

УДК 621.51

Лисенко О. І.,

д.т.н., професор,

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут"

Чеканова І. В.,

к.т.н., с.н.с.,

провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу

воєнно-економічних проблем

Центру воєнно-стратегічних досліджень

Національного університету оборони України імені Івана Черняховського

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ВИВЕДЕННЯ ГРУПИ НАВІГАЦІЙНИХ СУПУТНИКІВ НА ОРБИТУ

Анотація. У науковій статті пропонується рішення модельної задачі такою, що враховує всі явища і ефекти, пов'язані з рухом ракети з головною частиною, що розділяється, яка виводить групу навігаційних супутників. В результаті проведених досліджень отримана оптимальна траєкторія, яка може використовуватися для виведення на орбіту групи навігаційних супутників.

Ключові слова: навігаційні супутники, виведення на орбіту, траєкторії, що гілкуються.

Лысенко А.И.,

д.т.н, профессор, профессор кафедры

Национальный технический университет Украины

"Киевский политехнический институт"

Чеканова И.В.,

к.т.н., с.н.с, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского отдела

центра военно-стратегических исследований

Национального университета обороны Украины имени Ивана Черняховского.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ ВЫВЕДЕНИЯ ГРУППЫ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ НА ОРБИТУ

Аннотация. В научной статье предлагается решение модельной задачи учитывающей все явления и эффекты, связанные с движением ракеты с разделяющейся головной частью, которая выводит группу навигационных спутников. В результате проведенных исследований получена оптимальная траектория, которая может использоваться для выведения на орбиту группы навигационных спутников.

Ключевые слова: навигационные спутники, выведение на орбиту, ветвящиеся траектории.

Lysenko A.I.,

doctor of tech. sciences, professor,

National Technical University of Ukraine

"Kyiv Polytechnic Institute"

Chekanova I.V.,

cand.tech. sciences, leading research worker of research department

center of military-strategic researches

National university of defensive of Ukraine of the name of Ivan Chernyakhovskogo.

A ROLE AND PLACE OF INFORMATIVE SYSTEMS IS IN MANAGEMENT MILITARY ECONOMY

Annotation. In the scientific article solution of toy problem is offered taking into account all of the phenomena and effects, related to motion of rocket with the divided head part which destroys the group of navigation sputniks. As a result of the conducted researches an optimum trajectory which can be utilized for orbiting of group of navigation sputniks is got.

Keywords: navigation sputniks, orbiting, branching out trajectories.

Вступление. Оптимизация активного участка траектории движения ракеты, которая выводит группу навигационных спутников, с учетом точной модели движения ракеты с разделяющейся головной частью, модели атмосферы Земли и ее гравитационного поля может быть выполнена только при удачном первом приближении к оптимальному решению [1, 2]. Решение модельной задачи, изложенное в данной статье, может быть принято за первое приближение (субоптимальное решение) для более детальной задачи, точнее учитывающей все явления и эффекты, связанные с движением ракеты с разделяющейся головной частью, которая выводит группу навигационных спутников.

Анализ исследований и публикаций. Проведенный анализ определения оптимальной траектории выведения группы спутников на орбиту, показывает, что оптимальное управление системами рассматривалось в работах Ащепкова Л.Т. [1], Сейджа Э.П., Уайта Ч.С. [2], стохастические дифференциальные системы рассматривали Пугачев В.С., Сеницын И.Н. [3]. Вопрос оптимального управления детерминированными составными динамическими системами, определения оптимальной траектории выведения группы навигационных спутников на орбиту на данном этапе не рассматривался.

Постановка задачи. Схема ветвящейся траектории движения ракеты, которая выводит группу навигационных спутников, с разделяющейся головной частью представлена на рис. 1. Ракета, головная часть которой состоит из двух ракет, начинает управляемое движение в пункте 0 и перемещается далее вдоль ветви 0-1 к пункту 1. Затем происходит разделение головной части на составляющие ее ракеты, которые, используя собственное управление, движутся от пункта 1 к пунктам 11 и 12. Полагаем, что движение происходит в вакууме в плоскопараллельном гравитационном поле.

