

Рис. 3. Креслення робочої камери розчинонасоса із позначенням порожнин (суцільнолитий поршень)

Шкідливі об'єми конструкцій:

$$V_{шк1} = V_{рк} + V_{п1} = 366,62 + 441,72 = 808,34 \quad (4)$$

$$V_{шк2} = V_{рк} + V_{п2} = 366,62 + 197,04 = 563,6 \quad (5)$$

Подача розчинонасоса за один такт складе:

$$V_{под} = \pi \cdot r_{п}^2 \cdot h = 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 0,06 \cdot 1 \cdot 10^6 = 471 \text{ мл}, \quad (6)$$

де $r_{п}$ – радіус поршня; h – хід поршня.

Отже, порівнюючи дані конструкції, видно, що у випадку суцільнолитого поршня величина шкідливого об'єму на 30% менша, ніж для збірного поршня, що позитивно відобразиться на зменшенні втрат розчину, пов'язаних із його розширенням та збільшить всмоктувальну здатність розчинонасоса.

Висновки. Проведений аналіз дозволяє зробити висновок про те, що для під-

вищення об'ємного ККД поршневих розчинонасосів необхідно максимально зменшувати «шкідливий» об'єм усмоктувальної робочої камери, до раціонального рівня знижувати площу перетину нижньої частини цієї камери й висоту підйому кульки над гніздом клапана, по можливості збільшувати робочий об'єм поршня й зменшувати гідравлічні місцеві опори на шляху руху розчинної суміші від бункера до всмоктувального клапана, підпружинювати нагнітальний клапан. Як показують проведені дослідження, виконання перерахованих рекомендацій дозволяє довести величину об'ємного ККД поршневих розчинонасосів до рівня 85...95%.

ЛІТЕРАТУРА

1. Башта Т.М. Объемные гидравлические приводы / Т.М. Башта, И.З. Зайченко. – М.: Машиностроение, 1968. – 628 с.
2. Бобровский С.А. Гидравлика, насосы и компрессоры / С.А. Бобровский, С.М. Соколовский. – М.: Недра, 1972. – 296 с.
3. Головкин А.В. Расчёт утечек через клапаны в дифференциальном растворонасосе с качающейся колонкой. Механизация строительства, 1998, №8, с.19.
4. Кукоба А.Т., Васильев А.В. Дослідження об'ємного ККД гідроприводного розчинонасоса. /Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) / Полт. держ. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка / Редкол.:О.Г. Онищенко (від. ред.) та інші. - Вип.5. - Полтава: ПДТУ, 2000. - с.19.
5. Кукоба А.Т., Коробко Б.О., Васильев А.В. Изменение объёма растворной смеси при перекачивании растворонасосом / Механизация строительства. - 2000. - №3.-с.26.

УДК 625.731.08

Шатохин В.М., Гранько Б.Ф., Соболев В.Н.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ РОТОРНОГО ГРУНТОМЕТАТЕЛЯ ПРИ УЧЕТЕ СЛУЧАЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТИЦ ГРУНТА

Постановка проблемы. Моделирование процессов, связанных с удаленным перемещением сыпучих материалов, охватывает широкий спектр инженерно-технологических задач. Устройства для тран-

спортирования указанных материалов нашли применение при репланировании рельефа в строительстве, борьбе с эрозией почвы, гашении (или остановке) низовых лесных пожаров при отсутствии воды, су-

шке зерна и т.д. Реализация такой технологии требует создания машин с соответствующими устройствами [1-3]. Рядом достоинств обладают роторные грунтометатели, которые грунт выбрасывают с помощью лопаток, расположенных на вращающемся роторе. Технологические характеристики устройств существенно зависят от геометрической формы лопаток, их положения на роторе, размеров и кинематических характеристик вращения самого ротора и т.д. Эти обстоятельства требуют разработки методов выбора рациональных параметров грунтометателей.

