

УДК 629.782.05

Гусинін А.В.,к.т.н, доцент,
НТУУ «КПІ»**ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ
ДОСИНТЕЗУ АЛГОРИТМУ БАГАТОЕТАПНОГО
ТЕРМІНАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТОМ**

Розглянуто застосування диференціальних перетворень до розв'язку задач оптимізації багатоетапного процесу керування літальним апаратом. Застосування математичного апарату диференціальних перетворень дає можливість моделювання процесів оптимального керування з кусочно-безперервними функціями, знаходити оптимальне керування без використання чисельних методів інтегрування диференціальних рівнянь, а також значно скорочувати об'єм обчислень в процесі отримання розв'язку в чисельному вигляді.

Ключові слова: диференціальні перетворення, багатоетапна оптимізація, термінальне керування, літальні апарати.

Гусынин А.В.,к.т.н, доцент,
НТУУ «КПІ»**ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ К
СИНТЕЗУ АЛГОРИТМА МНОГОЭТАПНОГО ТЕРМИНАЛЬНОГО
УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ**

Рассмотрено применение дифференциальных преобразований к решению задач оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом. Применение математического аппарата дифференциальных преобразований дает возможность моделирования процессов оптимального управления с кусочно-непрерывными функциями, находит оптимальное управление без использования численных методов интегрирования дифференциальных уравнений, а также значительно сократит объем вычислений в процессе получения решения в численном виде.

Ключевые слова: дифференциальные преобразования, многоэтапная оптимизация, терминальное управление, летательные аппараты.

Gusynin A.V.,cand.tech.sci, associate professor,
National Technical University of Ukraine "KPI"**APPLICATION OF DIFFERENTIAL TRANSFORMATION FOR
ALGORITHM SYNTHESIS OF VEHICLE MULTISTAGE
TERMINAL CONTROL**

Application of differential transformations for task solution of multistage process optimization of vehicle control is reviewed. Application of mathematical apparatus of differential transformation allows simulation of optimal control processes with piecewise continuous functions, to find the optimal control without using numerical methods of

integration of differential equation and also essentially reducing the calculation volume during solution obtaining in numerical view.

Keywords: differential transformations, multistage optimization, terminal control, vehicles

Введение

Многие прикладные задачи в области управления летательными аппаратами (ЛА) являются задачами терминального управления, которые заключаются в приведении ЛА в конечное (терминальное) состояние с заданными значениями параметров движения и необходимой точностью. При этом, должны выполняться различные целевые ограничения, которые накладываются на параметры движения и управления. К таким задачам относятся: выведение ракет-носителей с космическим аппаратом на заданную орбиту, посадка самолета в заданную точку взлетно-посадочной полосы, причаливание дирижабля к мачте и др.

Задачи синтеза терминального управления обычно решаются с применением традиционных методов оптимизации [1-3]. Использование при оптимизации терминального управления необходимых условий оптимальности приводит к трудноразрешимой двухточечной краевой задачи, а воздействие параметрических возмущений и окружающей среды требуют непрерывной оптимизации траектории полета в реальном времени. При этом, недостаток применения известных методов оптимизации к решению задачи терминального управления связан с синтезом алгоритмов управления в виде функции времени и требует для своей реализации численного интегрирования дифференциальных уравнений движения ЛА, что сопряжено с необходимостью преодоления ряда математических и вычислительных трудностей.

Математический аппарат дифференциальных преобразований функций и уравнений [4,5] не требует для своей реализации численного интегрирования дифференциальных уравнений движения динамического объекта, допускает аналитическое решение проблемы и позволяет существенно снизить объем вычислений, необходимый для построения оптимальных траекторий и моделирования оптимальных процессов управления. При этом, исходная математическая модель задачи в области изображений представляется в виде спектральной модели и задача синтеза алгоритма оптимального терминального управления сводится к решению системы нелинейных уравнений относительно его свободных параметров [6,7].

Дискрето-аналитическое отображение задачи

Рассмотрим дискрето-аналитическое отображение задачи управления ЛА, реализуемое на основе дифференциальных преобразований исходной математической модели задачи в спектральную модель.

