

**Лысенко А.И.** д.т.н.,  
професор Национального  
технического университета  
Украины «КПИ»,  
г. Киев,  
**Кирчу П.И.** аспирант  
Национального авиационного  
университета, г. Киев

## МЕТОД СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО ПО ЭНЕРГОЗАТРАТАМ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНОЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ АЭРОПЛАТФОРМОЙ

---

*В работе рассмотрено метод синтеза адаптивного закона управления с применением явной эталонной модели на класс летательных аппаратов, которые выполняют функции высотных аэроплатформ телекоммуникационных систем (ТКС). При этом синтез происходит таким образом чтобы минимизировать энергозатраты на управление.*

*У роботі розглянутий метод синтезу адаптивного закону керування із застосуванням явної еталонної моделі на клас літальних апаратів, які виконують функції висотних аероплатформ телекомунікаційних систем (ТКС). При цьому синтез відбувається у такий спосіб щоб мінімізувати енерговитрати на керування.*

*In work it is considered a method of synthesis of the adaptive law of management with application of obvious reference model on a class of flying machines which carry out functions of high-rise aeroplatforms of telecommunication systems. Thus synthesis thus to minimise energy on management.*

### **Введение**

В настоящее время одним из наиболее универсальных средств решения задач синтеза систем управления полетом является метод аналитического конструирования [1-4]. Основной отличительной особенностью рассматриваемого здесь алгоритма является использование эталонной модели минимизирующей энергозатраты на управление

объектом. Рассматриваемый здесь метод адаптивного управления с явной оптимальной эталонной моделью является оптимизацией управления динамическими объектами по критерию обобщенной работы.

### **Постановка задачи**

Особенностью режимов полета аэроплатформ для телекоммуникационных систем на базе беспилотного летательного аппарата (БПЛА) есть предварительная неопределенность относительно возможных возмущений каналов телекоммуникационных систем (ТКС), вызванная непредвиденными изменениями метеоусловий. Это вызывает необходимость оперативного реагирования, то есть оптимизации траекторного движения БПЛА в реальном времени.

Целью работы есть синтез адаптивного алгоритма с оптимальной эталонной моделью для управления траекторным движением высотной телекоммуникационной аэроплатформы в условиях интенсивного действия внешних возмущений.

Будем рассматривать задачу синтеза структуры адаптивных законов управления аэроплатформой и определение их параметров при помощи метода функций Ляпунова и использования эталонной модели оптимизирующего энергозатраты на управление.

Пусть объект управления (ОУ) описывается уравнением состояния:

$$\dot{X} = AX(t) + BU(t) \quad (1)$$

где  $X(t)$  – вектор состояний ОУ ( $n \times 1$ );  $U(t)$  – вектор управления ( $m \times 1$ );  $A$ ,  $B$  – постоянные матрицы параметров ОУ ( $n \times n$  и  $n \times m$ ), которые априорно предполагаются известными не полностью. Предполагается доступность измерению всего вектора состояния ОУ.

Рассмотрим задачу оптимизации энергозатрат на управление аэроплатформой, а также обеспечение желаемой динамики, которую зададим с помощью оптимальной эталонной модели.

$$\dot{X}_M = A_M X_M(t) + B_M Y(t) \quad (2)$$

где  $X_M$  – вектор состояния эталонной модели ( $n \times 1$ );  $Y$  – вектор задающих воздействий ( $m \times 1$ );  $A_M$ ,  $B_M$  – постоянные матрицы параметров эталонной модели ( $n \times n$  и  $n \times m$ ). Чтобы оптимизировать энергозатраты эталонная модель должна минимизировать целевой функционал, в который входят энергозатраты на управление. Минимизируемый

функционал (3) будем задавать в формулировке А.А Красовского [5] со скользящим интервалом оптимизации заданной продолжительности  $T$  совместно с введенной нами системой ограничений (4) Выражения входящие в систему (2) являются необходимыми ограничениями телекоммуникационных систем.

