

Кузьмичов А.І., к.т.н., доцент,
Академія муніципального управління,
м. Київ

ПОТОКОВА МОДЕЛЬ НЕЛЕГАЛЬНИХ ЛАНЦЮГІВ ПОСТАВОК ТА ЇЇ ЕЛЕКТРОННО-ТАБЛИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ В EXCEL

Для задоволення попиту (зокрема, для успішного досягнення цілей) з мінімальними загальними ресурсними витратами треба знайти значення дугових потоків, що визначають оптимальні логістичні ланцюги від джерел до стоків. Знайдене значення шуканої невідомої означає, що конкретною дугою-ділянкою користується відповідна кількість агентів, які рухаються до цілей (цілі) з різних стартових позицій, тож, саме ця «ненульова» ділянка попадає в поле уваги служби безпеки для організації нею ефективних захисних дій, які характеризуються мінімальними витратами обмежених ресурсів спеціального призначення.

Для удовлетворения спроса (в частности, для успешного достижения целей) с минимальными общими ресурсными затратами нужно найти значения дуговых потоков, определяющие оптимальные логистические цепочки от источников к стокам. Найденное значение искомой неизвестной означает, что конкретной дугой-участком пользуется соответствующее число агентов, которые движутся к целям (цели) с различных стартовых позиций, следовательно, именно этот «ненулевой» участок попадает в поле внимания службы безопасности для организации ею эффективных защитных действий, которые характеризуются минимальными затратами ограниченных ресурсов специального назначения.

To meet demand (in particular, for the successful achievement of goals) with minimum common resource costs you want to find values arc flows that define optimal logistic chain from source to sewage. Found value desired unknown means that specific arc-area has an appropriate number of agents, who are moving to the purpose (s) with different starting positions, hence is this "non-zero" plot escape attention security services for the organization of effective protective actions, which have a minimum of limited resources.

Проблематика із сучасної логістики стосується дослідження та оптимізації поточкових процесів різного типу (матеріальних, фінансових, інформаційних, людських тощо), ці процеси представляються ланцюгами операцій певного призначення, це: збирання і зберігання, поставка та її супроводження, формування замовлення та шляхи його задоволення тощо, й цими ланцюгами треба керувати якнайкраще, оптимально. Ці ланцюги утворюють мережі, які є важливими й непротими об'єктами управління, бо характеризуються великими розмірами, різними типом і природою даних та відповідних процесів [1].

Мережі логістичних ланцюгів поставок (*supply chain*) у відповідності до їх наочного зображення у вигляді різноманітних карт та картосхем найчастіше представляють направленими зваженими графами, які в математичній теорії графів називаються мережами (англ. – *network*, рос. *сеть*). Відповідно, мова йде про задачі про потоки у мережах [2], а апаратом пошуку оптимальних рішень є клас моделей поточкового програмування [3] у складі математичного програмування та дослідження операцій [4-6].

На відкритому суспільному рівні вважається, що проблема оптимального управління ланцюгами поставок і, зокрема, потоками у мережах, має суто бізнесову орієнтацію, хоча з вивчення спеціальних публікацій з'ясовується, що чи не найпершими потоками, дослідження яких привернули увагу математиків і програмістів, були неконтрольовані потоки зброї (війна у В'єтнамі), пізніше – потоки наркосировини й продукції з неї (Південна Америка), радіоактивних та інших заборонених матеріалів, не ліцензованих ліків, недоброякісних харчів, небезпечної побутової техніки, це – терористичні напади, нелегальне пересування територіями, незаконний перетин кордонів тощо. Ці та інші приклади мають спільну рису – усі дії і процеси реалізуються в середовищі комунікацій різного типу і призначення, коротко, в мережах.