Данные преобразования позволяют заменить функции $x(t)$ непрерывного аргумента t их моделями в виде дискретных функций $X(k)$ целочисленного аргумента $k = 0, 1, 2, \dots$ согласно выражению:

$$\underline{x(t)} = X(k) = \frac{h^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=t_0} \Leftrightarrow x(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t}{h} \right)^k X(k), \quad (1)$$

где $x(t)$ - непрерывная аналитическая функция вещественного аргумента; $X(k)$ - дискретная функция целочисленного аргумента k , которая называется дифференциальным спектром функции $x(t)$ в точке $t = t_0$; h - масштабная постоянная, имеющая размерность аргумента t , $0 \leq t \leq h$; черта снизу – символ преобразования; \Leftrightarrow символ соответствия между оригиналом $x(t)$ и его дифференциальным спектром $X(k)$.

Математические модели, полученные на основе дифференциальных преобразований (1) исходной математической модели, называются спектральными моделями.

В общем виде математическая модель траекторного движения ЛА может быть представлена векторным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0. \quad (2)$$

Здесь x - n -мерный вектор состояния; u - m -мерный вектор управления; f - непрерывная и непрерывно дифференцируемая по совокупности переменных t, x, u вектор-функция обобщенной силы; $t \in [t_0, T]$ - текущее время, граничное значение которого T задано или неопределённо.

В результате применения дифференциальных преобразований (1) исходная математическая модель (2) в области изображений представляется в форме спектральной модели следующего вида:

$$X(k+1) = \frac{h}{k+1} f_i[t, X(k), U(k)], \quad X(t_0) = X_0. \quad (3)$$

Спектральная модель (3) имеет вид рекуррентного выражения и позволяет по дифференциальному спектру управления $U(k)$ найти дифференциальный спектр $X(k)$.

По спектральной модели (3) определяется конечный набор дифференциальных спектров вектора состояния ЛА.

Применение дифференциальных преобразований позволяет исключить из дальнейшего рассмотрения математическую модель движения ЛА в форме векторного дифференциального уравнения (2) и заменить его спектральной моделью в виде рекуррентного выражения. Полученная спектральная модель имеет универсальный характер и может быть применена для решения задач управления различных типов ЛА. Отметим, что поскольку дифференциальные преобразования (1) являются точным операционным методом, то спектральная модель (3) не имеет

методических ошибок и потенциально позволяет получить точное решение векторного дифференциального уравнения (2).

С использованием данного подхода составлена спектральная модель траекторного движения авиационно-космической системы на этапе ее выведения на орбиту [8] и спектральная модель движения аэростатического летательного аппарата [8,9]. На основе полученных спектральных моделей разработан метод синтеза [6,10] и синтезированы для данных типов летательных аппаратов алгоритмы терминального управления [8,11-13], предложены решения задачи многокритериальной оптимизации [14,15] и синтеза гарантировано-адаптивных алгоритмов управления ЛА в условиях действия возмущений [16].

Дальнейшее развитие данного направления нашло отражение в решении задач синтеза многоэтапного терминального и многокритериального управления ЛА [17-20].

Особенностью приведения многих ЛА в терминальные условия является многоэтапный (многорежимный) характер их движения, который характеризуется изменением параметров объекта (изменение массы ракет-носителей в моменты разделения ступеней и сброса головного обтекателя), режима работы двигателей (посадка самолета в заданную точку взлетно-посадочной полосы, взлет и причаливание дирижабля к мачте), а также системы управления (наведение ракет в заданную точку). Траектория движения таких ЛА состоит из нескольких временных участков (этапов), внутри которых переменные вектора состояния являются непрерывными, а на границах участков может происходить их прерывистое изменение, не выходя за пределы принятых ограничений. При этом, каждый этап описывается своей математической моделью в форме системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а момент окончания предыдущего этапа является моментом начала следующего этапа. Задан функционал как функция, зависящая от состояния процесса на последнем этапе в конечный момент времени, который необходимо минимизировать. Это позволяет сформировать задачу оптимизации многоэтапного процесса управления и приводит к необходимости построения кусочно-непрерывного оптимального управления многоэтапным процессом.