$$I_{Kp} = V_{зад} [z(t_k), t_k] + \int_{t_0}^{t_k} Q_{кач} (x, t) dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} (u' K^{-1} u + u'_{онм} K^{-1} u_{онм}) dt \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_d = 10 \lg \left( \frac{r^2}{h^2 + r^2} \right) - k R^\alpha \left( r - h_w \frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{h} \right) \geq P_{d0} \\ \gamma = \arctg(h/r) - \arcsin \frac{\cos(\varphi/2)}{\sqrt{\frac{h^2}{\cos^2(\varphi/2)\Delta^2} - 2\frac{h}{\Delta} \tg(\varphi/2) + 1}} \geq 40^\circ \\ V \leq V_{\max} \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $P_d$  - мощность передатчика;  $\gamma$  – угол места;  $V$  – скорость движения;  $\varphi$  – угол раскрыва,  $r$ -радиус зоны покрытия;  $h$ -высота барражирования аэроплатформы;  $R$ -интенсивность осадков;  $\alpha$ – коэффициент ослабления в дожде;  $h_w$  –высота приземной дождевой зоны. В свою очередь  $r = f_1(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ ,  $\varphi = f_2(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ ,  $V = f_3(V_x, V_y, V_z)$ .

Функцию  $V_{зад}$  будем полагать нулевой, а функцию  $Q_{кач}$  выберем в следующем виде

$$\begin{aligned} Q_{кач} = & \frac{1}{2} \beta_{V_x} (V_x - V_{x3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{V_y} (V_y - V_{y3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{V_z} (V_z - V_{z3AD})^2 + \\ & + \frac{1}{2} \beta_{\omega_x} (\omega_x - \omega_{x3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{\omega_y} (\omega_y - \omega_{y3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{\omega_z} (\omega_z - \omega_{z3AD})^2 + \\ & + \frac{1}{2} \beta_{e_{yx}} (e_{yx} - e_{yx3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{e_{yy}} (e_{yy} - e_{yy3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{e_{yz}} (e_{yz} - e_{yz3AD})^2 + \\ & + \frac{1}{2} \beta_{n_x} (n_x - n_{x3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{n_y} (n_y - n_{y3AD})^2 + \frac{1}{2} \beta_{n_z} (n_z - n_{z3AD})^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\beta_{( )}$  неотрицательные весовые коэффициенты; индексом «3AD» отмеченные заданные значения соответствующих величин поступающие

из старшего уровня иерархии или формируемые на выходе эталонной модели.

Входящие в (4) значения перегрузок вдоль осей связанной СК не являются компонентами вектора состояния модели но могут вычисляются по следующим формулам [5]:

$$\begin{aligned} n_X &= e_{yx} + (\dot{V}_{KX} + V_{KZ}\omega_y - V_{KY}\omega_z) / g, \\ n_Y &= e_{yy} + (\dot{V}_{KY} + V_{KX}\omega_z - V_{KZ}\omega_x) / g, \\ n_Z &= e_{yz} + (\dot{V}_{KZ} + V_{KY}\omega_x - V_{KX}\omega_y) / g. \end{aligned} \quad (4)$$

Угловое положение ЛА в (4) задается значениями направляющих косинусов  $e_{yx}, e_{yy}, e_{yz}$  между осями связанной СК и местной вертикалью. Эти косинусы однозначно определяются по заданным значениям углов тангажа и крена. Если необходимо обеспечить также заданный угол рыскания ЛА то уравнения модели необходимо дополнить уравнениями Пуассона еще для трех направляющих косинусов  $e_{xx}, e_{xy}, e_{xz}$ . Технически нахождение  $A_M$  и  $B_M$  сводится к определению параметров регулятора внутреннего контура в предположении, что А и В известны.

Формализуем цель управления, потребовав, чтобы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = 0, \quad (5)$$

где  $E(t) = X(t) - X_M(t)$  - ошибка системы (1) и (2).