Для запобігання таких негативних й небезпечних процесів найчастіше ставиться конкретна задача перекриття чи заборони (*interdiction*) ділянок розгалужених мереж за критерієм мінімізації кількості відслідковуючих, контролюючих чи заборонних засобів, направлених на захист т. зв. критичних інфраструктур [7, 8]. Але розвиток новітніх технічних засобів та відповідних технологій, зокрема, інформаційних, активізація, удосконалення й розмаїття терористичної діяльності в умовах доступності комунікаціями різного типу (канали зв'язку, повітряні, водні чи дорожні шляхи) до цілей, особливо, до цього підштовхнули події «9/11» (що сталися 11 вересня 2001 року в США), висувають нові поточкові задачі у мережах, які роблять цю проблематику надзвичайно актуальною та важливою на будь-якому рівні

відповідальності, починаючи від рядового офісного працівника до державних установ та об'єктів стратегічного значення.

Мережева транспортна задача та її моделювання

Це – надзвичайна поширена практична задача логістики, що стосується організації утворення запасів, їх розміщення, зберігання, супроводження, розподілу між споживачами, управління попитом тощо. Її актуальності й важливості сприяє рівень світової економіки, потужний розвиток традиційних транспортних й новітніх (інформаційних) комунікацій, їх відповідних технічних та технологічних засобів. Її перша постановка у 40-роках ХХ ст. у вигляді моделі класичної транспортної задачі (у матричній формі) фактично започаткувала сучасну теорію математичної оптимізації. Саме в критичних умовах світової війни виявилася надзвичайна важливість цієї задачі, коли треба було оперативно (за мінімумом витрат часу) евакуювати людей і обладнання, перевозити озброєння і військові з'єднання різними комунікаціями в умовах обмежених транспортних, паливних та інших ресурсів¹. На жаль, матричну модель транспортної задачі для реальної надзвичайно розгалуженої комунікаційної мережі, що містить шляхи різного типу аж до бездоріжжя, реалізувати надто важко, тому з 60-их років на замовлення практики активно розвивається математичний та обчислювальний апарат потокового програмування для розв'язання одно- та багатопродуктових потокових задач у мережах великого розміру.

Першою такою задачею, що має багато модифікацій та застосувань, стала задача про максимальний потік у мережі, у ставшій класичною роботі [2] була доведена фундаментальна теорема і розроблений алгоритм Форда-Фалкерсона (під назвою «max-min») на основі реалізації принципу збереження (балансу) потоку у кожному вузлі, де показано, як знаходити т.зв. «мінімальний переріз» мережі – ту саму мінімальну сукупність ділянок мережі, видалення яких (перекриття, заборона) перериває усі ланцюги, що зв'язують джерела зі стоками.

Постановка задачі

Ситуація 1: за даними розвідки агентура противника планує здійснити атаку на певні визначені терористичною акцією об'єкти й мінімальними витратами (найкоротшими шляхами, найшвидше,

¹ В СРСР ця модель називалася «задача Канторовича», яка була поставлена у 1942 р. і до 1959 р. була засекреченою, в США це «задача Хічкока» (публікація 1943 р.), де модель транспортної задачі першими активно застосовували військові, коли математик Дж. Данциг, співробітник Пентагону, розробив в 1947 р. теорію лінійного програмування і симплекс-метод для розв'язання на ЕОМ таких задач. Її версія під назвою «задача про оптимальне призначення» застосовувалася для визначення оптимальних маршрутів «бомбардувальник-ворожа ціль» для максимізації збитків ворога

найдешевше, непомітно), користуючись наявною комунікаційною мережею, що складається з вузлів та ділянок між ними. Для цього у мережі організаторами акції визначені **джерела** – місця, де розміщуються агенти у певній їх кількості у кожному з них, й звідки розпочнеться атака; **стоки** – місця-цілі, куди агенти мають потрапити для здійснення акції, та запланована їх кількість у цих місцях. У загальному випадку кількість атакуючих перевищує чи хоча б дорівнює кількість тих, хто має досягти цілі.

Для задоволення попиту (тобто, успішного досягнення агентами цілей) із мінімальними для них загальними транспортними витратами треба знайти такі значення дугових потоків, які визначають ланцюги від джерел до стоків, якими мають пересуватися агенти, й у відповідній кількості. Наприклад, якщо значення шуканої невідомої $X_{\text{Дніпропетровськ, Кременчук}} = 2$, то це означає, що цією ділянкою користуються 2 агенти, що рухаються до цілей (можливо єдиної) з різних стартових позицій, тож ця «ненульова» (завантажена) ділянка попадає у поле уваги служба безпеки (СБ) для організації нею захисних дій.