Анализ основных исследований и публикаций. В статье [4] исследовано влияние параметров схода частиц грунта с лопатки и коэффициента сопротивления воздуха (сила сопротивления принималась линейно зависящей от скорости) на траектории частиц, а, следовательно, и эффективность грунтометателя. Ограниченность этой простой модели обусловлена сложностью выбора указанного коэффициента. Кроме того такая модель не позволяет учесть случайный характер параметров частиц грунта (формы, размеров, массы и т.д.), от которых существенно зависит их движение. В работе [5] предложена нелинейная модель движения частиц грунта в воздухе, представлены некоторые результаты расчетов дальности выбрасывания частиц грунта. Перспективными представляются исследования по дальнейшему изучению влияния важнейших параметров устройств на их технологические характеристики.

Постановка задачи. Разработать методы расчетов параметров лопаточного грунтометателя: построить математическую модель движения частиц грунта по вращающейся шероховатой лопатке; создать нелинейную модель движения частиц грунта в воздухе, учитывающую влияние их случайных параметров; исследовать влияние основных конструктивных параметров лопатки и ротора на параметры схода частиц грунта с лопатки; изучить влияние последних и собственных параметров частиц на траектории движения и дальность выбрасывания.

Результаты исследований. На рис. 1 показана схема грунтометателя: 1 – ступица; 2 – кольцо; 3 – спица; 4 – прямолинейная лопатка. Предполагается, что метатель вращается с угловой скоростью ω против хода часовых стрелок. Плоскость рабочей лопатки отклонена от радиуса на угол α , (положительное направление отсчета – против хода часовых стрелок). Радиусы R_1 и R_2 представляют собой соответственно радиусы окружностей, проходящих через заднюю и переднюю кромки лопатки; h – длина лопатки.

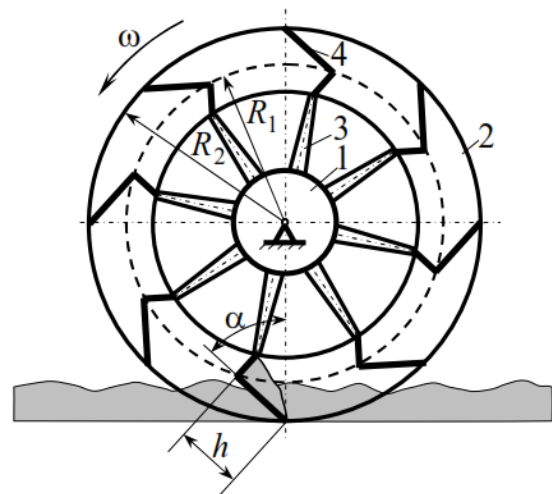


Рис. 1. Схема грунтометательного механизма

Параметры связаны соотношением:

$$R_1 = \sqrt{h^2 + R_2^2 - 2hR_2 \cos \alpha}. \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение движения частицы грунта по лопатке.

Анализ движения частиц (фрагментов) грунта по лопатке необходим для дальнейшего построения их траекторий, после соскальзывания с лопатки, и определения дальности выбрасывания. Следует, в частности, располагать абсолютной скоростью частицы грунта в момент схода с лопатки, углом, образованным указанной скоростью с горизонтом, высотой схода над уровнем почвы. Соответствующая схема показана на рис. 2.

Анализ движения частицы грунта по отношению к лопатке целесообразно осуществлять в неинерциальной вращающейся системе координат Oxy , связанной с лопаткой. Положение лопатки

определяется углом φ , который отсчитывается от наинизшего положения передней кромки лопатки (вертикальные линии на рис. 1, 2 соответствуют $\varphi = 0$). При равномерном вращении грунтометателя $\varphi = \omega t$.

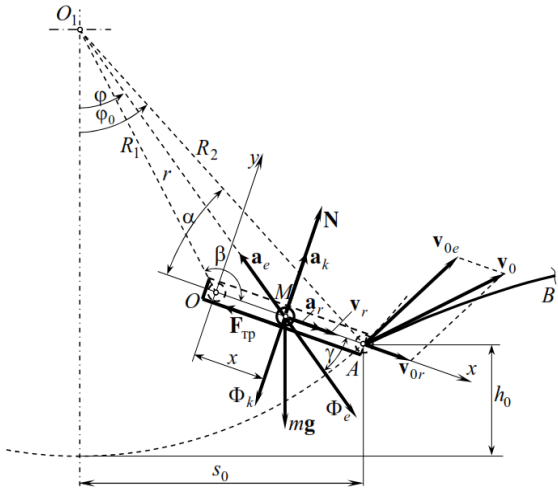


Рис.2. Схема для исследования движения частиц грунта по лопатке

Положение частицы грунта на лопатке определяется координатой x . За начало отсчета времени $t = 0$ примем момент времени, соответствующий углу поворота лопатки $\varphi = 0$. Тогда для частицы, координата которой x в этот момент времени равняется x_0 , начальные условия движения оказываются следующими:

$$\text{при } t = 0 \quad x = x_0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0 = 0. \quad (2)$$

В векторной форме дифференциальное уравнение относительного движения частицы грунта будет иметь вид [6]

$$m\mathbf{a}_r = m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_{\text{тр}} + \mathbf{\Phi}_e + \mathbf{\Phi}_k, \quad (3)$$

где \mathbf{a}_r – относительное ускорение; $m\mathbf{g}$ – сила тяжести (m – масса частицы; \mathbf{g} – ускорение свободного падения); \mathbf{N} – нормальная составляющая реакции связи (лопатки); $\mathbf{F}_{\text{тр}}$ – сила трения; $\mathbf{\Phi}_e = -m\mathbf{a}_e$ – переносная сила инерции; \mathbf{a}_e – переносное ускорение, которое в рассматриваемом случае равномерного вращения совпадает с переносным осеостремительным \mathbf{a}_e^ω (или нормальным \mathbf{a}_{e_n}) ускорением; $\mathbf{\Phi}_k = -m\mathbf{a}_k$ – кориолисова сила инерции; $\mathbf{a}_k = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r$ – кориолисово ускорение; $\boldsymbol{\omega}$ – вектор

угловой скорости (на рис. 2 не показан; для принятого направления вращения перпендикулярен плоскости рисунка и направлен на читателя); \mathbf{v}_r – вектор относительной скорости.

Для модуля переносной силы инерции имеем

$$\Phi_e = ma_{e_n} = m\omega^2 r, \quad (4)$$

а для модуля кориолисовой силы инерции соответственно

$$\Phi_k = ma_k = m \cdot 2\omega v_{r_x} = 2m\omega \dot{x}, \quad (5)$$

где $v_{r_x} = \dot{x}$ – относительная скорость частицы.

Проецируя (3) на ось Oy , получим уравнение для определения N . Тогда модуль силы трения

$$F_{\text{тр}} = Nf = [mg \sin(\omega t + \alpha) + \Phi_e \sin \gamma + \Phi_k]f, \quad (6)$$

где f – коэффициент трения;

$$\sin \gamma = \frac{R_1}{r} \sin \beta, \quad \beta = \pi - \arcsin\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \sin \alpha.$$

Проецируя теперь векторное дифференциальное уравнение (3) на ось Ox , получим необходимое дифференциальное уравнение движения

$$m\ddot{x} = mg \cos(\omega t + \alpha) + \Phi_e \cos \gamma - F_{\text{тр}},$$

$$\text{где } \cos \gamma = \frac{x - R_1 \cos \beta}{r}.$$

После несложных преобразований, с использованием принятых обозначений, уравнение приобретает вид

$$\ddot{x} + 2\omega f \dot{x} - \omega^2 x = H_0 + H \sin(\omega t + \psi), \quad (7)$$

где $H_0 = -\omega^2 R_1 (\cos \beta + f \sin \beta)$; $\psi = \alpha + \delta$;

$$H = g \sqrt{1 + f^2}; \quad \delta = \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + f^2}}.$$

Это линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. В окончательной форме это уравнение не содержит массы частицы m , что обусловлено принятой моделью сил трения в форме закона Кулона (6).

Общее решение дифференциального уравнения (7) имеет следующий вид:

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A_0 + A \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (8)$$

где $A_0 = -\frac{H_0}{\omega^2}$; $A = \frac{H}{2\omega^2\sqrt{1+f^2}}$; $\varepsilon = \psi - \xi$;

$$\xi = \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}.$$

Тогда проекция относительной скорости на ось x

$$x = C_1\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + C_2\lambda_2 e^{\lambda_2 t} + A\omega \cos(\omega t + \varepsilon). \quad (9)$$

Уравнения для нахождения C_1, C_2 строятся с помощью выражений (8), (9) и начальных условий (2):

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_2 &= x_0 - A_0 - A \sin \varepsilon, \\ C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2 &= \dot{x}_0 - A \cos \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

После нахождения постоянных интегрирования из (10), формулы (8) и (9) позволяют определить положение частицы грунта и ее относительную скорость в любой момент времени, если только частица находится на лопатке. Время схода τ частицы с лопатки на основании (8) должно определяться из уравнения

$$C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A_0 + A \sin(\omega t + \varepsilon) = h. \quad (11)$$

После определения τ , несложно получить начальные условия движения частицы грунта в воздухе. Полагая, что угол φ в момент схода частицы с лопатки равен φ_0 (см. рис.2), имеем последовательно:

$$\varphi_0 = \omega\tau; \quad s_0 = R_2 \sin \varphi_0; \quad h_0 = R_2(1 - \cos \varphi_0), \quad (12)$$

где s_0, h_0 – декартовы координаты точки схода частицы.

Модуль относительной скорости в момент схода частицы с лопатки на основании формулы (9)

$$v_{0r} = C_1\lambda_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2\lambda_2 e^{\lambda_2 \tau} + A\omega \cos(\omega\tau + \varepsilon). \quad (13)$$

Проекции скорости на горизонтальную и вертикальную оси (на рис. 2 не показаны; см. ниже рис. 3):

$$\left. \begin{aligned} v_{0r_x} &= v_{0r} \sin(\varphi_0 + \alpha); \\ v_{0r_y} &= -v_{0r} \cos(\varphi_0 + \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Для переносной скорости частицы и ее проекций справедливы формулы

$$v_{0e} = \omega R_2; \quad v_{0e_x} = v_{0e} \cos \varphi_0; \quad v_{0e_y} = v_{0e} \sin \varphi_0. \quad (15)$$

Тогда для проекций абсолютной скорости и ее модуля имеем:

$$\left. \begin{aligned} v_{0_x} &= v_{0r_x} + v_{0e_x}; \quad v_{0_y} = v_{0r_y} + v_{0e_y}; \\ v_0 &= \sqrt{v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Угол, образуемый вектором скорости v_0 с горизонтом (см. ниже рис. 3)

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{v_{0_y}}{v_0}. \quad (17)$$

Дифференциальные уравнения движения частицы грунта в воздухе. На рис. 3 показана траектория движения частицы грунта, после соскальзывания с лопатки грунтотетателя. Частица рассматривается как материальная точка M , движущаяся в вертикальной плоскости Oxy под действием силы тяжести mg и силы сопротивления воздуха [7]

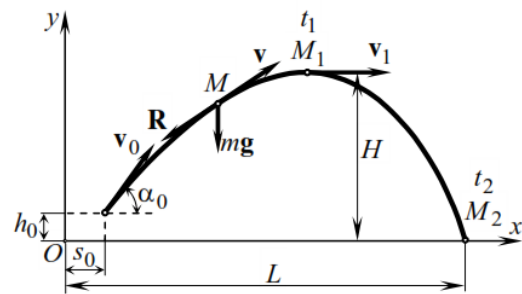


Рис.3. Траектория движения частицы грунта

$$\mathbf{R} = -\frac{1}{2} k \rho S v^2 \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad (18)$$

где k – коэффициент аэродинамического сопротивления; ρ – плотность воздуха (при 20°C – $\rho = 1,2041 \text{ кг/м}^3$); S – площадь поперечного сечения; \mathbf{v}, v – соответственно вектор и модуль скорости.

Таким образом, сила сопротивления направлена против скорости и пропорциональна квадрату ее модуля [5].

На рисунке L, H – дальность и наибольшая высота подъема частицы, которые достигаются соответственно в моменты времени t_1 и t_2).

Воспользуемся векторным дифференциальным уравнением движения

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{R}. \quad (19)$$

Обозначим текущее значение угла, образуемого скоростью \mathbf{v} с осью x , через α , тогда

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}; \quad \sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}. \quad (20)$$

Теперь, после проецирования (19) на координатные оси x и y , получим с учетом

(20) систему дифференциальных уравнений движения частицы М:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{1}{2} \frac{k\rho S}{m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{x}; \\ \dot{y} &= -g - \frac{1}{2} \frac{k\rho S}{m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{y}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где x, y – проекции ускорения точки на координатные оси x и y .