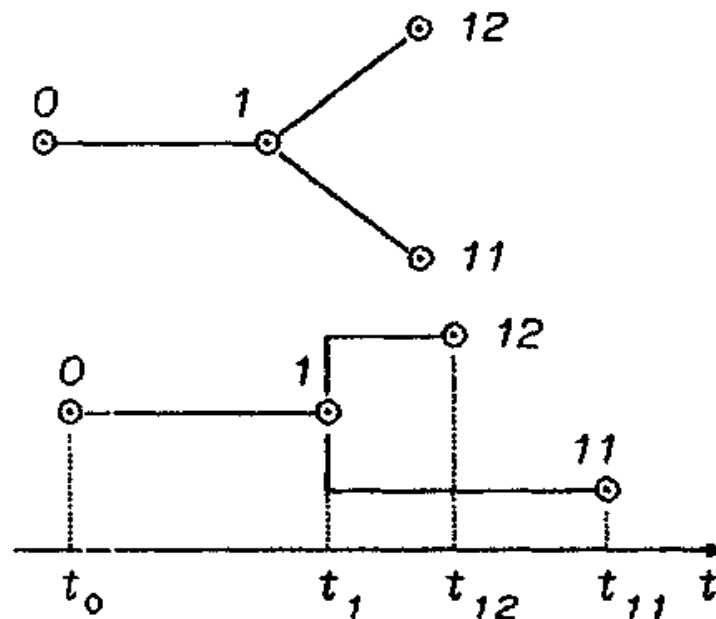


Рисунок 1 – Схема ветвящейся траектории

Уравнения, описывающие движение ракет на соответствующих участках траектории, имеют вид:

$${}_q \dot{x}_1 = gP_q \cos {}_q v, \quad (1)$$

$${}_q \dot{x}_2 = {}_q \dot{x}_3, \quad (2)$$

$${}_q \dot{x}_3 = gP_q \sin {}_q v - g \quad (q = 1, 11, 12), \quad (3)$$

где ${}_q \dot{x}_1$, ${}_q \dot{x}_3$ - составляющие вектора скорости, направленные соответственно поперек и вдоль силовых линий гравитационного поля; ${}_q x_2$ - текущая координата, отсчитываемая вдоль силовых линий гравитационного поля (высота полета); P_q - перегрузка, создаваемая силовой установкой ракеты, которая выводит группу навигационных спутников, на участке 0-1 траектории ($q=1$) и силовыми установками отделяющихся ракет на участках 1-11 ($q=11$) и 1-12 ($q=12$); ${}_q v$ - угол тангажа; g - гравитационное ускорение. телекомунікацій.

Основное содержание статьи. Рассмотрим задачу с фиксированными моментами времени: t_0 - начала движения ракеты, которая выводит группу навигационных спутников, t_1 - разделения головной части, t_{11} и t_{12} - достижения отделившимися ракетами конечных пунктов. Начальное положение ракеты, которая выводит группу навигационных спутников, ${}_1 x_1(t_0)$, ${}_1 x_2(t_0)$, ${}_1 x_3(t_0)$, считается заданным. Перегрузка $P_q (q = 1, 11, 12)$ на каждом участке траектории имеет свою постоянную величину. Необходимо найти такой закон изменения ${}_q v (q = 1, 11, 12)$ значения

координат пункта 1, для которых критерий $I = -[{}_{11}x_2(t_{11}) + {}_{12}x_2(t_{12})]$ достигает минимума при условии, что ${}_{11}x_1(t_{11}), {}_{11}x_2(t_{11}), {}_{12}x_1(t_{12}), {}_{12}x_2(t_{12})$ заданы.

На основании следствия 1 принципа минимума для составных динамических систем с произвольной схемой ветвления траектории [3, 4] для случая $k=1, r_1=2$ позволяет выписать необходимые условия оптимальности управления ${}_1v(t) \ t \in [t_0, t_1], {}_{11}v(t) \ t \in [t_1, t_{11}], {}_{12}v(t) \ t \in [t_1, t_{12}]$ задачи (1-4): для построения оптимальной ветвящейся траектории движения ракеты, которая выводит группу навигационных спутников, необходимо найти такие сопряженные переменные

$${}_q\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H_q}{\partial {}_qx_1}, \quad {}_q\dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H_q}{\partial {}_qx_2}, \quad {}_q\dot{\lambda}_3 = -\frac{\partial H_q}{\partial {}_qx_3}, \quad (5)$$

$$(q=1, 11, 12),$$

где

$$H_q = g_q\lambda_1(t)P_q \cos v_q + {}_q\lambda_2(t){}_qx_3 + g_q\lambda_3P_q \sin v_q - {}_q\lambda_3(t)g, \quad (6)$$

удовлетворяющие условиям

$$\frac{\partial I}{\partial {}_{11}x_2(t_{11})} {}_{11}\lambda_2(t_{11}) = \frac{\partial I}{\partial {}_{12}x_2(t_{12})} {}_{12}\lambda_2(t_{12}) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial I}{\partial {}_1x_1(t_1)} {}_1\lambda_1(t_1) + {}_{11}\lambda_1(t_1) + {}_{12}\lambda_1(t_1) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial I}{\partial {}_1x_2(t_1)} {}_1\lambda_2(t_1) + {}_{11}\lambda_2(t_1) + {}_{12}\lambda_2(t_1) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial I}{\partial {}_1x_3(t_1)} {}_1\lambda_3(t_1) + {}_{11}\lambda_3(t_1) + {}_{12}\lambda_3(t_1) = 0 \quad (10)$$

при произвольных значениях ${}_{11}\lambda_1(t_{11}), {}_{12}\lambda_1(t_{12}), {}_{11}\lambda_3(t_{11}), {}_{12}\lambda_3(t_{12})$, чтобы минимизировать гамильтониан (6) по управлению ${}_qv(q=1, 11, 12)$. Применяя соотношения (5)-(10) к задаче (1)-(4), получаем решение в явном аналитическом виде:

$${}_q\hat{x}_1(t) = \frac{gP_q}{\sqrt{C_q}} \ln \frac{2\sqrt{C_q R_q(t)} + 2C_q t + b_q}{2\sqrt{C_q R_q(t^*)} + 2C_q t^* + b_q} + {}_q\hat{x}_1(t^*), \quad (11)$$

$${}_q\hat{x}_2(t) = \frac{gP_q}{A_q} \left\{ \frac{I}{4C_q} \left[(2C_q t + b_q) \sqrt{R_q(t)} - (2C_q t^* + b_q) \sqrt{R_q(t^*)} \right] + \frac{4A_q^2}{8C_q \sqrt{C_q}} \ln \frac{2\sqrt{C_q R_q(t)} + 2C_q t + b_q}{2\sqrt{C_q R_q(t^*)} + 2C_q t^* + b_q} - R_q(t^*) (t - t^*) \right\} -$$

$$-g \frac{(t-t^*)^2}{2} + {}_q\hat{x}_3(t^*)(t-t^*) + {}_q\hat{x}_2(t^*), \quad (12)$$

$${}_q\hat{x}_3(t) = \frac{gP_q}{A_q} \left[\sqrt{R_q(t)} - \sqrt{R_q(t^*)} \right] - g(t-t^*) + {}_q\hat{x}_3(t^*), \quad (13)$$

$$tg_q \hat{v} = A_q(t-t^*) + B_q \quad (q=1, 11, 12), \quad (14)$$

где $R_q(t) = a_q + b_q t + C_q t^2$, $a_q = 1 + B_q^2$, $b_q = 2A_q B_q$, $C_q = A_q^2$ ($q=1, 11, 12$);

при $q=1, t \in [t_0, t_f]$ $t^* = t_0, A_1 = 2({}_{11}\lambda_1 + {}_{12}\lambda_1)^{-1}$,

$$B_1 = [{}_{11}\lambda_3(t_1) + {}_{12}\lambda_3(t_1) - 2t_1]({}_{11}\lambda_1 + {}_{12}\lambda_1)^{-1};$$

при $q=11, t \in [t_1, t_{11}]$ $t^* = t_1$;

при $q=12, t \in [t_1, t_{12}]$ $t^* = t_1, A_q = {}_q\lambda_1^{-1}$, $B_q = [{}_q\lambda_3(t_1) - t_1]{}_q\lambda_1^{-1}$ ($q=11, 12$).

Параметры ${}_{11}\lambda_1$, ${}_{12}\lambda_1$, ${}_{11}\lambda_3(t_1)$, ${}_{12}\lambda_3(t_1)$ следует подбирать так, чтобы удовлетворить заданным конечным условиям.

На рис.2 приведены результаты расчета оптимальной ветвящейся траектории для следующих исходных данных:

$$t_0 = 0\text{с}, \quad t_1 = 70\text{с}, \quad t_{11} = 100\text{с}, \quad t_{12} = 120\text{с},$$

$${}_1x_1(t_0) = {}_1x_3(t_0) = 0 \text{ м/с}, \quad {}_1x_2(t_0) = 0\text{м},$$

$$P_1g = 2g, \quad P_{11}g = 3,5g, \quad P_{12}g = 4g, \quad g = 9,806\text{м/с}^2,$$

$${}_{11}x_1(t_{11}) = 2000\text{м/с}, \quad {}_{11}x_3(t_{11}) = 0\text{м/с}, \quad (15)$$

$${}_{12}x_1(t_{12}) = 3000\text{м/с}, \quad {}_{12}x_3(t_{12}) = 0\text{м/с}, \quad (16)$$

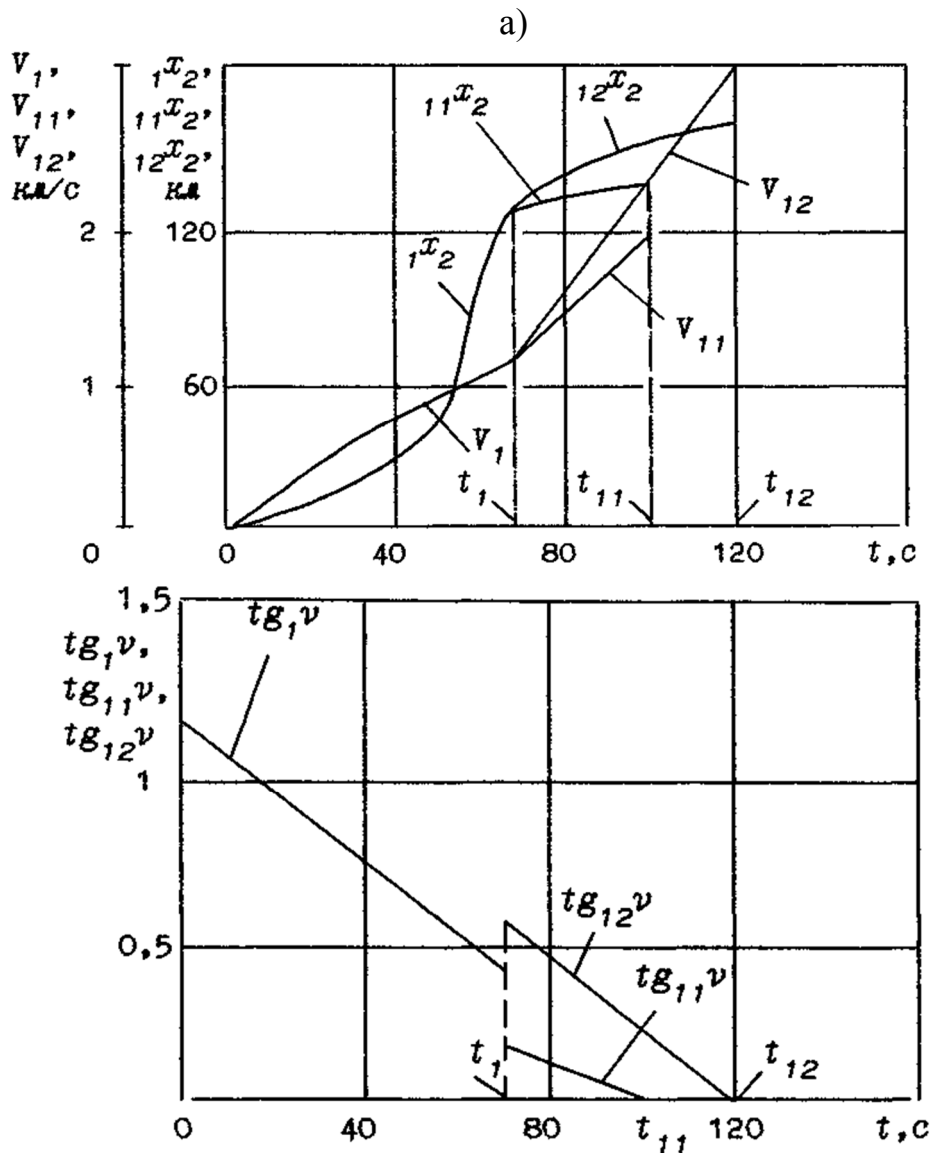
Значения параметров ${}_{11}\lambda_1, {}_{12}\lambda_1, {}_{11}\lambda_3(t_1), {}_{12}\lambda_3(t_1)$ были найдены в результате решения градиентным методом системы, состоящей из четырех нелинейных уравнений (11), (13) при $q=11, 12$ с учетом конечных условий (15) и (16). В качестве первого приближения использованы величины ${}_{11}\lambda_1 = {}_{12}\lambda_1 = -50\text{с}$, ${}_{11}\lambda_3(t_1) = {}_{12}\lambda_3(t_1) = -30\text{с}$.