Зі свого боку СБ має на меті перешкодити здійсненню цієї акції, для цього, маючи обмежені ресурсні можливості, хоче визначити оптимальний **план дій** – на яких ділянках мережі треба розмістити контрольні чи заборонні засоби, щоб повністю перекрити доступ агентів до визначених цілей.

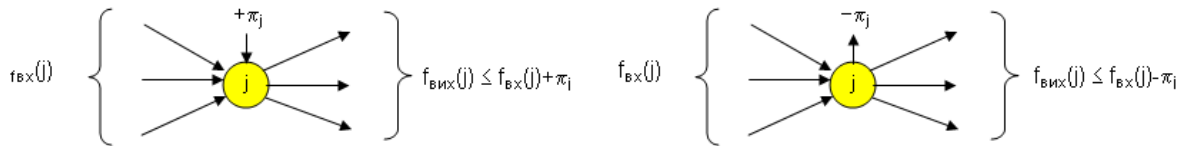
Ситуація 2: у джерелах-гарнізонах базуються у певних кількостях анти-терористичні ресурси (або ресурси МНС чи інших аналогічних служб надзвичайного призначення), які треба якнайкраще (з мінімальними витратами часу, палива, моторесурсу) доставити у «гарячі точки»-стоки у заданій кількості. Аналогічно формулюються задачі нелегального трафіку зі сфери біотероризму (типу збирання наркотичної сировини, виготовлення продукції з неї і доставка для споживання) чи перетину кордонів.

Принцип збереження потоку у вузлі

У будь-який j -ий вузол мережі потоки входять, їх загальна сума $f_{\text{вх}}(j)$, із цього ж вузла потоки виходять, їх загальна сума $f_{\text{вих}}(j)$, вузол також має потенціал π_j (пропозицію, $+\pi_j$, чи попит, $-\pi_j$). За принципом збереження потоку у вузлі забезпечується баланс, тобто, якщо потенціал:

- $\pi_j > 0$, тоді $f_{\text{вих}}(j) \leq f_{\text{вх}}(j) + \pi_j$ (це вузол-джерело з пропозицією, де вихідний потік може бути більшим за вхідний за рахунок генерування потоку вузлом; у місто зайшов один, а вийшли втрьох)

- $\pi_j < 0$, тоді $f_{\text{вих}}(j) \leq f_{\text{вх}}(j) - \pi_j$ (це вузол-стік з попитом, де вихідний потік може бути меншим за вхідний за рахунок поглинання вузлом вхідного потоку на власні потреби; у місто зайшли двоє, а вийшов один):



Принцип діє і дозволяє знайти оптимальні потоки, якщо величина загального потоку на вході у мережу (загальна пропозиція) не менше загального потоку на виході з мережі (загальний попит), це принцип балансу для усієї мережі.

Електронно-табличне моделювання задач оптимізації

Традиційно цей принцип реалізують у спеціалізованих досить кошовних програмах, які застосовують в автономному режимі з-за інформаційної несумісності з типовими програмними продуктами (типу пакету MS Office). Робота зі спеціалізованими програмними продуктами змушує мати професійно підготований персонал фахівців-посередників і не передбачає прийняття рішень в діалоговому режимі.

Нами пропонується розв'язувати поточкові задачі шляхом побудови електронно-табличної (ЕТ) моделі у доступному середовищі табличного процесора MS Excel, куди вбудовано, зокрема, спеціалізовану програму оптимізації Solver (Поиск решения) з інструментами лінійної (симплекс-метод), дискретної (метод гілок і границь) та нелінійної (градієнтний метод) оптимізації. «Родзинкою» ЕТ-моделі поточної задачі є можливість обчислення сум потоків для вузла за допомогою стандартної функції Excel СУММЕСЛИ, яка визначає приналежність вхідних чи вихідних дуг відповідним вузлам, потоки якими треба підсумовувати. Так, ознакою входження дуги у вузол є співпадання назв кінця дуги й вузла, ознакою виходу дуги з вузла є співпадання назв початку дуги й вузла. Цей факт застосовується для обчислення сум вхідних та вихідних потоків для вузлів. Наприклад, сума вхідних потоків у певний довільний вузол обчислюється за формулою =СУММЕСЛИ(кінці дуг;вузол;потоки), а вихідних – =СУММЕСЛИ(початки дуг;вузол;потоки).