Таким образом ставится задача построения самонастраивающейся системы управления с явной эталонной моделью, минимизирующей энергозатраты на управление, и обладающей заданной динамикой. Будем решать задачу в два этапа: построение основного контура и синтез контура адаптации.

### **Синтез основного контура**

Задача решается в предположении, что параметры ОУ известны. Для получения структуры «идеального» регулятора запишем уравнение в отклонениях выхода объекта от желательного

$$\dot{E}(t) = A_M E(t) + \{(A - A_M)X(t) + BU(t) - B_M Y(t)\} \quad (6)$$

Мы видим, что уравнение, определяющее рассогласование между модельным и реальным выходом, содержит два вида слагаемых. Первый – однородное уравнение, которое, если  $A_M$  устойчива, «само собой» устремит ошибку к нулю. Второй содержит управляющие воздействия, в выборе которых имеется свобода. Поэтому выберем управляющие воздействия так, чтобы сумма элементов, показанных в фигурных скобках, была нулевой тогда, как уже сказано выше, первая часть формулы приведет ошибку к нулю. Таким образом, идеальное управление найдем из приравнивания части формулы, показанной в фигурных скобках, нулю:

$$(A - A_M)X(t) + BU(t) - B_M Y(t) \quad (7)$$

Идеальное управление, удовлетворяющее соотношению (7), описывается уравнением

$$U_*(t) = \overline{K_*^Y} \overline{K_*^X} X(t) - \overline{K_*^Y} Y(t), \quad (8)$$

где  $\overline{K_*^Y}, \overline{K_*^X}$  - матрицы идеальных коэффициентов регулятора, удовлетворяющего уравнениям:

$$B_M \overline{K_*^X} X(t) = A_M - A, \quad \overline{BK_*^Y} = B_M \quad (9)$$

Выберем структуру основного контура в соответствии с (8) в виде

$$U(t) = \overline{K_*^Y}(t) \overline{K_*^X}(t) X(t) - \overline{K_*^Y}(t) Y(t) \quad (10)$$

Структура основного контура обобщенного настраиваемого объекта (ОНО) показана на рис. 1.

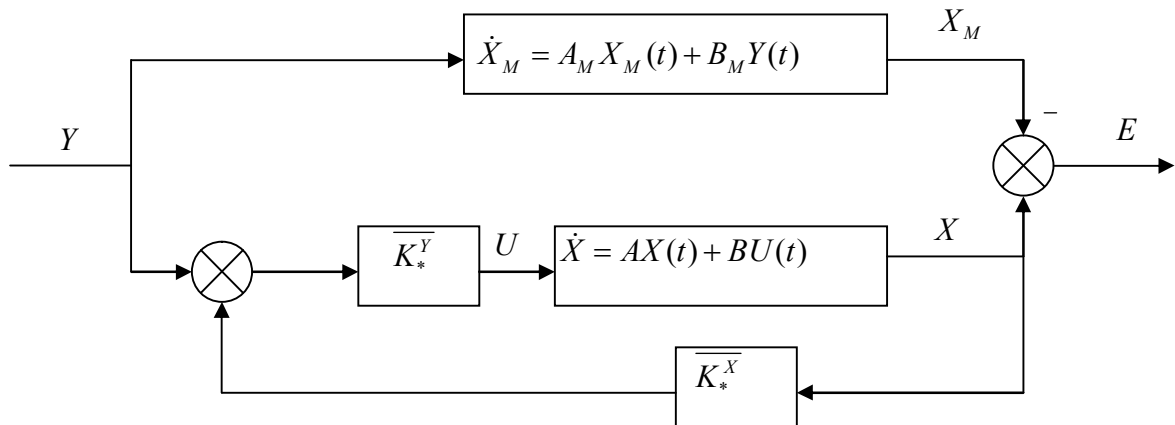


Рис.1 Структурная схема основного контура обобщенного настраиваемого объекта

### Синтез контура адаптации

Для синтеза алгоритмов настройки матрицы  $\bar{K}_*^Y(t)$  и  $\bar{K}_*^X(t)$  запишем уравнение ОНО в виде

$$\dot{E}(t) = A_M E(t) + B_M \Theta(t) \Sigma(t) \quad (11)$$

где  $\Theta(t) = \{\Phi(t) \mid \Psi(t)\}$  – расширенная матрица отклонений настраиваемых коэффициентов от их «идеальных» значений, вызванных неточными данными о параметрах объекта.

