

Фидровская Н.Н., Ломакин А.А.
Украинская инженерно-педагогическая академия

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОСЕВЫХ УСИЛИЙ ПРИ НАБЕГАНИИ НА БАРАБАН ПОЛУВИТКА ПРОВОЛОКИ, НА ВЫПУКЛОЙ ЧАСТИ ИЗОГНУТОГО КАНАТА

Введение. Стальной канат является многостержневой системой с достаточно сильным внутренним конструкционным трением. Поэтому известные решения задачи изгиба стального каната в чисто упругой постановке не описывают особенности поведения, связанные с его свойствами, например, различие форм набегающей и сбегавшей ветвей на переходных участка у блока, образование волны обратного перегиба за блоком, диссипацию энергии за цикл изгиб-выпрямление и другие явления.

Огибание блока, барабана, шкива - наиболее распространенный случай работы каната на изгиб - представляет собой движение каната вдоль себя по сложной кривой, включающей участок постоянной кривизны (собственно дугу обхвата) и участки переменной кривизны в зонах набегающего на блок и сбегания с него (переходные участки).

Обзор публикаций и исследований. Вопросом определения величин напряжений в элементах канатов занимались многие ученые [1], например Л.И. Жуков [2] утверждает, что наибольшее смещение проволок наблюдается в области, примыкающей к оси каната. Это утверждение противоречит приведенной им же формуле, согласно которой

$$\varepsilon = \frac{r \sin \varphi}{R} \quad (1)$$

где ε — относительное удлинение; R — радиус кривизны оси изогнутого каната; r — расстояние от центра сечения каната до рассматриваемого элемента; φ — угол наклона линии, соединяющей центр сечения каната и элемент каната, к горизонтали.

Из формулы (1) видно, что наибольшее смещение проволок наблюдается в наиболее удаленной от оси каната области. И. Ф. Никитин [3-6] рассматривает изменение осевого усилия в элементе каната (прово-

локи), когда на блок зашел полувиток каната в нагруженной части. Результаты подсчета дополнительных усилий при такой расчетной схеме оказались несколько меньше, чем по зависимостям, полученным автором.

Основной материал. Рассмотрим участок находящегося на барабане каната в месте перехода его из прямого в изогнутый (рис. 1).

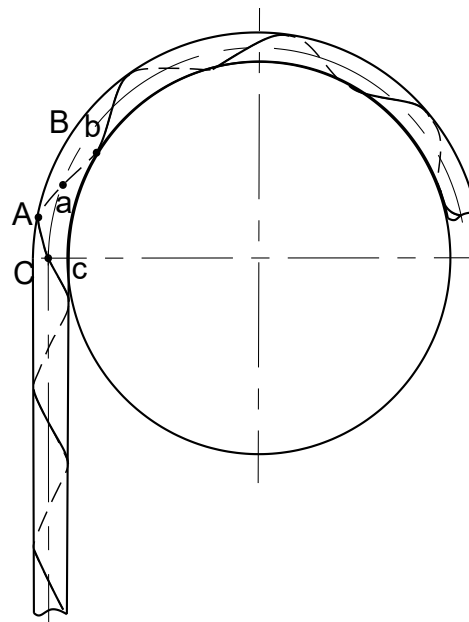


Рис. 1/ Расположение растянутых и сжатых зон проволоки в процессе навивки каната на барабан

Допустим, что проволоки припаяны к сердечнику. Тогда участок проволоки, находящейся на выпуклой стороне каната (зона ac), будет растянут, а участок проволоки находящийся на вогнутой стороне каната, будет сжат.

В действительности же проволоки не припаяны к сердечнику и, следовательно, удлинение, полученное проволокой на выпуклой стороне каната, в зависимости от сил трения, будет распространяться в сторону сжатия на вогнутую сторону и в сторону прямого участка каната.

Как было указано выше, распространение этого удлинения изменяет осевое усилие в проволоке, исследование которого является целью данной работы.

Для определения функции $f(S)$, согласно принятой расчетной схеме, зафиксируем положение каната, при котором полувиток проволоки зашел на выпуклой части изогнутого каната. Полученное при этом удлинение проволоки, распространяясь на длине, увеличивает осевое усилие.

Разделим область изменения усилий на две части: область переходного участка от точки соприкосновения каната с барабаном и область каната, изогнутого на барабане. Отчет для каждой области будем принимать положительным, начиная от точки соприкосновения каната с барабаном. Все обозначения со штрихами будут относиться к области изогнутого участка каната, без штриха – к области переходного участка.

Силы, действующие на элемент проволоки dS при его перемещении на переходном участке, состоит из усилия натяжения T , давление на единицу длины проволоки N и силы трения f (рис. 2).