Реалізація пошуку оптимуму в Excel робить цей обчислювальний та аналітичний процес простим, доступним й продуктивним, оскільки в межах одного набору документів й єдиного інформаційного середовища здійснюється введення і корегування початкових даних, відшукується та аналізується отриманий результат, є можливість власноруч зробити певні зміни в даних та умовах математичної моделі і миттєво отримати нові відповідні результати, що враховують певні зовнішні умови. ЕТ-модель мережевої транспортної задачі реалізується за специфічною модифікацією алгоритму max-min, де здійснюється пошук оптимуму за

«зворотним» критерієм «min-max», де відшукується мінімум цільової функції прямої задачі (загальні витрати), а результати двоїстої задачі, отримані симплекс-методом, визначають максимум ефекту, що буде досягнуто при цьому. Мовою задачі про пересування ресурсів надзвичайного призначення з місць дислокації до місць призначення відшуковуються найкоротші шляхи від джерел до стоків, їх сукупність дозволяє досягти максимальної ефективності відповідних дій.

Отже, тепер завдяки потужним ПК з розвиненим базовим програмним забезпеченням стало можливим безпосередньо на робочому місці ОПР (особи, що приймає рішення) ефективно реалізовувати потокові моделі досконаліми методами математичного програмування, обчислювальні алгоритми яких увійшли у склад стандартних сервісних засобів програмних продуктів загального користування під загальною назвою solver (розв'язувач). Зокрема, поставлена потокова задача нами розв'язується, користуючись стандартною версією вбудованої в Excel програми-оптимізатора Поиск решения (Solver).

Ця зрозуміла і доступна техніка пошуку оптимуму може бути без суттєвих змін перенесена на клас задач великого розміру, які реалізуються розширеними версіями оптимізатора типу Premium Solver промислового призначення.

ЕТ-модель мережевої транспортної задачі

За принципом балансу потоків у вузлі, визначеним алгоритмом max-min, розв'язок мережевої транспортної задачі (з проміжними пунктами, на відміну від класичної транспортної задачі лінійного програмування, де їх нема) зводиться до пошуку таких дугових потоків, які забезпечують загальні мінімальні витрати на транспортні послуги – саме ці потоки й треба перекривати. Зокрема, маючи модель цієї задачі (Ситуація 1), аналітики СБ мають можливість визначити свої дії в залежності від агентурних завдань, тобто визначити, звідки, куди і скільки направити своїх ресурсів для максимальної протидії. Мовою математичної теорії графів поставлена задача означає, що в комунікаційній мережі усі вузли мають ресурсні потенціали π_j , в залежності від знаку яких вузли є:

- джерелами чи постачальниками (із заданими запасами чи пропозиціями, $\pi_j > 0$),
- транзитними пунктами (нічого не пропонують і не вимагають, $\pi_j = 0$),
- стоками чи споживачами (із заданим попитом, $\pi_j < 0$).

Наприклад, місця базування чи стартові позиції атак є джерелами (мають пропозиції), пункти, які треба захищати, є стоками (є попит на продукт чи послуги), шляхи від джерел до стоків це ланцюги, що проходять ділянками-дугами, які з'єднують певні пари вузлів, зокрема, повз транзитні («пасивні») пункти.