Постановка задачи синтеза многоэтапного оптимального управления

В соответствии с моделью оптимизации многоэтапного процесса управления [20] весь многоэтапный процесс управления на отрезке $[t_0, T]$ разбивается на r заданных временных интервалов (этапов). Полагаем, что внутри каждого временного интервала переменные вектора состояния являются непрерывными, а все возможные разрывы происходят на границах заданных временных интервалов:

$$T_i = t_i - t_{i-1}, i = \overline{1, r}, \sum_{i=1}^r T_i = T,$$

где T - время управляемого процесса, которое в зависимости от постановки задачи может быть задано или не фиксировано.

Предположим, что на каждом временном интервале движение объекта описывается векторным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_i, u_i, v_i), x_i(t_{i-1}) = x_i^0, i = \overline{1, r}. (4)$$

Здесь x_i - n -мерный вектор состояния; u_i - m -мерный вектор управления; v_i - ℓ - мерный вектор возмущений; f_i - непрерывная и непрерывно дифференцируемая по совокупности переменных t, x_i, u_i, v_i на каждом временном интервале вектор-функция обобщенной силы; $t \in (t_i - t_{i-1})$ - текущее время внутри i -ого интервала.

Задача терминального управления заключается в переводе объекта из заданного начального состояния $x_i(t_0) = x_{i_0}$ в конечное (терминальное) состояние $x(T)$, определенное в момент времени $t = T$ q -мерным ($q \leq n$) векторным уравнением:

$$S[x_r(T), T] = 0. (5)$$

Качество процесса выведения будем оценивать функционалом:

$$I = G[x_r(T), T] + \sum_{i=1}^r \int_{t_0}^T \Phi_i(t, x_i, u_i, v_i) dt, (6)$$

где заданные функции G и Φ_i имеют непрерывные частные производные по x_i, u_i, v_i на каждом временном интервале. Предполагаем, что ограничения на векторы состояния и управления учитываются в процессе выбора вида функционала (6).

В соответствии с принятой концепцией оптимизации многоэтапного управления сопряжение граничных и начальных условий этапов производим в форме заданных краевых условий:

$$\varphi_i[x_i(T_i), x_{i+1}^0; u_i(T_i), u_{i+1}^0; T_i] = 0, i = \overline{1, r}. (7)$$

Требуется синтезировать закон управления, оптимальный по заданному критерию (6) и обеспечивающий обратную связь вида $u = u(x, t)$. Данное управление, используя в каждый текущий момент времени t информацию о текущем состоянии $x(t)$ обеспечивает приведение объекта из заданного начального состояния в конечное при воздействии возмущений.

Численно-аналитический метод синтеза алгоритма многоэтапного терминального управления

Синтез оптимального многоэтапного управления с обратной связью вида $u = u(x, t)$ выполним методом замыкания оптимального программного

управления $u = u(t)$ для произвольного текущего состояния объекта $x(t)$ [6]. Сначала рассмотрим невозмущенное движение объекта. Выберем внутри каждого этапа процесса управления программное управление в классе аналитических функций $u_i(\tau, A_i)$, где $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ - вектор свободных параметров, τ - локальный временной аргумент.

Дифференциальные преобразования (1) функции $u_i(\tau, A_i)$ определяют при $h = T_i$ и $\tau = 0$ ее дифференциальный спектр в виде:

$$\underline{u}_i(\tau, A_i) = U_i(k, A_i) = \frac{T_i^k}{k!} \left[\frac{d^k u_i(t_{i-1} + \tau, A_i)}{dt^k} \right]_{\tau=0}. \quad (8)$$

Векторное дифференциальное уравнение траекторного движения ЛА (4) на основе дифференциальных преобразований (1) в области изображений представим в рекуррентном виде [17]:

$$X_i(k+1, A_i, X_i^0) = \frac{T_i}{k+1} f_i \left[T_i, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i) \right]. \quad (9)$$

$$X_i(0) = X_i^0(A_{i-1}, A_{i-2}, \dots, A_1); X_1(0) = X_1^0 = x_0; i = \overline{1, r}$$

По данному рекуррентному выражению и дифференциальному спектру формируем дифференциальный спектр $X(k, A, X_0)$ вектора состояния $x(t)$.