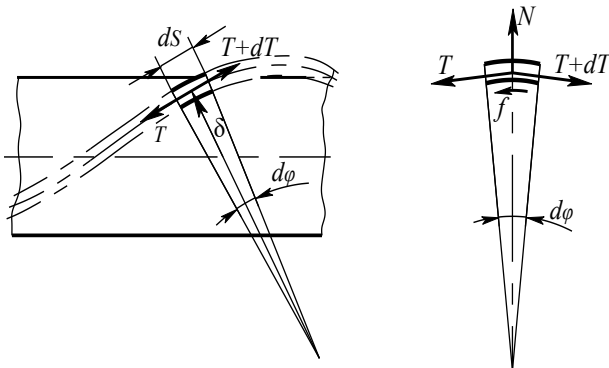


Рис. 2. Силы, действующие на элемент проволоки при его перемещении

Проектированием всех сил на горизонтальную ось получаем

$$dT = fdS \tag{2}$$

Силу трения можно записать по общеизвестной формуле

$$f = N\mu \tag{3}$$

где μ - коэффициент трения между проволоками в канате.

Давление на единицу длины проволоки выражается таким образом [7].

$$N = \frac{T}{\rho} \tag{4}$$

где $1/\rho$ - кривизна проволоки в изогнутом канате.

Кривизна проволоки в изогнутом канате равна [9].

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sin^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \alpha}{R_1 + r \sin \varphi} \cdot \sin \varphi \tag{5}$$

где r - радиус концентрического ряда проволок; R_1 - радиус огибаемого барабана; α - угол свивки проволок в канате; φ - полярный угол относительно оси каната.

Учитывая, что на переходном участке радиус изгиба каната по мере удаления от точки соприкосновения с барабаном стремится в бесконечность [10, 11], кривизну проволоки на этом участке можно записать в таком виде

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sin^2 \alpha}{r} \tag{6}$$

Подставив значения из (3.2) и (3.3) в (3.1) и принимая во внимание, что

$$dS = \frac{rd\varphi}{\sin \alpha} \tag{7}$$

получаем

$$dT = -\frac{Tr}{\rho \sin \alpha} \mu d\varphi \tag{7}$$

В этой формуле необходимо учитывать знаки. Если положительному значению угла φ соответствует уменьшение осевого усилия T правая часть выражения будет со знаком минус. Если положительному значению угла φ соответствует увеличение осевого усилия, правая часть будет со знаком плюс.

После интегрирования выражения (7), получаем

$$T = ce^{-K\varphi} \tag{8}$$

где $K = \mu \sin \alpha$; c - постоянная интегрирования.

Выражение (8) описывает закон изменения осевого усилия в проволоке прямого участка при распространении удлинения, полученного проволокой со стороны выпуклости каната.

Рассмотрим теперь, как изменяются усилия в проволоке при распространении её удлинений в канате, изогнутом на барабане.

В связи с наличием сосредоточенных сил в точках контакта проволоки со барабаном, кривая распространения в изогнутом канате будет претерпевать разрыв в этих точках. В этом случае уравнения изменения осевых усилий могут быть записаны в ин-

тервалах между точками контакта. В точках контакта проволоки с барабаном осевое усилие справа и слева от контакта будет отличаться на величину силы трения [5].

Примем отсчет угла φ' положительным от точки соприкосновения в сторону вращения барабана [12]. Тогда изменение осевых усилий можно интерпретировать графиком, изображенным на рис. 3.

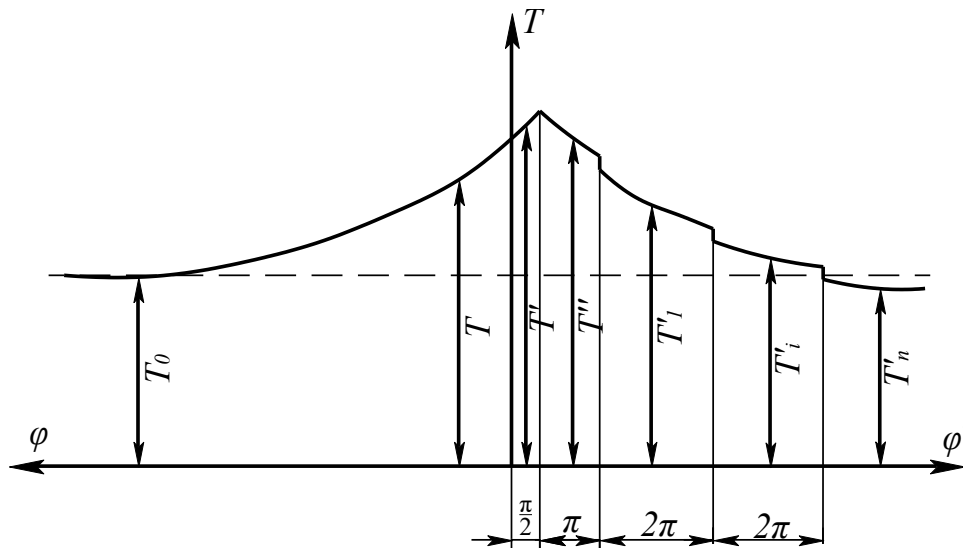


Рис. 3. Изменение усилий в проволоке при набегании на барабан полувитка со стороны выпуклости каната.

