УДК 621.316.72

Щетінін О.М., к.т.н., доцент,
Кирик Н.В., магістр
Академія муніципального
управління, м. Київ

ФОРМУВАННЯ РІШЕННЯ УПРАВЛІННЯ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОЇ T-S МОДЕЛІ

Розглянута основна концепція, виконаний аналіз і висвітлена процедура проектування нечіткої моделі на основі алгоритму Такагі-Сугено (T-S) з метою спрощення розуміння і для швидкої розробки інструментальних засобів управління складними нелінійними системами.

Рассмотрена основная концепция, выполнен анализ и процедура проектирования нечеткой модели на основе алгоритма Такаги-Сугено (T-S) с целью упрощения понимания и для быстрой разработки инструментальных средств управления сложными нелинейными системами.

The basic concept is surveyed, the analysis and procedure of projection of fuzzy model is carried out on the basis of algorithm Takagi-Sugeno (T-S) by the purpose of simplification of understanding and for prompt development of tools of control of composite nonlinear systems.

Останні роки засвідчили швидко зростаючу популярність лінгвістичного управління як в технічних, так і в «гуманітарних» системах [2]. Численні успішні застосування нечіткого управління спонукали до активного аналізу і розробки нелінійних нечітких систем керування. Основним алгоритмом виконання процедури прийняття нечіткого логічного рішення щодо управління складними нелінійними системами є алгоритм Мамдані. Але в багатьох випадках для нелінійних систем вже отримані системи рівнянь, які в достатній мірі описують її поведінку. У такому разі для формування нечіткого рішення щодо управління нелінійною системою ліпше використовувати алгоритм Такагі-Сугено.

У роботі, розглянута основна концепція, виконаний аналіз і висвітлена процедура проектування нечіткої моделі на основі алгоритму Такагі-Сугено (T-S) з метою прозорості і скорочення шляху розробки нелінійних систем управління.

В основі нечіткої T-S моделі покладена паралельна розподільна компенсація (ПРК) [7,8,9], зміст якої при створенні контролера зводиться до отримання правила управління для певного відрізка кривої передатної характеристики нечіткої системи. Процедура розробки T-S моделі [5] нечіткого логічного контролера (T-S НЛК) концептуально проста і природна. T-S модель реалізує "гібридний" алгоритмом нелінійного управління, так як частково, подібно класичним традиційним підходам до нелінійного управління, використовує на завершальному етапі прийняття рішення щодо управління лінійні рівняння, які апроксимують нелінійну передатну характеристику системи. Початкова частина даного алгоритму подібна до алгоритму Мамдані [1], а заключна оперує з лінійними рівняннями. Тобто права частина правил бази знань представлена звичайними лінійними рівняннями. Основна особливість T-S нечіткої моделі полягає в тому, щоб виразити локальну динаміку кожного нечіткого правила лінійною системною моделлю, а вже повну нечітку модель системи одержати нечітким "змішуванням" лінійних моделей (субмоделей).

Синтез нечіткої T-S моделі з лінійним представленням дії правила дозволяє в електротехнічних системах використовувати відому систему аналізу Ляпунова, що гарантує забезпечення стабільність систем управління та призводить до спрощення їх розробки та налагодження.

Правила нечіткої T-S моделі мають дві форми ННС (CFS) та ДНС (DFS), які характеризують, відповідно, неперервну нечітку систему та дискретну нечітку систему.

