=-0{,}0485x_1-0{,}1154x_2-0{,}08482x_3\,. \tag{30}$$

Отже, пара канонічних змінних для найбільшого коефіцієнта кореляції $r=0{,}70$:

$$u=0{,}8811Y_1+0{,}4615Y_2\,;$$
$$v=0{,}1683x_1-0{,}3147x_2+0{,}0981x_3\,. \tag{31}$$

Зауважимо, що оцінку векторів *a* і *b* для визначення канонічних змінних можна розраховувати на основі матриці коефіцієнтів коваріації та коефіцієнтів кореляції; використання матриці кореляцій вимагає попередньої стандартизації (нормалізації) початкових змінних.

Застосування методу канонічних кореляцій у економічних дослідженнях, перш за все, передбачає можливість змістовного тлумачення отриманих результатів. Метод канонічних кореляцій є ефективним при дослідженні взаємозв'язку великої кількості показників, що характеризують результати фінансово-господарської діяльності та множини чинників, що впливають на ці результати. Дуже важливим є той факт, що як серед результативних показників, так і серед численних чинників існує внутрішній взаємозв'язок, який враховується в алгоритмі канонічних кореляцій.

Спробуємо надати економічну інтерпретацію отриманих результатів розв'язку задачі, що наведена вище.

Розрахований максимальний канонічний коефіцієнт кореляції: r_1=0,70 досягається у тому випадку, коли вихідні дані створюють таку пару канонічних змінних:

$$u_1=0{,}8811Y_1+0{,}4615Y_2\,.$$
$$u_1=0{,}8811Y_1+0{,}4615Y_2\,. \tag{32}$$

Оскільки канонічний коефіцієнт кореляції близький до одиниці, то це означає, що зв'язок між лінійними комбінаціями вихідних змінних є тісний, тобто залежні змінні: продуктивність праці та рентабельність суттєво пов'язані із досліджуваними чинниками. Якщо проаналізувати блочну матрицю коефіцієнтів кореляції, то в обох множинах змінних існує досить тісний зв'язок. Так, наприклад, між змінними Y_1 і Y_2 тіснота зв'язку складає: $r=0,53$, а також між X_1 і X_3 коефіцієнт кореляції складає: $r=0,52$.

Другий за величиною канонічний коефіцієнт кореляції складає: $r=0,22$. Це свідчить про те, що інші будь-які лінійні комбінації відібраних чинників і результативних показників слабо пов'язані між собою. Оскільки максимальний канонічний коефіцієнт кореляції $r=0,70$, то не виключено, що можливо підібрати іншу сукупність чинників, які будуть мати тісний зв'язок із результативними показниками.

Щоб розширити дослідження взаємозв'язків економічних показників, доцільно повторити розрахунки коефіцієнтів канонічної кореляції і канонічних змінних для інших сполучень результативних та факторних показників. На кожному кроці відкидається одна змінна, якій відповідає найменший коефіцієнт у канонічній змінній. Для тих показників, що залишились, знову розраховуються коефіцієнти канонічних кореляцій. Якщо максимальні значення коефіцієнтів канонічної кореляції для різних груп показників відрізняються несуттєво, то процес скорочення кількості показників продовжується. Оцінка значущості відхилень максимальних коефіцієнтів кореляції здійснюється за допомогою t-критерію:

$$t = \left(L_k - L_{k-1}\right)\left(n-3\right)/\,2, \tag{33}$$

де n – кількість спостережень;

L_k – розраховується так:

$$L_k = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r}{1-r},$$

де r – максимальний канонічний коефіцієнт кореляції.

Значення t-критерію порівнюється з табличним при рівні значущості α і ступенях свободи $\gamma = \frac{n-3}{2}$. Якщо t-факт.> t-табл., то відхилення між максимальним і наступним значенням канонічного коефіцієнта кореляції є статистично значущим, тоді процес дослідження потрібно закінчити. В іншому випадку їх продовжують до отримання того результату, коли інформативність суттєво змінюється: дуже зростає або знижується величина максимального коефіцієнта канонічної кореляції.

Висновки. У даній статті досліджується застосування методу канонічних кореляцій для проведення аналізу фінансово-економічної діяльності суб'єкта господарювання на основі показників трудомісткості одиниці продукції, оборотності оборотних коштів та фонду оплати праці виробничого персоналу.

Запропонований метод ефективно працює при дослідженні взаємозв'язку великої кількості показників, що характеризують результати фінансово-господарської діяльності та множини чинників, що впливають на ці результати. Крім цього, внутрішній взаємозв'язок, який існує як серед результативних показників, так і серед численних чинників, враховується в алгоритмі канонічних кореляцій.

Література

1. Джонстон Дж. Эконометрические методы / Дж. Джонстон. - М.: Статистика, 1980. – 435 с.
2. Многомерный статистический анализ и вероятностное моделирование реальных процессов / [под ред. С. А. Айвазяна]. – М.: ЦЭМИ РАН, 1994. – 450 с.
3. Многомерный статистический анализ в экономике: учеб. пособие / Л.А Сошникова, В.Н. Тамашевич, Г. Уебе, М. Шефер. - М.: ЮНИТИ, 1999. - 593 с.
4. Экономико-математические методы и прикладные модели / [под ред. В. В. Федосеева]. - М.: ЮНИТИ, 2001. – 392 с.

Bibliography

1. Dzhonston Dzh. Ekonometricheskiye metody / Dzh. Dzhonston. - M.: Statystyka, 1980. – 435 s.
2. Mnogomernyy statisticheskiy analiz i veroyatnostnoye modelirovaniye realnykh protsessov / [pod red. S. A. Ayvazyana]. – M.: TsEMI RAN, 1994. – 450 s.
3. Mnogomernyy statisticheskiy analiz v ekonomike: ucheb. posobiye / L.A Soshnikova, V.N. Tamashevich, H. Uebe, M. Shefer. - M.: YuNITI, 1999. - 593 s.
4. Ekonomiko-matematicheskiye metody i prikladnyye modeli / [pod red. V. V. Fedoseyeva]. - M.: YuNITI, 2001. – 392 s.

Надійшла 13.02.2012