

5. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. Изд. 2-е, перераб. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 301 с.
6. Гордеев В.Н. Квартернионы и трехмерная геометрия. – К., 2012. – 60 с.
7. Babaev V., Shmukler V., Bugayevskiy S., Nikulin V. Cast Reinforced Concrete Frame of Buildings and Methods of Its Erection. Journal of Civil Engineering and Construction. V. 5. No. 2. 2016, pp. 143-156.
8. Річард Галлагер / Метод конечных элементов. Основы / Річард Галлагер; [пер. с английского В.М. Картвелишвили]. – М.: Мир, 1984. – 423 с.
9. Программный комплекс Лира. Учебное пособие / Д.А. Городецкий, М.С. Барабаш и др., под ред. академика РААСН Городецкого А.С. – К.– М: Электронное издание, 2013. – 376 с.

УДК 539.374

**Семененко Н.В.**

*Харьковский национальный университет строительства и архитектуры*

**РАСЧЁТ КОМБИНИРОВАННОЙ ТОРОВОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ВНУТРЕННЕМ ДАВЛЕНИИ**

В практике машиностроения широкое применение находят конструкции в виде торовых оболочек (баки, баллоны высокого давления, защитные и рабочие камеры термоядерных установок и т.д.), сопряженных с упругими элементами в виде стержней, пластинок и оболочек. Для таких комбинированных конструкций, основными исходными данными при определении напряженно-деформированного состояния являются давление надува, силы реакций соседних элементов, постоянное внутреннее или внешнее давление, изменяющаяся нагрузка вдоль меридиана.

В связи с этим задача определения напряженно-деформированного состояния торовой оболочки, взаимодействующей со стержнями, является актуальной, имеет практическое значение и ставится как контактная задача.

При решении этой контактной задачи в работе используется подход, основанный на расчленении расчётной схемы: при этом подкрепляющий стержень отделяется от оболочки, а их взаимодействие описывается контактными силами, которые затем определяются с помощью условий неразрывности соответствующих перемещений торовой оболочки и подкрепляющего элемента.

Для решения поставленной задачи разработана методика аналитического определения осесимметрического напряженно-деформированного состояния гладкой торовой оболочки при действии на неё внутреннего постоянного давления (рис 1), погонных радиальных осевых сил и моментов, приложенных в произвольных точках меридиана (рис. 2).

Нагрузка давлением надува является исключительной при описании нарыженного состояния по безмоментной теории. Однако осевое перемещение и угол поворота нормали сечения оболочки определяется не корректно. Поэтому используется подход, разработанный ранее в работе (1). Описанная методика в работе (1) применима в широком диапазоне изменения физико-геометрических параметров.

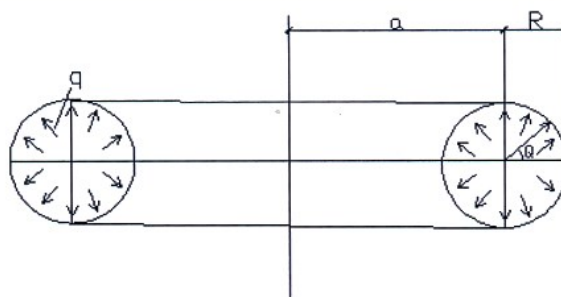


Рис. 1. Осесимметрическое напряженно-деформированное состояние гладкой торовой оболочки при действии на неё внутреннего постоянного давления

Согласно сказанному имеем

$$N_1 = \frac{aR}{2} \frac{2k + \cos\theta}{R + \cos\theta}, \quad N_2 = \frac{q \cdot R}{2}$$

$$U = \frac{q \cdot R}{2E\delta} [k(1 - 2\mu) + (1 - \mu)\cos\theta]$$

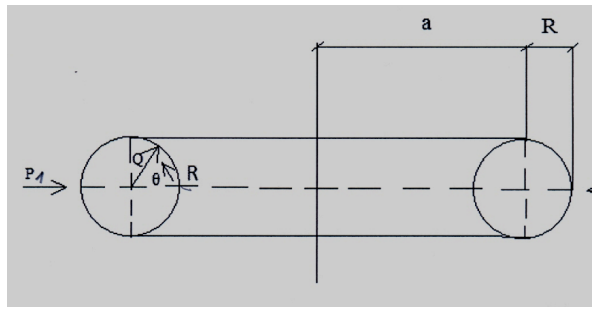


Рис. 2. Погонные радиальные осевые силы и моменты, приложенные в произвольных точках меридиана

$$W = \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) a_1 + a_2 * \sin\theta +$$

$$+ (a_3 - a_4 C_1) \operatorname{arctg} \frac{1 + 2k \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}}{\sqrt{4k^2 - 1}}$$

$$- \left( a_5 \operatorname{arcsin} \frac{1 - a_6 * \cos\theta}{a_6 + \cos\theta} -$$

$$- a_7 * \operatorname{arcsin} \frac{1 + 2k * \cos\theta}{2k + \cos\theta} \right) C_1 + C_2$$

где  $k = a/R$ ;  $H = E\delta/qR$ ;  $a_1 = \frac{kd(1 + \mu)}{4H^2}$

$d = 2H + 1 - \mu$ ;  $R$ -радиус меридиана торовой оболочки,  $E$  - модуль продольной упругости,  $\mu$  - коэффициент Пуассона,  $\delta$  - толщина оболочки,  $q$  - внутреннее постоянное давление вдоль меридиана оболочки/

$$a_2 = 1 - \frac{d^2}{H^2}, \quad a_3 = \frac{k^2 * (d-1) * (d+\mu)}{2H \sqrt{4k^2 + 1}}$$

$$a_4 = \frac{2}{\sqrt{4k^2 + 1}}, \quad a_5 = \frac{1 + \mu}{d + \mu} * \frac{1}{\sqrt{a_6^2 - 1}}$$

$$a_6 = k \left( 1 - \frac{\mu}{d} \right), \quad a_7 = \frac{1 + \mu}{d + \mu} * \frac{1}{\sqrt{4k^2 - 1}}$$

$$C_1 = \frac{2a_1 + a_3}{a_5 + 2(a_5 - a_7)}$$

$$C_2 = \frac{a_1 * a_4 - (a_5 - a_7) * a_3}{a_4 + 2(a_5 - a_7)} * \operatorname{arcsin} \frac{1}{2k}$$

Угол поворота нормали сечения оболочки определяется по известной зависимости [2].

$$\vartheta = \frac{1}{R} * \left( \frac{dW}{dQ} - \frac{dU}{dQ} \right),$$

где  $W, U$  - осевое и радиальное перемещение соответственно.

Расчёт круговой торовой оболочки на осесимметричную погонную радиальную нагрузку

$$k = \frac{a}{R}, \quad R_1 = R, \quad R_2 = \frac{R * (k + \cos Q)}{\cos Q}$$

При решении этой задачи (рис. 2) можно воспользоваться упрощённым уравнением краевого эффекта и для получения решений [3].

$$\frac{d^4 U}{dQ^4} + 4\beta_1^4 U = 0$$

где  $U$  - угол поворота сечения оболочки,

$$\beta_1 = \sqrt[4]{\frac{3(1 - \mu^2) * R^2}{(k + 1) * \delta^2}}$$

в этом случае постоянные интегрирования определяются из условий:

$$Q_1 = \frac{P}{2}$$

при  $\theta = 0, v = 0$

Тогда для усилий и деформаций получим формулы

$$N_1 = -\frac{P}{2} * e^{-\beta\theta} \cos\beta\theta * \operatorname{tg}\theta$$

$$N_2 = -P * \frac{(R + \cos\theta)}{\cos\theta} * \beta e^{-\beta\theta} * (\sin\beta\theta + \cos\beta\theta)$$

$$Q_1 = -\frac{P}{2} * e^{-\beta\theta} \cos\beta\theta$$

$$M_1 = \frac{PR}{4\beta} * e^{-\beta\theta} * (\cos\beta\theta - \sin\beta\theta)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{P}{2E\delta} * \frac{(k + \cos\theta)}{\cos\theta} * \beta * e^{-\beta\theta} * (\sin\beta\theta + \cos\beta\theta)$$

$$U = v = \frac{PR^2}{4D\beta^2} * \sin\beta\theta$$

$$u = \varepsilon_2 * r = \frac{PR}{2E\delta} * \frac{(k + \cos Q)^2}{\cos Q} * \beta * e^{-\beta\theta} (\sin\beta\theta + \cos\beta\theta)$$

где  $N_1, N_2$  - внутренние усилия в меридиальном и окружном направлении, соответственно,  $Q_1$  - поперечная сила в меридиальном направлении;  $M_1$  - изгибающий момент в меридиальном направлении;  $\varepsilon_2$  - деформации в окружном направлении;  $u$  - радиальное перемещение.