У реальній мережі ділянки-дуги й рух ними є:

а) однонаправленими (на картосхемах позначаються стрілками) та
б) двонаправленими (з можливістю руху в обох напрямках, позначаються лініями), за умовами потокової моделі їх замінюють парами направлених назустріч дуг (стрілками) з, можливо, різними дуговими характеристиками, щоб мати для розрахунків мережу з явно однонаправленими дугами – майбутній шуканий оптимальний план покаже, у якому напрямку краще рухатися. Кожна направлена дуга характеризується питомою вартістю (тарифом, відстанню, тривалістю) на транспортування ресурсу та, можливо, пропускнуою здатністю.

Для Ситуації 1 агентурою ставиться задача дістатися визначеній кількості агентів у визначені цільові вузли-стоки із загальними мінімальними витратами на транспортування. Отриманий результат (на мінімум) дозволяє СБ здійснити свої дії якнайкраще (максимально ефективно).

Приклад.

Визначена комунікаційна мережа України, що має 46 вузлів (населених пунктів) та 106 направлених ділянок-дуг (пари певних з них замінили ненаправлені дуги – кількість невідомих збільшилась, зате є можливість надалі визначити кращий напрямок руху), кожен вузол характеризується потенціалом (кількістю атакуючих або пропозицією, «+», кількістю тих, хто дійшов до цілі, попитом, «-»), для транзитних вузлів це «0»), а кожна дуга – довжиною (можливо, тривалістю чи фінансовими витратами) та, додатково, пропускнуою здатністю (чи іншими обмежуючими величиною потоку факторами, наприклад, певну ділянку проходить по одному, хоча краще більшою кількістю). Вимога до початкових даних: сума попиту не перевищує суми пропозицій (не всі дійдуть до цілі).

Класичний підхід теорії графів до розв'язання поточкових задач базується на матричному описі мережі, у нашому прикладі це або матриця «вузли-вузли» розміром 46×46 або матриця «вузли-дуги» розміром 46×106, стільки ж має бути й невідомих і обмежень, ясно, що цей підхід суто теоретичний і для практики явно непридатний з кількох причин.

Тож будемо представляти мережу значно простіше й доступніше для здійснення розрахунків з позицій здорового глузду – сусідні вузли і напрямки руху від вузла до вузла визначаються суб'єктивно й досить природно – якщо рухатися зі Львова до Києва, то сусідами Львова з заходу будуть Тернопіль, Луцьк чи Рівне, але ж ніяк не Київ².

² матричний підхід вимагає задавати відстані між усіма парами вузлів, здійснити це нереально, бо пошук найкоротшої відстані між будь-якою парою вузлів для утворення початкових даних – це самостійна потокова задача такого ж розміру, для цього прикладу це майже 2000 ($46^2 = 2116$) задач про найкоротший шлях, кожна з майже 2000 невідомими

Отже, комунікаційна мережа визначається двома списками для:

- вузлів (46 рядків), стільки буде вузлових обмежень на невідомі та
- дуг (106 рядків), це кількість шуканих невідомих.

Пара чисел (106, 46) визначає розмір задачі, тож стандартна версія програми-оптимізатора Поиск решения, яка дозволяє розв'язувати задачі лінійного програмування з максимальним розміром (200, 100), без будь-яких додаткових витрат може бути використана для пошуку оптимуму.

Математична модель

Для формального запису поставленої економіко-організаційної задачі та визначення алгоритму її розв'язання вводимо такі позначення.

Для мережі:

A – множина направлених і зважених дуг (*arcs*), це трійки (початок-кінець)

N – множина вузлів (*nodes*), це номери чи назви вузлів, які є початками чи кінцями дуг

$M = (A, N)$ – мережа, потоки якою досліджуються

m – кількість направлених дуг (невідомих)

n – кількість вузлів (обмежень)

(m, n) – розмір потокової задачі

F_{ex} – сума вхідних потоків у мережу (загальна пропозиція)

$F_{вих}$ – сума вихідних потоків з мережі (загальний попит)

Для дуг:

i – поточний номер дуги (поток), $i = 1, \dots, m$

x_i – величина потоку i -ою дугою, $X = \{x_i\}$ – шуканий план прямої задачі (на мінімум)

v_i – питома «вартість» i -ої дуги (довжина, тривалість)

p_i – пропускна здатність i -ої дуги (додаткова характеристика)

u_i – двоїста оцінка i -ої дуги, «нормована³ вартість»

Для вузлів:

j – поточний номер вузла, $j = 1, \dots, n$

π_j – потенціал вузла (пропозиція, попит), $j = 1, \dots, n$

$f_{ex}(j)$ – сума вхідних потоків у j -ий вузол

$f_{вих}(j)$ – сума вихідних потоків з j -го вузла

z_j – двоїста оцінка j -го вузла, «тіньова ціна».

Задача оптимізації

I. Знайти вектор потоків $X = \{x_i\}$, такий, щоб

³ некоректний переклад, в оригіналі – *reduced cost*, умовна питома вартість дуги, на яку зменшуються загальні витрати (ЦФ) при зменшенні заданої вартості v_i на 1

II. $\sum_{i \in A} v_i x_i \rightarrow \min$ (загальна вартість транспортних послуг, ЦФ)

III. за обмежень:

(3.1) $f_{вих}(j) - f_{вх}(j) \leq \pi_j$ (умова збереження потоку для кожного j -го вузла)

(3.2) $F_{вих} \leq F_{вх}$ (для мережі)

(3.3) $x_i \leq p_i$ (для кожної i -ої дуги), додатково.

та граничних умов: усі $x_i \geq 0$.

Електронно-таблична модель

Алгоритм.

- Ввести початкові дані:
 - №, назви вузлів та їх потенціали (таблиця В для вузлів)
 - №, початки і кінці дуг та їх вартості (довжина), таблиця Д для дуг
- В таблиці Д сформувати ще 3 стовпці:
 - «Потік (т)» для невідомих та
 - «Витрати (ткм)» і знайти суму усіх витрат (ЦФ)
 - «Норм-варт.» для двоїстих оцінок дуг
- В таблиці В сформувати і заповнити формулами ще 4 стовпці:
 - «Вх» для обчислення суми вхідних потоків у вузол
 - «Вих» для обчислення суми вихідних потоків з вузла
 - «Вих-Вх» для обчислення лівої частини обмеження (3.1)
 - «Потенціал», де позитивні числа визначають пропозиції джерел, від'ємні числа – попит стоків, 0 – для транзитних вузлів, це права частина обмежень (3.1)
 - «Т-ціна» для двоїстих оцінок вузлів.

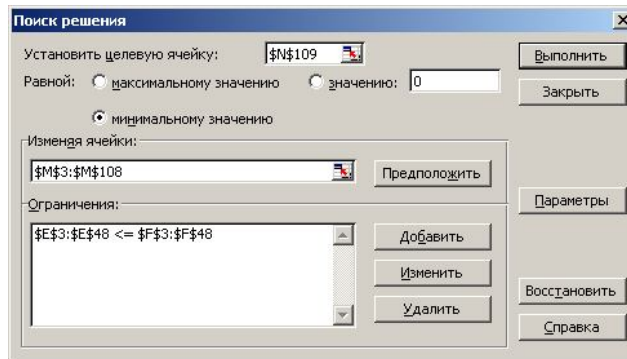
«Шапки» таблиць В та Д:

Вузли						
№	Вузол	Вх	Вих	Вих-Вх	Потенціал	Т-ціна
1	Бердянськ	0	0	0	0	-98
2	Ізмаїл	0	0	0	0	-126

Дуги						
№	Початок	Кінець	Довжина (км)	Потік (т)	Витрати (ткм)	Норм-варт.
1	Бердянськ	Запоріжжя	174	0	0	0
2	Бердянськ	Донецьк	210	0	0	108
3	Б-Церква	Київ	85	0	0	0
4	Б-Церква	Житомир	132	0	0	178
5	Вінниця	Житомир	125	0	0	25

- Командою Сервіс→Поиск рішення викликати програму-оптимізатор, заповнити поля її вікна згідно визначеної математичної моделі:

- «Установить целевую ячейку» адреса формулы ЦФ
- «Равной:» минимальному значению
- «Изменяя ячейки:» стовпець Потоки (т)
- «Добавить» ввести вузлові обмеження
- «Параметры» визначити тип моделі і граничні умови для невідомих
- «Выполнить»



Після отримання розв'язку прямої задачі (повідомлення «Решение найдено ...») побудувати звіт Устойчивость для отримання двоїстих оцінок.