Таким образом, исследование движения частицы грунта сводится к численному интегрированию системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка (21) со следующими начальными условиями:

$$\text{при } t = 0 \quad x = x_0 = s_0, \quad y = y_0 = h_0,$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha_0, \quad \dot{y} = \dot{y}_0 = v_0 \sin \alpha_0. \quad (22)$$

Современные математические пакеты, в частности MathCAD [8], позволяют представить результаты численного интегрирования с помощью интерполяции в форме функций, которые можно аналитически дифференцировать, как и традиционные функции. В данной работе расчеты выполнялись с применением кубической сплайн-интерполяции.

Учет случайных параметров частиц грунта. Рассматриваемая задача имеет существенно стохастический характер, обусловленный тем, что размеры частиц, их масса, коэффициент аэродинамического сопротивления и т.д. – случайные величины. Разработанная математическая модель движения при наличии опытных стохастических данных по параметрам частиц грунта позволяет производить исследование с учетом их случайности.

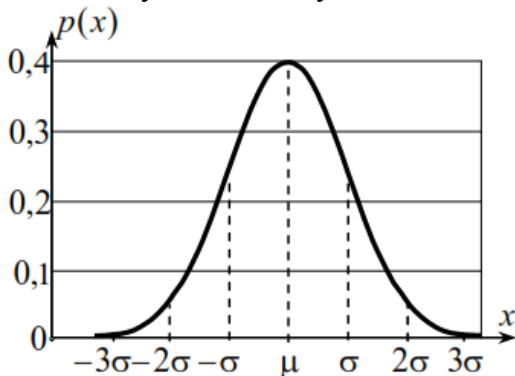


Рис.4. Плотность вероятности нормального распределения

Не нарушая общности, будем полагать, что для случайных параметров плотности вероятностей имеют нормальное распределение [9] (рис. 4)

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (23)$$

где μ – математическое ожидание; σ – среднеквадратическое отклонение.

В рассматриваемой задаче центральная предельная теорема может служить убедительным аргументом в пользу такого выбора.

Последовательность действий при учете влияния случайного характера параметров частиц грунта на дальность их выбрасывания рассмотрим на примере случайного коэффициента аэродинамического сопротивления k . Задаемся математическим ожиданием μ_k и среднеквадратическим отклонением σ_k для k ; формируем вектор N_k независимых случайных чисел, каждое из которых имеет нормальное распределение (в MathCAD удобно использовать для этих целей функцию **rnorm** (N, μ, σ)). Далее по разработанной математической модели осуществляем N_k расчетов дальности полета частиц грунта. Для удобства анализа полученных результатов целесообразно построить гистограмму дальности вылета частиц грунта. В среде MathCAD наиболее удобным средством для этих целей является функция **hist(intvls, x)**.

Расчетные исследования движения частиц грунта. С помощью разработанных моделей исследовано влияние основных конструктивных параметров лопасти и ротора f, α, ω, h на параметры схода частицы грунта с лопасти $v_0, \alpha_0, \tau, \varphi_0$, важнейшими из которых являются абсолютная скорость и угол схода. Именно они определяют характер движения частицы грунта в воздухе, от чего, в конечном счете, зависит эффективность использования грунтометателя. Ниже представлены некоторые результаты расчетов для опытного образца грунтометателя со следующими исходными параметрами: $R_2 = 0,632\text{ м}; h = 0,2\text{ м}; \alpha = 45^\circ; f = 0,1;$

$n = 222 \text{ мин}^{-1}$ ($\omega = \frac{n\pi}{30} = 23,25 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$) – частота вращения ротора; $x_0 = 0$; $\dot{x}_0 = 0$.