Форма i-го правила ННС можна представити таким чином

$$ЯКЩО\ z_1(t) \in M_{i1}\ I \cdots I\ z_p(t) \in M_{ip},$$
$$TO\ \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \qquad i = 1,2,\ldots,r. \tag{1}$$

Форма i-го правила ДНС можна представити таким чином

$$ЯКЩО\ z_1(t) \in M_{i1}\ I \cdots I\ z_p(t) \in M_{ip},$$
$$TO\ \begin{cases} x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \qquad i = 1,2,\ldots,r. \tag{2}$$

де M_{ij} - нечітка множина, а r - номер правила; $x(t) \in R^n$ представляє вектор стану, $u(t) \in R^m$ – вхідний вектор, $y(t) \in R^q$ – вихідний вектор; $A_i \in R^{n \times n}$,

$B_i \in R^{n\times m}$, $C_i \in R^{q\times n}$ - деякі змінні коефіцієнти, які можуть бути функціями фазових змінних (змінних стану), зовнішніх збурень та часу.

Будемо використовувати $z(t)$ як вектор, що включає елементи $z_1(t), z_2(t),..., z_p(t)$, а змінні коефіцієнти A_i, B_i, C_i вважаємо незалежними від вхідних змінних $u(t)$. Це передбачення вводимо с метою позбавитися складного процесу дефазифікації нечітких змінних в контролері. Кожне лінійне рівняння, представлене як $A_i x(t) + B_i u(t)$ назвемо "підсистемою".

Кінцеві результати нечіткої системи можна представити парами $(x(t), u(t))$ таким чином:

– для ННС

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))\{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t))\{A_i x(t) + B_i u(t)\}, \tag{3}$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) C_i x(t). \tag{4}$$

– для ДНС

$$x(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))\{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t))\{A_i x(t) + B_i u(t)\}, \tag{5}$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) C_i x(t), \tag{6}$$

де

$$z(t) = \lfloor z_1(t)\, z_2(t) z(t) \cdots z_p(t) \rfloor, \qquad w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t)), \qquad \mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} \tag{7}$$

для всіх t. $M_{ij}(z_j(t))$ представляє степінь належності $z_j(t)$ в M_{ij}.

Починаючи з

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) > 0, \\ w_i(z(t)) \ge 0, \qquad i = 1,2,...,r, \end{cases} \tag{8}$$

ми маємо

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) = 1, \\ \mu_i(z(t)) \geq 0, \qquad i = 1,2,\ldots,r, \end{cases} \tag{9}$$

для всіх t.

Наприклад, якщо для цифрової системи прийняти $p = n$, $z_1(t) = x(t)$, а $z_2(t) = x(t-1), \ldots,$ $z_n(t) = x(t-n+1)$. Тоді зразок правила можна представити наступним чином

$$\text{ЯКЩО } x(t) \in M_{i1} \; I \cdots I \; x(t-n+1) \in M_{in},$$

$$\text{ТО } \begin{cases} x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ y(t) = C_i x(t), \end{cases} \qquad i = 1,2,\ldots,r.$$

де $\quad x(t) = [x(t) \;\; x(t-1) \;\; x(t-n+1)]^T$.

Розглянемо реалізацію нечіткої T-S моделі, виходячи з ідеї використання сектора нелінійності [6].

Для цього розглянемо просту нелінійну систему $\dot{x}(t) = f(x(t)),$ где $f(0) = 0$. Для даної системи найдемо глобальний сектор такий, щоб $\dot{x}(t) = f(x(t)) \in [a_1 \;\; a_2] x(t)$. На рис.1 представлено приклад глобального сектора нелінійності.

Такий підхід гарантує реалізацію типового алгоритму T-S моделі. Але не завжди можливо визначити глобальний сектор нелінійності. В такому випадку установлюють локальний сектор, виходячи з того, що змінні в системі завжди обмежені. На рис.2 представлено локальний сектор нелінійності в інтервалі $0 < f(t) < d$. Нечіткою системою досить точно можна відтворити нелінійність передатної характеристики системи в локальному секторі.

В електротехнічних задачах ми маємо справу з параметрами, що змінюються по синусоїдному закону $z(t) = \sin(x(t))$ та мають певну нелінійність. Тому для прикладу локальний сектор нелінійності, в якому $x(t) \in (-\pi/2, \pi/2)$, можна представити так як показано на рис. 3. Сектор нелінійності $[a_2 \; a_1]$ складають дві лінії $a_1 x$ та $a_2 x$, в котрих $a_1 = 1$, а $a_2 = 2/\pi$.

Розглянемо приклад, що демонструє конкретні кроки по створенню нечіткої T-S моделі.

Допустимо, що модель нелінійної динамічної системи відома і її можна представити у вигляді [3]:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + \left(3 + x_2(t)\right)x_1^3(t) \end{pmatrix} \tag{10}$$

Для простоти представлення приймаємо, що $x_1(t) \in [-1, 1]$, та $x_2(t) \in [-1, 1]$. Тобто $x_1(t), x_2(t)$ можуть приймати довільні значення з цих діапазонів.

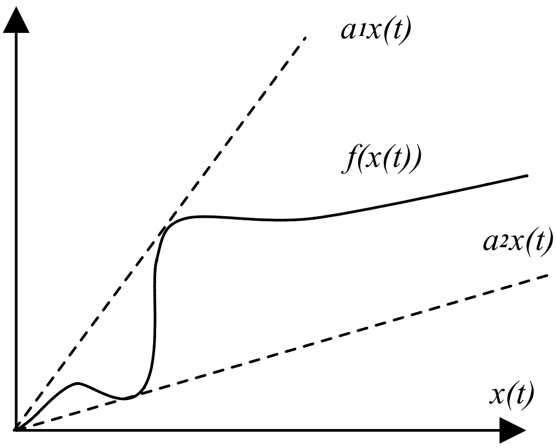

Рис.1

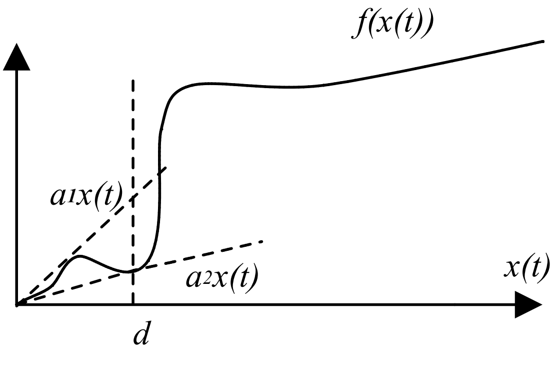

Рис.2

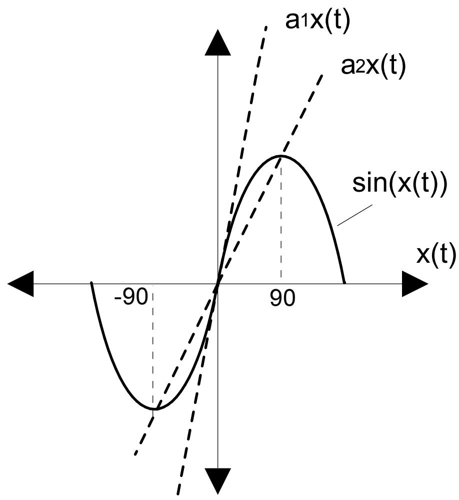

Рис.3

Рівняння (10) можна записати у вигляді

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-1 & x_1(t)x_2^2(t)\\ (3+x_2(t))x_1^2(t) & -1\end{bmatrix}x(t), \qquad (11)$$

де $x(t)=[x_1(t)\, x_2(t)]^T$, а вирази $x_1(t)x_2^2(t)$ і $(3+x_2(t))x_1^2(t)$ є нелінійні терми, які представимо як $z_1(t)$ та $z_2(t)$, відповідно. Тоді вираз (11) можна записати як

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-1 & z_1(t)\\ z_2(t) & -1\end{bmatrix}x(t). \qquad (12)$$