Варіант 1 (збалансований, 1:1). Одне джерело (Луганськ), один стік (Київ), оптимальний ланцюг для перекриття: (Луганськ-Харків)→ (Харків-Полтава)→ (Полтава-Київ), мінімальні витрати $355 + 150 + 337 = 842$.



Тіньові ціни вузлів (від'ємні числа) вказують, на скільки зменшаться загальні витрати при зміні розміщення джерела (+1). Наприклад, якщо замість Луганська це буде Бердянськ, тоді ці витрати складуть величину $842 - 98 = 744$, а ланцюг для перекриття має 5 ділянок: Бердянськ → Запоріжжя (174), Запоріжжя → Дніпропетровськ (97), Дніпропетровськ → Кременчук (168), Кременчук → Черкаси (120), Черкаси → Київ (185).



Нормовані вартості (НВ) дуг (позитивні числа чи нулі) вказують на збільшення загальних витрат (ЦФ) при вимушеному пересуванні одиниці потоку по «нульовій» дузі. Наприклад, хоча ділянка Луганськ → Донецьк має нульову НВ, при її використанні для пересування величина ЦФ збільшиться на 84 за рахунок НВ дуги Донецьк → Дніпропетровськ, тепер ланцюг для перекриття теж зміниться на: Луганськ → Донецьк → Дніпропетровськ → Кременчук → Черкаси → Київ, загальні витрати 926.

Таким чином, зміною місць розміщення джерела чи стоку та дуги для переміщення потоку можна моделювати будь-яку нову ситуацію.

Випадки, коли модель не може знайти відповідь, пов'язані з відсутністю відповідних початкових даних. Наприклад, якщо джерело знаходиться в Луганську, а стік у місті Шостка, буде отримано повідомлення «Поиск не может найти подходящего решения.», бо у Шостку немає ні одної вхідної дуги.

Варіант 2 (не збалансований, 7:4). Визначено:

5 джерел з 7 пропозиціями: (Бердянськ, +1), (Луганськ, +1), (Севастополь, +1), Чернівці (+2), (Одеса, +2);

3 стоки з попитом 4 : (Київ, -1), (Любашівка, -1), (Кривий Ріг, -2).

Отримано 4 оптимальних ланцюги з 8 дуг для перекриття, загальні витрати = 1212:

- 1) Бердянськ → Запоріжжя → Кривий Ріг
- 2) Одеса → Миколаїв → Кривий Ріг
- 3) Чернівці → Хмельницький → Житомир → Київ
- 4) Одеса → Любашівка.

3 пропозиції залишились в джерелах: Луганськ (1), Севастополь (1), Чернівці (1).



Використані джерела інформації:

1. Дж. Шапиро. *Моделирование цепи поставок*: Пер. с англ. – СПб.: Питер, 2006. – 720 с. (Modeling Supply Chain, 2001)
2. Л. Р. Форд, Д. Р. Фалкерсон. *Потоки в сетях*. Пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 276 с.
3. П. Йенсен. *Потоковое программирование*. Пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – 256 с.
4. J. H. Moore and L.R. Weatherford. *Decision modeling with Microsoft Excel*, Prentice Hall, (2001). Пер. рос. 2004
5. А.І. Кузьмичов та ін. *Лінійні задачі математичного програмування в MS Excel*: К.: АМУ, 2006. – 189 с.
6. A. Kuzmychov (ed.). *Operations Research: Optimization models for Decision-Making*, АМУ, 2007
7. К. Wood. *Deterministic network interdiction*. Mathematical and Computer Modeling, vol. 17, No. 2, pp. 1-18, 1993
7. G. Brown, M. Carlyle, J. Salmeron and K. Wood. *Defending Critical Infrastructure*. Interfaces, vol. 36, No. 6, pp. 530-544, 2006

Рецензент: Пьянов В.М.