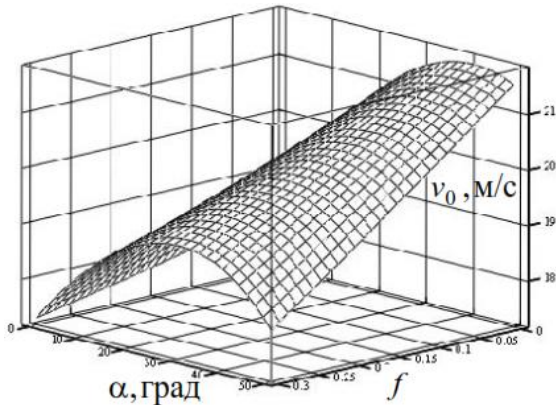


Рис.5. Поверхность $v_0 = v_0(\alpha, f)$

Поверхность на рис. 5 указывает на возможность рационального выбора угла наклона лопатки, так как зависимость абсолютной скорости схода частицы грунта от указанного угла не является монотонной. Максимального значения скорость достигает при угле α близком к 40° . Из графиков на рис. 6 следует, что изменение частоты вращения ротора в широких пределах практически не влияет на угол схода частицы и соответствующий угол поворота ротора. Стабильность этих показателей важна с технологической точки зрения.

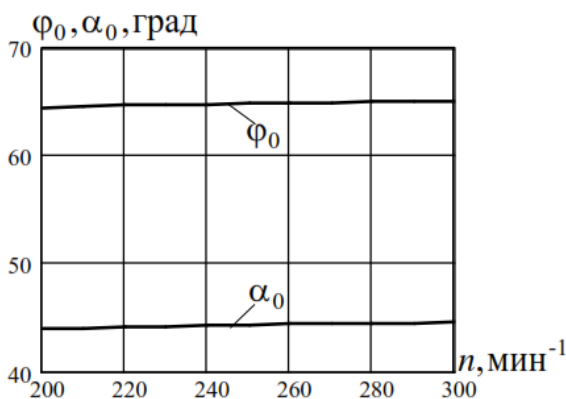


Рис.6. Зависимости $\alpha_0 = \alpha_0(n)$; $\phi_0 = \phi_0(n)$

Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что угол наклона лопатки – эффективное конструктивное средство настройки грунтometателя на

изменение свойств грунта, которые характеризуются, в частности, коэффициентом трения f .

Приведем теперь некоторые результаты исследований движения частиц грунта в воздухе в том числе и с учетом случайного характера их параметров. Имитационное моделирование проводилось для частиц сферической формы. Отметим, аэродинамический коэффициент сопротивления к существенно зависит от формы тела; пределы его изменения [7]: $k = 0,04$ – обтекаемое тело (капля); $k \approx 1$ – пластинка, плоскость которой перпендикулярна скорости движения. У сферического тела $k = 0,47$. Площадь его поперечного $S = \pi r^2, \text{ м}^2$; масса $m = \gamma \frac{4}{3} \pi r^3, \text{ кг}$. Здесь r – радиус сферы; γ – плотность грунта (плотность песчаных и глинистых грунтов $\gamma = 1600 \div 2100 \text{ кг/м}^3$). В расчетах принималось $\gamma = 2000 \text{ кг/м}^3$.

На рис. 7 показаны траектории движения частиц при изменении скорости схода v_0 с лопатки с 6 м/с до 30 м/с ($r = 0,01 \text{ м}$; $\alpha_0 = 45^\circ$; $k = 0,47$; значение скорости в м/с указано над каждой кривой).

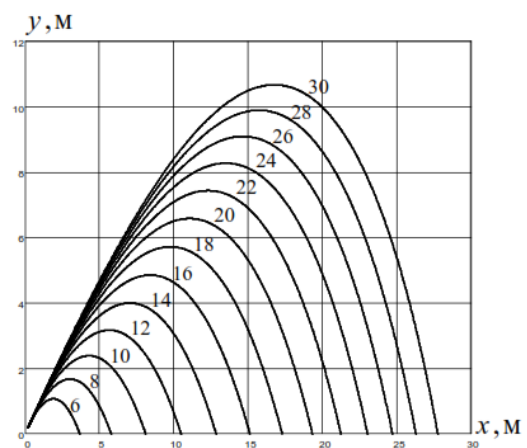


Рис.7. Траектория движения частиц грунта в зависимости от v_0

При проведении стохастических расчетов наибольший практический интерес представляют расчеты, учитывающие случайный характер коэффициента аэродинамического сопротивления. На рис. 8 представлены результаты расчетов для частиц

с $r = 0,01\text{м}$, $\alpha_0 = 45^\circ$ и $v_0 = 30\text{м/с}$. Для математического ожидания и среднеквадратического отклонения брались значения соответственно $\mu_k = 0,47$ (сферическая форма частицы), $\sigma_k = 0,14$. При таком σ_k «перекрывается» практически весь диапазон возможных значений коэффициента аэродинамического сопротивления (тело обтекаемой формы – пластинка, плоскость которой перпендикулярна направлению движения).