Тепер визначимо мінімальні та максимальні значення $z_1(t)$ та $z_2(t)$, коли $x_1(t)\in[-1,1]$, та $x_2(t)\in[-1,1]$. Їх можна представити таким чином

$$\begin{gathered}\max_{x_1(t),x_2(t)} z_1(t)=1, \qquad \min_{x_1(t),x_2(t)} z_1(t)=-1,\\ \max_{x_1(t),x_2(t)} z_2(t)=4, \qquad \min_{x_1(t),x_2(t)} z_2(t)=0\end{gathered} \qquad (13)$$

Виходячи з максимальних та мінімальних значень, $z_1(t)$ та $z_2(t)$ можна записати як

$$\left.\begin{aligned} z_1(t)&=x_1(t)x_2^2(t)=M_1(z_1(t))\cdot 1 \;+\; M_2(z_1(t))\cdot(-1),\\ z_2(t)&=(3+x_2(t))x_1^2(t)=N_1(z_2(t))\cdot 4 \;+\; N_2(z_2(t))\cdot 0,\end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

де

$$\left.\begin{aligned} M_1(z_1(t)) \;+\; M_2(z_1(t)) &= 1, \\ N_1(z_2(t)) \;+\; N_2(z_2(t)) &= 1. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

На основі виразів (14) та (15) функції належності можна визначити як

$$\left.\begin{aligned} M_1(z_1(t)) &= \frac{z_1(t)+1}{2}, \qquad M_2(z_1(t)) = \frac{1-z_1(t)}{2} \\ N_1(z_2(t)) &= \frac{z_2(t)}{4}, \qquad N_2(z_2(t)) = \frac{4-z_2(t)}{4}. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Назвемо нечіткі змінні з функціями належності (16), відповідно, як "позитивна", "негативна" та "велика" і "мала". Графічне зображення нечітких змінних та функцій належності представлено на рис.4 та рис.5. Далі нечітку нелінійну систему (10) представимо наступними правилами.

Правило 1:

ЯКЩО $z_1(t)$ ***Є*** *"позитивна"* ***І*** $z_2(t)$ ***Є*** *"велика",* ***ТО*** $\dot{x}(t) = A_1 x(t)$;

Правило 2:

ЯКЩО $z_1(t)$ ***Є*** *"позитивна"* ***І*** $z_2(t)$ ***Є*** *"мала",* ***ТО*** $\dot{x}(t) = A_2 x(t)$;

Правило 3:

ЯКЩО $z_1(t)$ ***Є*** *"негативна"* ***І*** $z_2(t)$ ***Є*** *"велика",* ***ТО*** $\dot{x}(t) = A_3 x(t)$;

Правило 4:

ЯКЩО $z_1(t)$ ***Є*** *"негативна"* ***І*** $z_2(t)$ ***Є*** *"мала",* ***ТО*** $\dot{x}(t) = A_4 x(t)$.