Воспользуемся свойством дифференциальных преобразований, согласно которому алгебраическая сумма всех компонент (дискрет) дифференциального спектра любой аналитической функции в точке $t = t_v$ равна нулевой дискрете дифференциального спектра функции в точке $t_{v+1} = t_v + h$ или значению оригинала функции в той же точке:

$$\sum_{k=0}^{\infty} X_v(k) = X_{v+1}(0) = x(t_v + h). \quad (10)$$

Из соотношения (10) при $t_v = t_{i-1}$ и $h = T_i$ находим вектор состояния в конце каждого i -ого временного участка процесса управления:

$$x_i(T_i, A_i, x_i^0) = \sum_{k=0}^{\infty} X_i(k, A_i, X_i^0), i = \overline{1, r}. \quad (11)$$

Тогда уравнение конечного состояния (5) всего процесса управления с учетом выражения для сопряжения граничных и начальных участков процесса выведения (7), а также выражения для вектора состояния в конце каждого i -ого временного участка управления (11) преобразуется к виду:

$$S[A_1, A_2, \dots, A_r] = 0. \quad (12)$$

Данное граничное условие в неявной форме определяет q компонент вектора свободных параметров A_i , $i = \overline{1, r}$ для i -го временного интервала и qr компонент для всего процесса управления в виде функций T_i и x_i^0 . Остальные $n - q$ компонент векторов свободных параметров для i -го

временного интервала и $(n - q)r$ компонентов для всего процесса управления находятся из условий оптимальности функционала (6).

Дифференциальные преобразования (1) функционала (6) с учетом дифференциальных спектров (8) и (9) позволяют представить данный функционал в виде функции векторов свободных параметров A_i :

$$I(A_1, A_2, \dots, A_r) = G[A_1, A_2, \dots, A_r] + \sum_{i=1}^r T_i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Phi_i[T_i, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)]}{k+1}. \quad (13)$$

Из необходимых условий оптимальности функции $I(A_1, A_2, \dots, A_r)$ получим систему уравнений [20]:

$$\frac{\partial I(A_1, A_2, \dots, A_r)}{\partial a_{ij}} = 0; \quad i = \overline{1, r}; \quad j = \overline{q+1, n}. \quad (14)$$

Полученная система нелинейных уравнений (12) и (14) совместно с терминальным условием в случае их совместности, в неявной форме определяет все компоненты вектора свободных параметров управления $A = (A_1, A_2, \dots, A_r)$ как функции от вектора произвольного начального состояния $x_0 = x_i(t_0)$. Таким образом, в неявной форме устанавливается нелинейная связь оптимального управления $u[t, A(T, x_0)]$ с вектором начального состояния $x_0 = x_i(t_0)$, моментом времени t_0 и временем процесса выведения T . Это управление нельзя применять на всем интервале времени T в случае действия возмущений на АКС. Управление $u[t, A(T, x_0)]$ может быть использовано для управления только в начальный момент времени t_0 . Таким образом, дифференциальные преобразования (1) позволяют получить в аналитической форме систему уравнений (12) и (14) для произвольных значений начального состояния x_0 , момента времени t_0 и интервала T .

На втором этапе синтеза рассматривается возмущенное движение АКС, которое постоянно отклоняется от оптимальной программной траектории. В этом случае управление $u[t, A(T, x)]$ вычисляется из системы уравнений (12) и (14) для текущих значений времени t и состояния $x(t)$. Таким образом, непрерывное во времени решение системы уравнений (12) и (14) позволяет сформировать замкнутый закон терминального управления вида $u = u(t, x)$. Решение системы уравнений (12) и (14) для каждого текущего момента времени t и состояния $x(t)$ динамического объекта, находящегося под действием возмущения, непрерывно дает управление $u(t, x)$, связывающее текущее состояние $x(t)$ динамического объекта с граничными (терминальными) условиями (5). В замкнутом контуре управление используется только текущее значение управления $u[t, A(T, x)]$, которое в следующий момент времени пересчитывается по

системе уравнений (12) и (14). Этим обеспечивается “гибкая” адаптация оптимальной траектории движения АКС к действию заранее неизвестных возмущающих факторов $v(t)$.

С использованием данного метода синтезированы алгоритм управления выведением многорежимной авиационно-космической системы на орбиту [21] и гарантовано-адаптивный алгоритм управления отклонением вектора тяги аэростатического летательного аппарата на этапе взлета [22].

Выводы. Применение дифференциальных преобразований к решению задач оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом позволяет упростить синтез замкнутых законов оптимального управления и свести данную проблему к решению конечной системы нелинейных уравнений без численного интегрирования дифференциальных уравнений движения объекта.

Использованные источники информации:

1. *Понтрягин Л.С.* Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Фоменко. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
2. *Беллман Р.* Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во иностр. лит., 1969. - 457с.
3. *Гурман В.И.* Приближенные методы оптимизации управления летательными аппаратами / В.И. Гурман, В.Н. Квоков, М.Ю. Ухин // Автоматика и телемеханика. – 2008. – №4. – С.191-201.
4. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные спектры и модели / Г.Е. Пухов. – К.: Наукова Думка, 1990. – 184 с.
5. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г.Е. Пухов. – К.: Наукова думка, 1986. – 160 с.
6. *Урусский О.С.* Синтез замкнутых законов терминального управления на основе дифференциальных преобразований / О.С. Урусский, В.Л. Баранов // Электронное моделирование. – 1996. – №3. – С. 3-8.
7. *Баранов В.Л.* Моделирование задач терминального управления методом дифференциальных преобразований / В.Л. Баранов, О.С. Урусский, Г.Л. Баранов // Электронное моделирование. – 1995. – В.17, №2. – С. 12-16.
8. *Збруцький О.В.* Диференціальні Т-перетворення в задачах автоматичного керування рухом літальних апаратів / О.В. Збруцький, В.П. Гусинін, А.В. Гусинін. – К.: НТУУ КПІ, 2010. – 176 с.
9. *Баранов В.Л.* Спектральна модель руху аеростатичного летального апарату / В.Л. Баранов, В.П. Гусинін, А.В. Гусинін // Проблеми інформатизації та управління. - 2004. - №1 - С. 100-107.
10. *Урусский О.С.* Метод построения оптимального управления процессом выведения авиационно-космических систем на орбиту / О.С. Урусский // Космічна наука і технологія. - 1997.- Том 3, №1,2.
11. *Гусинін В.П.* Синтез алгоритму оптимального керування рухом аеростатичного літального апарату на етапі зльоту / В.П. Гусинін, А.В. Гусинін // Наукові вісті НТУУ "КПІ". - 2008. - №3. - С. 87-95.

12. *Гусинін А.В.* Синтез алгоритму оптимального керування рухом аеростатичного літального апарату на етапі посадки/ А.В. Гусинін //Проблеми інформаційних технологій. - 2013. - №01(13). - С. 53-60.
13. *Гусынин А.В.* Синтез алгоритма управления отклонением вектора тяги аэростатического летательного аппарата на этапе взлета / А.В. Гусынин. - Дис....канд. техн. наук:05.13.03 - К., 2007. - 132 с.
14. *Урусский О.С.* Многокритериальный синтез управления процессом выведения авиационно-космических систем на орбиту / О.С. Урусский // Космічна наука і технологія. – 1997. – Т.3, №1,2. – С. 75-77.
15. *Баранов В.Л.* Квазианалоговые многокритериальные модели оптимизации динамических процессов/ В.Л. Баранов, Н.С.Залогин, О.С.Урусский, Г.Л.Баранов, Е.Ю.Комаренко// Электронное моделирование. - 1966. - Т.18, №1. - С. 3-8.
16. *Баранов В.Л.* Моделирование игровых алгоритмов терминального управления динамическими объектами/В.Л.Баранов, О.С.Урусский, Г.Л.Баранов, Е.Ю.Комаренко //Электрон.моделирование. - 1996. –В.18, №2. - С. 75-81.
17. *Гусынин В.П.* Численно-аналитический метод синтеза управления выведением многорежимной авиационно-космической системы на орбиту / В.П. Гусынин // Киевский институт военно-воздушный сил: сб. науч.тр. – К.: КІВПС, 1999. – Вып.6. – С.32-38.
18. *Гусинін В.П.* Оптимізація керування виведенням на орбіту багаторежимної авіаційно-космічної системи на основі диференціальних перетворень/В.П.Гусинін, О.М.Тачиніна, А.В. Гусинін // Проблеми інформатизації та управління. - 2008. - В.2(24). - С. 32-39.
19. *Гусинін А.В.* Багатокритеріальна оптимізація керування рухом багаторежимних літальних апаратів/ А.В. Гусинін //Технология приборостроения. - 2011. - №2. - С. 3-5.
20. *Гусынин В.П.* Модель оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом на основе дифференциальных преобразований / В.П. Гусынин, А.В. Гусынин //Технология приборостроения. - 2015. - №1.
21. *Гусинін А.В.* Синтез гарантовано-адаптивного алгоритму керування виведенням багаторежимної авіаційно-космічної системи на орбіту в умовах дії невизначених зовнішніх збурень/ А.В. Гусинін, О.М. Тачиніна // Проблеми інформатизації та управління. - 2013. - В.4(44). - С. 27-35.
22. *Gusynin A.* Algorithm of guaranteed-and-adaptive control of aerostatic vehicle under undetermined external disturbances / A. Gusynin, O. Tachinina //Proceeding soft the National Aviation University. - 2014. - №4(61). - С. 36-44.

References:

1. *Pontrjagin L.S.* Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov / L.S. Pontrjagin, V.G. Boltjanskij, R.V. Gamkrelidze, E.F. Fomenko.– М.: Fizmatgiz, 1961. – 392 s.
2. *Bellman R.* Dinamicheskoe programmirovanie / R. Bellman. – М.: Izd-voinostr. lit., 1969. – 457s.
3. *Gurman V.I.* Priblizhennye metody optimizacii upravlenija letatel'nymi apparatami / V.I. Gurman, V.N. Kvokov, M.Ju. Uhin // Avtomatika i telemekhanika. – 2008. – №4. – S.191-201.
4. *Puhov G.E.* Differencial'nye spektry i modeli / G.E. Puhov. – К.: Naukova Dumka, 1990. – 184 s.
5. *Puhov G.E.* Differencial'nye preobrazovanija i matematicheskoe modelirovanie fizicheskijh processov / G.E. Puhov. – К.: Naukova dumka, 1986. – 160 s.
6. *Uruskij O.S.* Sintez zamknutyh zakonov terminal'nogo upravlenija na osnove differencial'nyh preobrazovanij / O.S. Uruskij, V.L. Baranov // Jelektronnoe modelirovanie. – 1996. – № 3. – S. 38.