Теория краевого эффекта торовой оболочки может быть использована для определения усилия взаимодействия между подкрепляющим элементом (шпангоутом) на экваторе и стенкой бака, который находится под давлением надува  $q$  (рис 3).

Под действием внутреннего давления радиус торовой оболочки на экваторе увеличивается на:

$$\Delta_1 = \frac{qR^2}{2E\delta} [(k+1)(1-\mu) - \mu k]$$

В результате этого перемещения в стыке между шпангоутом и стенкой бака возникает сила взаимодействия  $P$ . Уменьшение радиуса бака от действия сил  $P$  будет

$$\Delta_2 = -\frac{PR}{2E\delta} (k+1)\beta$$

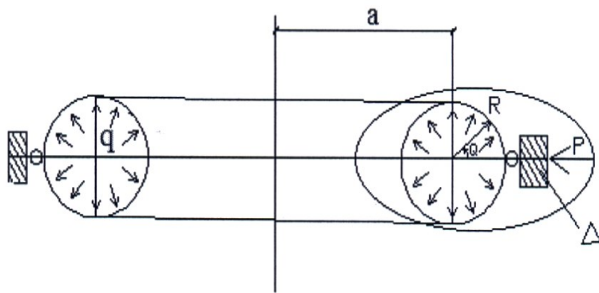


Рис. 3. К определению усилия взаимодействия между подкрепляющим элементом (шпангоутом) на экваторе и стенкой бака

Увеличивая радиус  $a$  шпангоута под действием силы  $P$  таково:

$$\Delta_3 = \frac{PR^2 * (k+1)^2}{EF}$$

где  $F$ -площадь шпангоута.

Составим уравнение неразрывности перемещений торовой оболочки и шпангоута по внешнему экватору.

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta_3$$

Из этого уравнения определяем силу взаимодействия  $P$

$$qR^2 [(k+1)(1-\mu) - \mu k] = PR(k+1)^2\beta + \frac{2PR^2}{F}\delta(k+1)^2$$

$$P_1 = \frac{q[(k+1) * (1-\mu) - \mu k]}{2 * (k+1)^2 * \left(\frac{\beta_1}{2R} + \frac{\delta}{F_1}\right)}$$

Возникающие радиальные силы, в ре-

зультате взаимодействия торовой оболочки и внутреннего экваториального шпангоута определены по той же процедуре, как для  $P_1$ .

$$P_2 = \frac{q[(k-1) * (1+\mu) + \mu k]}{2 * (k-1)^2 * \left(\frac{\beta_2}{2R} + \frac{\delta}{F_2}\right)}$$

где  $F_2$  – площадь шпангоута;

$\beta_2 = \sqrt{\frac{3(1-\mu^2) * R^2}{(k-1) * \delta^2}}$  Полученные результаты отображают аналитическое исследование осесимметричного напряженно-деформированного состояния (НДС) комбинированной системы, представленной в виде круговой торовой оболочки под действием постоянного давления, опоясанной по внешнему экватору шпангоутом.

Разработанная методика получения аналитического решения для осевых перемещений торовой оболочки при постоянном давлении [1], позволила определить напряженно-деформированное состояние при действии погонных радиальных сил. Полученные результаты дают возможность оценить влияние подкрепляющих элементов на этапе предварительного проектирования.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Семененко Н.В. Использование геометрической нелинейности для расчета торовой оболочки. Деп. в ВНИИС Госстроя СССР N2400-84 Р.ХС. Строительство и архитектура. – Серия 1. – вып.1. - М., 1984.
2. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. М., Машиностроение, 1977.
3. Черных К.Ф. Линейная теория оболочек. Изд-во Ленинградского ун-та, 1964.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Д.Ж. Теория упругости. Изд-во «Наука», Москва., 1975.
5. Механика сплошной среды. Изд-во «Наука», Москва.- 1983.
6. Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки. Москва: Изд-во «Наука», - 1982.