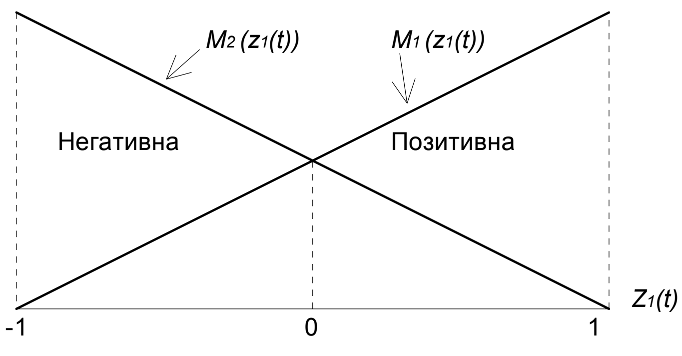

Рис.4

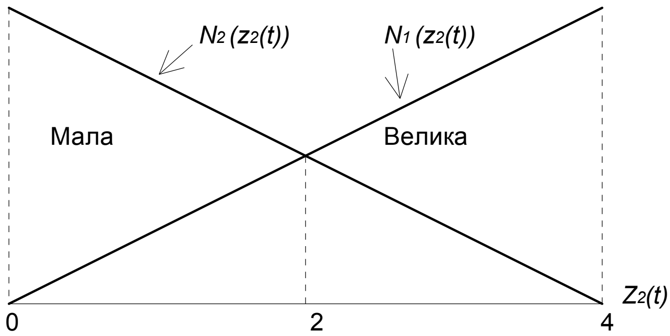

Рис.5

Виходячи з виразів (12), (13) та наповнення лівих частин правил, коефіцієнти в правилах представляються таким чином

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

тобто матриці коефіцієнтів формуються з максимальних та мінімальних значень $z_1(t), z_2(t)$ в секторі нелінійності, відповідно до правил.

Дефазифікація виконується наступним чином

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(z(t)) A_i x(t),$$

де
$$\mu_1(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_1(z_2(t)),$$

$$\mu_2(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_2(z_2(t)),$$

$$\mu_3(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_1(z_2(t)),$$

$$\mu_4(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_2(z_2(t)).$$

Розглянутий приклад дає представлення про створення нечіткої моделі по алгоритму Такагі-Сугено. Отримана нечітка модель досить точно представляє нелінійну систему в регіоні $[-1\ 1] \times [-1\ 1]$ на просторі x_1 – x_2 і реалізує просту паралельну розподільчу компенсацію відхилення вихідного параметра системи чотирма зворотними зв’язками, що визначені, відповідно, чотирма правилами.

Таким чином, нечіткий логічний контролер з T-S алгоритмом відтворює, відповідно до кількості правил, певну кількість детермінованих локальних зворотних зв'язків.

Використання сектора нелінійності при створенні нечітких систем досить часто на практиці є найкращим шляхом до відтворення нелінійності системи нечіткими моделями в максимально можливій степені адекватності. Такий підхід завжди веде до скорочення кількості правил, спрощенню аналізу та проектування системи управління.

У багатьох роботах [3,4,5] доведено, що нечіткі T-S моделі з розглянутим алгоритмом є фактично універсальним апроксимуючим апаратом складних нелінійних динамічних систем з відомим математичним описом їх функціонування.

Використання T-S моделей з локальним наближенням в складних нелінійних системах є запорукою відтворення нелінійностей передатних характеристик з високою степеню точності. Але необхідно звернути увагу на те, що локальне наближення на основі апроксимуючих моделей не може гарантувати стійкості нечітких систем відповідно до законів теорії автоматичного управління. Тобто в даному випадку потрібно вирішувати проблему стійкості нечіткого контролера в локальних секторах та в цілому системи.

1. *Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH.- СПб.: БХВ-Петербург.- 2003.- 736 с.*
2. *Altrock C. Fuzzy Logic and NeuroFuzzy Applications Explained// ISBN 0-1336-8465-2.- Prentice Hall.- 1995.*
3. Kazuo Tanaka, Hua O. Wang, "Fuzzy Control Systems Design and Analysis", *John Wiley & Sons*, 2001, 302 p.
4. K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 45, No. 2, pp. 135-156, 1992
5. T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", *IEEE Trans. Syst. Man. Cyber.*, Vol. 15, pp. 116-132, 1985 .
6. S. Kawamoto et al., "An Approach to Stability Analysis of Second Order Fuzzy Systems", *Proceedings of First IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 1, 1992, pp. 1427-1434.
7. H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model", *Proc. FUZZ-IEEE/IFES'95*, pp. 531-538, 1995.
8. H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An Analytical Framework of Fuzzy Modeling and Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues", *Proc.* 1995 *American Control Conference*, Seattle, 1995, pp. 2272-2276.
9. H. O. Wang, K. Tanaka, and M. Griffin, "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 4, Ž . No. 1, pp.14-23 1996 .

Рецензент: д.т.н. Гавриленко В.В.