Расчеты были остановлены при ${}_{11}\lambda_1 = -100,06\text{с}$, ${}_{12}\lambda_1 = -49,00\text{с}$, ${}_{11}\lambda_3(t_1) = -26,60\text{с}$, ${}_{12}\lambda_3(t_1) = -33,26$, когда погрешности удовлетворения конечным условиям достигли значений

$$\Delta_{11}x_1(t_{11}) = 1,049\text{ м/с}, \quad \Delta_{11}x_3(t_{11}) = -0,268\text{ м/с},$$

$$\Delta_{12}x_1(t_{12}) = -1,34\text{ м/с}, \quad \Delta_{12}x_3(t_{12}) = -0,510\text{ м/с}.$$

Оптимальное значение критерия (4) составило $I = -294629$ м.



б)

Рисунок 2 – Графики параметров оптимальной ветвящейся траектории:

а) - оптимальные управления,

$$tg_1v(t_0) = 1,34; \quad tg_1v(t_1) = 0,401; \quad tg_{11}v(t_1) = 0,265; \quad tg_{12}v(t_1) = 0,678;$$

$$_1v(t_0) = 53^\circ 16', \quad _1v(t_{10}) = 21^\circ 51', \quad _{11}v(t_1) = 14^\circ 51', \quad _{12}v(t_1) = 34^\circ 9';$$

б) - высоты и скорости $V_g = \sqrt{q x_1^2 + q x_3^2} \quad (q = 1, 11, 12),$

$$_1x_2(t_1) = 124,889 \text{ км}, \quad _{11}x_2(t_{11}) = 131,834 \text{ км}, \quad _{12}x_2(t_{12}) = 162,795 \text{ км}.$$

Выводы. Таким образом, получена оптимальная траектория, которая может использоваться для выведения на орбиту группы навигационных спутников.

Реализация полученных управляющих воздействий на различных этапах полета и в момент разделения позволит эффективно использовать ресурсы составной динамической системы для оптимальной траектории выведения группы навигационных спутников.

Использованные источники информации:

1. Ащепков Л.Т. Оптимальное управление разрывными системами. Л.Т.Ащепков - Новосибирск: Наука, 1986. – 226 с.
2. Сейдж Э.П. Оптимальное управление системами. / Э.П. Сейдж., Ч.С. Уайт. – М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.
3. Пугачев В.С. Стохастические дифференциальные системы./В.С. Пугачев, И.Н.Синицын. – М.:Наука, Главная редакция физико-математической литературы,1965.–560с.
4. Лысенко А.И. Условие скачка в задаче оптимального управления составным объектом // Республиканский межведомственный научно-технический сборник “Адаптивные системы автоматического управления“. – К.: Техника, 1988, №6. – С.136-141.
5. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика летательных аппаратов. / Ю.Г. Сихарулидзе – М.: Наука, 1982. – 352 с.
6. Лысенко А.И. Моделирование оптимального движения составной динамической системы // Сборник “Электронное моделирование“, Т.11, №4. – К.: Наукова Думка, 1989.
7. Лысенко А.И. Оптимальное управление детерминированными составными динамическими системами. / А.И. Лысенко. – К.: НИЦ ГШ ВСУ, 1995. – 52 с.

References:

1. Aschepkov I.T. the Optimum management the break systems. L.T.Aschepkov is Novosibirsk: Science, 1986. – 226 p.
2. Seydzh E.P. the Optimum management the systems. / E.P. Seydzh., Ch.S. Uayt. – M.: of Radio and connection, 1982. - 392 p.
3. Pugachev V.S. the Stochastic differential systems./ V.S. Pugachev, I.N. Sinicyn. it is Mcode.:ġàóêà, Main release of fiziko-matematicheskoy literatury,1965.-560ñ.
4. Lysenko A.I. Condition of jump in the task of optimum management the component object of // Republican interdepartmental scientific and technical collection the “Adaptive systems of automatic control“.– K.: of Technician, 1988, '6. - S.136-141.
5. Sikharulidze Yu.G. Ballistics of aircrafts. / Yu.G. Sikharulidze – M.: Science, 1982. – 352 p.
6. Lysenko A.I. Design of optimum motion of the component dynamic system // Collection the “Electronic design“, T.11, '4. – K.: Naukova Thinking, 1989.
7. Lysenko A.I. the Optimum management the determined component dynamic systems. / A.I. Lysenko. – K.: WITH one's the face touching the ground GSH VSU, 1995. — 52 p.

Рецензент: Дубко В.О.