7. *Baranov V.L.* Modelirovanie zadach terminal'nogo upravlenija metodom differencial'nyh preobrazovanij / V.L. Baranov, O.S. Uruskij, G.L. Baranov // *Jelektronnoe modelirovanie.* – 1995. – V.17, №2. – S. 12-16.
8. *Zbruts'kyj O.V.* Dyferentsial'ni T-peretvorenna v zadachakh avtomatych-noho keruvannia rukhom lital'nykh aparativ / O.V. Zbruts'kyj, V.P. Gusynin, A.V. Gusynin. – K.: NTUU KPI, 2010. – 176 s.
9. *Baranov V.L.* Spektral'naja model' dvizhenija ajerostaticeskogo leta-tel'nogo apparata / V.L. Baranov, V.P. Gusynin, A.V. Gusynin // *Problemy informatizacii i upravlenija.* – 2004. – №1 – S. 100-107.
10. *Uruskij O.S.* Metod postroenija optimal'nog oupravlenija processom vyvedenija aviacionno-kosmicheskikh sistem na orbitu / O.S. Uruskij // *Kosmichnanauka i tehnologija.* – 1997. – Tom 3, №1,2.
11. *Gusynin V.P.* Syntez alhorytmu optymal'noho keruvannia rukhom aero-statychnoho lital'noho aparatu na etapi zl'otu / V.P. Gusynin, A.V. Gusynin // *Naukovivisti NTUU "KPI".* – 2008. – №3. – S. 87-95.
12. *Gusynin A.V.* Syntez alhorytmu optymal'noho keruvannia rukhom aero-statychnoho lital'noho aparatu na etapi posadky / A.V. Gusynin // *Problemy informatsijnykh tekhnolohij.* – 2013. – №01(13). – S. 53-60.
13. *Gusynin A.V.* Sintez algoritma upravlenija otkloneniem vektora tjagi ajerostaticeskogo letatel'nogo apparata na jetape vzleta / A.V. Gusynin. – *Dis....kand. tehn. nauk: 05.13.03* – K., 2007. – 132 s.
14. *Uruskij O.S.* Mnogokriterial'nyj sintez upravlenija processom vyvedenija aviacionno-kosmicheskikh sistem na orbitu / O.S. Uruskij // *Kosmichnanauka i tehnologija.* – 1997. – T.3, №1,2. – S. 75-77.
15. *Baranov V.L.* Kvazianalogovye mnogokriterial'nye modeli optimizacii dinamicheskikh processov / V.L. Baranov, N.S. Zalogin, O.S. Uruskij, G.L. Baranov, E.Ju. Komarenko // *Jelektronnoe modelirovanie.* – 1966. – T.18, №1. – S. 3-8.
16. *Baranov V.L.* Modelirovanie igrovyh algoritmov terminal'nog oupravlenija dinamicheskimi ob'ektami / V.L. Baranov, O.S. Uruskij, G.L. Baranov, E.Ju. Komarenko // *Jelektronnoe modelirovanie.* – 1996. – V.18, №2. – S. 75-81.
17. *Gusynin V.P.* Chislenno-analiticheskij metod sinteza upravlenija vy-vedeniem mnogorezhimnoj aviacionno-kosmicheskoi sistemy na orbitu / V.P. Gusynin // *Kievskij institut voenno-vozdushnyj sil: sb. nauch.tr.* – K.: KIVPS, 1999. – Vyp.6. – S.32-38.
18. *Gusynin V.P.* Optymizatsiia keruvannia vyvedenniam na orbitu bahatore-zhymnoi aviatsijno-kosmichnoi systemy na osnovi dyferentsial'nykh pere-tvoren' / V.P. Gusynin, O.M. Tachynina, A.V. Gusynin // *Problemy in-formatyzatsii ta upravlinnia.* – 2008. – V.2(24). – S. 32-39.
19. *Gusynin A.V.* Bahatokryterial'na optymizatsiia keruvannia rukhom baha-torezhymnykh lital'nykh aparativ / A.V. Gusynin // *Tekhnolohyia pryboro-stroenyia.* – 2011. – №2. – S. 3-5.
20. *Gusynin V.P.* Model' optimizacii mnogojetapnogo processa upravlenija letatel'nyim apparatom na osnove differencial'nyh preobrazovanij / V.P. Gusynin, A.V. Gusynin // *Tehnologija priborostroenija.* – 2015. – №1.
21. *Gusynin A.V.* Syntez harantovano-adaptyvnoho alhorytmu keruvannia vyvedenniam bahatorezhymnoi aviatsijno-kosmichnoi systemy na orbitu v umovakh dii nevyznachenykh zovnishnykh zburen' / A.V. Gusynin, O.M. Tachynina // *Problemy informatyzatsii ta upravlinnia.* – 2013. – V.4(44). – S. 27-35.
22. *Gusynin A.V.* Algorithm of guaranteed-and-adaptive control of aerostatic vehicle under undetermined external disturbances / A. Gusynin, O. Tachynina // *Proceedings of the National Aviation University.* – 2014. – №4(61). – P. 36-44.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф.Дубко В.О.