$$\Phi(t) = \bar{K}^X - \bar{K}_*^X(t), \quad \Psi(t) = \left(\bar{K}_*^Y\right)^{-1} - \left(\bar{K}^Y(t)\right)^{-1} \quad (12)$$

$$\Sigma(t) = \begin{pmatrix} X(t) \\ \bar{K}^Y(t)[Y(t) + \bar{K}^X(t)X(t)] \end{pmatrix} \quad (13)$$

Используя аппарат устойчивости, создадим алгоритм, который приведет рассогласование между параметрами эталонной модели и ОНО к нулю. Это осуществляется с помощью введения функции Ляпунова в виде квадратичной формы с двумя слагаемыми: первое построено на рассогласовании выходов модели и объекта, второе – на рассогласовании параметров модели и ОНО:

$$V = 0.5E^T HE + 0.5tr(\Theta^T \Gamma^{-1} \Theta), \quad H = H^T, \Gamma = \Gamma^T \quad (14)$$

Определим производную функции (14), используя уравнение (11)

$$\dot{V} = E^T HA_M E + tr[(B_M^T HE \Sigma^T + \Gamma^{-1} \dot{\Theta})^T \Theta] \quad (15)$$

Если алгоритм адаптации выбрать в виде

$$\dot{\Theta} = -\Gamma B_M^T HE \Sigma^T(t), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0 \quad (16)$$

то функция  $V$  обладает свойствами  $V > 0$ ,  $\dot{V} < 0$ , т.е. является функцией Ляпунова.  $H = H^T > 0$ , удовлетворяет матричному уравнению Ляпунова

$$A_M^T H + HA_M = -Q, \quad Q = Q^T > 0 \quad (17)$$

В результате получим алгоритм адаптации для контура обратной связи  $\bar{K}_*^X(t)$  и контура воспроизведения задания  $\bar{K}_*^Y(t)$ .

$$\dot{\bar{K}}_*^X(t) = -\Gamma_M B_M^T HE X^T(t) \quad (18)$$

$$\dot{\bar{K}}_*^Y(t) = -\bar{K}^Y \Gamma_2 B_M^T HE (Y + \bar{K}^X X)^T (\bar{K}^Y)^T \bar{K}^Y$$

## **Выводы**

Целью проведенных исследований является разработка оптимальной адаптивной системы управления полетом беспилотного самолета легкого класса. Согласно описанной методике для данного беспилотного самолета определена структура законов управления. Синтез систем управления полетом основанный на методе аналитического конструирования в сочетании с процедурой расчета параметров закона управления с использованием метода функций Ляпунова, а также оптимальных эталонных моделей позволяет выбирать вид закона управления и рассчитывать его параметры в реальном времени. Рассчитанные параметры передают всей замкнутой системе управления в целом свойства оптимальности и адаптивности в условиях предварительной еопределенности относительно возможных возмущений каналов ТКС, вызванных непредвиденными изменениями метеоусловий.

### *Список использованной литературы:*

1. Ильченко М. Е., Кравчук С. А. Телекоммуникационные системы на основе высотных аэроплатформ. – Киев: Наукова думка, 2008. – 579 с.
2. Ричард К Дорф, Роберт Х. Бишоп Современные системы управления. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. – 831 с.
3. Лебедев А. А., Карабанов В. А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1965. – 463 с.
4. Соколов Н. И., Рутковский В. Ю., Судзиловский Н. Б. Адаптивные системы автоматического управления летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1988. – 207 с.
5. Буков В. Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука, 1987. – 230 с.
6. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1989. – 447 с.

*Рецензент: д.т.н. Самков О.В.*