Расчеты проведены по изложенной выше методике: рассчитывались дальности вылета частиц и строилась гистограмма с равными интервалами (рис. 8) – график, аппроксимирующий по случайным данным плотность их распределения (f_k – доля попаданий в каждый сегмент).

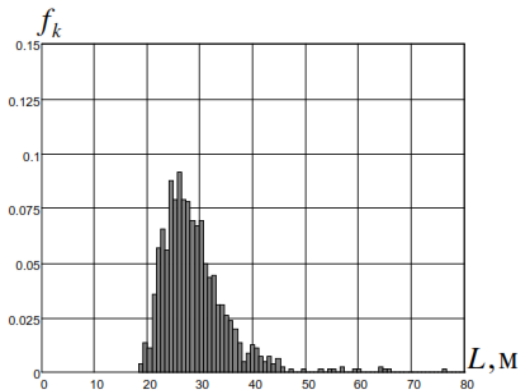


Рис.8. Гистограмма дальности вылета частиц грунта ($\mu_k=0,47$)

Выборочное среднее значение μ_L для дальности полета оказывается равным 29,3м, а среднеквадратическое (стандартное) отклонение σ_L – 6,72 м.

Выводы.

1. Предложены методы расчетов параметров роторного грунтометательного механизма.
2. Построена математическая модель движения частиц грунта по отношению к вращающейся шероховатой лопатке.
3. Создана нелинейная модель для исследования движения частиц грунта в воздухе.
4. Исследовано влияние основных конструктивных параметров грунтометателя на параметры схода частиц грунта с лопатки.
5. Предложен метод исследования влияния случайных параметров частиц

грунта с произвольным распределением плотности вероятности на дальность выбрасывания.

6. Приведены результаты расчётов траекторий движения и дальности вылета частиц грунта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Семків О.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового грунтометального механізму / О.М. Семків, В.М. Шатохін // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Випуск 87. – К.: КНУБА, 2011. – С. 303-312.
2. Найдыш В.М. Обоснование параметров и разработка машины для насыпки противозерозионных валов на склонах / В.М. Найдыш, Е.Н. Нагорный, Н.С. Левчук, А.И. Караев // Механизация и электрификация сельхоз производства. – 1989. – №4. – С. 7-12.
3. Найдыш В.М. Геометрическое моделирование поверхностей рабочих органов плуга-метателя / В.М. Найдыш, Е.Н. Нагорный, А.И. Караев // Тезисы докладов Всесоюзной н/т конференции по современным проблемам земледельческой механики / МИМСХ. – М., 1989. – С. 50-51.
4. Семків О.М. Дослідження траєкторії руху частки ґрунту після її вильоту з робочої поверхні лопатки роторного грунтометальника / О.М. Семків, А.М. Попова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 4. – Т. 54. – С. 126-134.
5. Шатохин В.М. Исследование движения частиц грунта со случайными параметрами, выбрасываемых роторным грунтометателем / В.М. Шатохин, Н.В. Шатохина, А.М. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 383-390.
6. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики. В 2-х томах. т. II. Динамика / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. – М.: Наука, 1983. – 640 с.
7. Стрелков С.П. Механика / С.П. Стрелков – М.: Госуд. изд-во технико-теоретической литературы, 1956. – 456 с.
8. Кирьянов Д.В. Mathcad 13 / Д.В. Кирьянов – СПб.: ВХВ-Петербург, 2006. – 608 с.
9. Гихман И.И. Введение в теорию случайных процессов / И.И. Гихман, А.Д. Скороход – М.: Наука, 1965. – 656 с.