Максимальное осевое усилие принимаем со стороны выпуклости на расстоянии $\frac{1}{4}$ шага свивки от соприкосновения каната с барабаном то есть при $\varphi' = \pi/2$.

Равновесие сил в проволоке при перемещении на участке CA (рис. 1) можно записать таким образом:

$$dT' = -\frac{T'r}{\rho' \sin \alpha} \mu d\varphi' \quad (9)$$

где T' - усилие в проволоке на участке от точки соприкосновения каната со барабаном до точки максимального осевого усилия; $1/\rho'$ - кривизна проволоки в канате, изогнутом на барабане.

В данном случае кривизну проволоки можно принять по упрощенной формуле для спиральных канатов [8, 9] в таком виде:

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{\sin^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \alpha}{R} \cdot \sin \varphi' \quad (10)$$

где R - радиус геометрической оси изгиба

каната.

Подставив значение кривизны из (10) в (9), получаем

$$dT' = T' \frac{r}{\sin \alpha} \mu \left(\frac{\sin^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \alpha}{R} \cdot \sin \varphi' \right) d\varphi' \quad (11)$$

$$K_1 = \frac{r \cos^2 \alpha}{R \sin \alpha} \mu$$

Введя обозначение

После интегрирования находим

$$T' = c' e^{K\varphi' - K_1 \cos \varphi'} \quad (12)$$

где c' - постоянная интегрирования.

Равновесие сил в проволоке при её перемещении в интервале от точки максимального усилия до первой точки контакта с барабаном можно записать аналогично (7)

$$dT'' = -\frac{T''r}{\rho' \sin \alpha} \mu d\varphi' \quad (13)$$

Принимая во внимание (10), а также ранее принятые обозначения, выражение (13) можно переписать таким образом:

$$dT'' = -T''(K + K_1 \sin \varphi') d\varphi' \quad (14)$$

После интегрирования получаем

$$dT'' = c'' e^{-K\varphi' + K_1 \cos \varphi'} \quad (15)$$

Для всех последующих интервалов между точками контакта проволок с барабаном уравнения изменения осевых усилий будут подобны (15) (рис. 3).

$$\begin{aligned} T_1' &= c_1' e^{-K\varphi' + K_1 \cos \varphi'}; \\ T_2' &= c_2' e^{-K\varphi' + K_1 \cos \varphi'}; \\ T_i' &= c_i' e^{-K\varphi' + K_1 \cos \varphi'}; \\ T_n' &= c_n' e^{-K\varphi' + K_1 \cos \varphi'}, \end{aligned} \quad (16)$$

где c_1', c_2', c_i', c_n' - постоянные интегрирования.

Выводы. Выражения (8), (12), (15) и (16) описывают изменение осевых усилий в проволоке на прямом и изогнутом участках каната, полученных в следствие распространения приращения длины проволоки со стороны выпуклой части изогнутого каната. Однако, величина этих усилий зависит от натяжения оставшегося после набегания полувитка проволоки на вогнутой части изогнутого каната. Так как изменение усилий в проволоке повторяется через каждый шаг свивки, то натяжение, полученное проволокой при набегании на выпуклой части изогнутого каната, в свою очередь зависит от точно таких же усилий как (8), (12), (15) и (16).

Поэтому для определения постоянных интегрирования необходимо рассмотреть распространение осевых усилий со стороны вогнутой части каната в зависимости от полученных выражений (8), (12), (15) и (16).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Фидровская Н.Н. Определение усилий в канате, изогнутом на барабане / Фидровская Н.Н., Варченко И.С. // Технологический аудит и резервы производства. –Х, 2013. –

№1(10). С 20–21.
 2. Жуков Л.И. Усилия сдвигающие проволоки каната при изгибе / Жуков Л.И. // Известия вузов. Горный журнал. - М, 1960, № 6. С. 51-58.
 3. Никитин И.Ф. Процесс формирования изогнутого каната при набегании его на шкив/ Никитин И.Ф., Фидровская Н.Н. // збірник наукових праць «Машинобудування». - Харків, 2009. вип. №4, С. 46-52
 4. Никитин И.Ф. Исследование изгиба каната на блоках / Никитин И.Ф., Щербак О.В. // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. – Х. 2007. № 38. С. 108-110
 5. Никитин И. Ф. Распределение напряжений в канате при пробегании его по блоку/ Никитин И.Ф. // Стальные канаты: Науч. тр. - К.: Техника, 1966.-Вып. 3.-С. 130-139
 6. Никитин И.Ф. