УДК 621.863

Фідровська Н.М.
Українська інженерно-педагогічна академія

КОНТАКТНІ НАПРУЖЕННЯ В ЗОНІ ДІЇ КАНАТУ І ГЛАДКОГО БАРАБАНА

Вступ. Задача міцності матеріалу в умовах контактних напружень з часом набуває все більшого значення. Це пояснюється з одного боку значним розповсюдженням видів деталей, міцність яких в значній мірі визначається контактними напруженнями (зубчасті колеса, підшипники, ходові колеса і таке інше), з другого – тим фактом, що сучасні знання законів міцності і матеріалу дозволяють підійти до вирішення цієї проблеми більш обґрунтовано.

Аналіз досліджень. Механіка контактної взаємодії являється актуальною областю деформованого твердого тіла. Її розвиток стимулюється проблемами машинобудування, видобувної та переробної галузей промисловості, але в першу чергу питаннями трибології.

Одним з перших дослідників, кому вдалося отримати загальне рішення контактної задачі, був Г.Герц [1]. Він розглядав контакт двох пружних тіл з криволінійними поверхнями, які навантажені силами, діючими поперечно до площини контакту.

При цьому Г.Герц приймав наступні припущення:

1) тіла абсолютно пружні, ізотропні та однорідні,

2) матеріали обох тіл підкоряються закону Гука,

3) стискуюча сила нормальна до площини контакту,

4) тиск, який розподілений на поверхні дотику, нормальний до цієї поверхні в будь-якій з її точок,

5) лінійні розміри поверхонь дотику дуже незначні в порівнянні з радіусами кривизни контактуючих поверхонь.

Г.Герц показав, що для випадку попереднього дотику в точці об'ємна епюра тиску на поверхні контакту представляє півеліпсоїд. В цьому випадку тиск для кожної точки площини контакту можна визначити по формулі

$$p = p_0\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}\ , \qquad (1)$$

де a і b – півосі еліптичної площини дотику, x і y – координатні точки на площині дотику**,** p_0 **-** максимальний тиск на площині дотику (в центрі),

Н.М.Беляєв [2] значно спрощує це рішення для багатьох технічних задач та приводить його до більш прийнятного вигляду.

При переході від випадку дотику в точці до випадку дотику по лінії еліптична площина контакту переходить до полоси. Навантаження, яке рівномірно розподілене по полосі , має еліптичний закон розподілення по ширині.

Всі сучасні розрахунки контактної взаємодії поверхонь базуються на рішенні Герца.

Таке широке застосування цього рішення пояснюється тим, що більшість циліндричних та конічних поверхонь на невеликій ділянці можуть бути апроксимовані таким чином, що для поверхонь, які стикаються, можна прийняти

$$z_1 = A_1x^2 + B_1xy + C_1y^2 \qquad (2)$$
$$z_2 = A_2x^2 + B_2xy + C_2y^2$$

Таким чином ми приходимо до випадку Герца.

Результати досліджень. Відстань точок поверхонь, які відповідають одним і тим же значенням координат x і y будуть:

$$z_1 + z_2 = \frac{1}{2}(A_1 + A_2)x^2 + \\ + \frac{1}{2}(B_1 + B_2)xy + \frac{1}{2}(C_1 + C_2)y^2 \qquad (3)$$

Можна вибрати таку систему координат, для якої рівняння (3) приймає вигляд:

$$z_1 + z_2 = Ax^2 + By^2 \qquad (4)$$

Коефіцієнти A і B визначають рішенням системи рівнянь

$$\begin{cases} 2(A+B) = K_{11} + K_{12} +_{21} + K_{22} \\ 2(A+B) = (K_{11} - K_{12})\cos 2w_1 + \\ +(K_{21} - K_{22})\cos 2w_2 \\ (K_{11} - K_{12})\sin 2w_1 + \\ +(K_{21} - K_{22})\sin 2w_2 = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

де K_{11}, K_{12} – кривизни головних паралельних перерізів першої поверхні; K_{21}, K_{22} – кривизни головних паралельних перерізів другої поверхні; w_1 - кут між площиною XZ і площиною кривизни K_{11} Z_1; w_2 – кут між площиною XZ і площиною кривизни K_{21} Z.

Якщо через w позначити кут, який утворений площинами Z K_{11} і Z K_{21}, то

$$w_2 = w + w_1 \qquad (6)$$

Тоді невідомий кут w_1 можна визначити з формули

$$tg\, 2w_1 = \frac{-(K_{21} - K_{22})\sin 2w}{K_{11} - K_{21} + (K_{21} - K_{22})\cos 2w}.$$

Дуже часто канатні барабани не профільовані, наприклад барабани для багатошарової навивки, в цьому випадку контакті напруження визначаються з деякими відмінностями.

Для не профільованого барабану кривизни будуть мати наступний вигляд

$$K_{11} = \frac{1}{\infty} = 0; \quad K_{12} = \frac{1}{R};$$

$$K_{21} = \frac{1}{r_k} \quad K_{22} = \frac{1}{R},$$

тоді система (5) прийме вигляд

$$\begin{cases} 2(A+B) = \frac{2}{R} + \frac{1}{r_k} \\ 2(A-B) = \frac{1}{r_k} + \frac{1}{R}\left(\cos 2\gamma_2 - \cos 2\gamma_1\right) \end{cases} \qquad (7)$$

Вирішуючи систему (7) отримуємо

$$A = \frac{1}{2R}\left(1 + \frac{\cos 2\gamma_2}{2} - \frac{\cos 2\gamma_1}{2}\right) + \frac{1}{4r_k}\left(1 + \cos 2\gamma_1\right),$$

$$B = \frac{1}{2R}\left(1 + \frac{\cos 2\gamma_2}{2} - \frac{\cos 2\gamma_1}{2}\right) + \frac{1}{4}\left(1 - \cos 2\gamma_1\right). \qquad (8)$$

Використовуємо рівняння (7) для визначення кутів γ_1 і γ_2. Враховуємо, що кут γ=β, де β - кут девіації [3]

$$tg\gamma_1 = \frac{-\left(r_k - R\right)\sin 2\beta}{\infty - r_k + \left(r_k - R\right)\cos 2\beta} = 0,$$

Тому маємо $\gamma_1=0$, тоді отримаємо $\gamma_2=\beta$.

Коефіцієнти A і B будуть тоді мати вигляд

$$A = \frac{1}{4R}\cos 2\beta + \frac{1}{2r_k},$$

$$B = \frac{1}{4R}\cos 2\beta$$

Тоді рівняння (3) приймає вигляд

$$Z_1 + Z_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}\cos 2\beta + \frac{1}{r_k}\right)$$

$$X^2 + \frac{1}{4R}\cos 2\beta\ Y^2, \qquad (9)$$

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{1}{4R}\cos 2\beta\left(X^2 + \frac{1}{2}Y^2\right) \\ Z_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_k} + \frac{1}{2R}\cos 2\beta\right)X^2 + \frac{1}{8R}\cos 2\beta Y^2 \end{cases}, \qquad (10)$$

Переміщення точок по осі z буде визначатися

$$w_1 = w_2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{R}\cos 2\beta + \frac{1}{r_k}\right)X^2 + \frac{1}{8R}\cos 2\beta Y^2. \qquad (11)$$

Висновки. Отримані рівняння для контактуючих поверхонь каната і барабана і прогину в точці контакту дають змогу визначити контактні напруження барабана.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. *Hertz H. Uber die Beruhrung fester elastischer Körper, Journ. fur reine und angewandte Math., Bd.92, 1882. Gesammelte Werke. Bd 1, Leipzig 1895.*
2. *Беляев Н.М. Вычисление наибольших расчетных напряжений при сжатии соприкасающихся тел / Н.М.Беляев // Сб. ЛИИПС, вып.102,1929.*
3. *Фидровская Н.Н. Влияние контактной задачи при навивке каната на барабан.- Харків: Збірник наукових праць УДАЗТ, 2006.-Вип.73.-с.152-158*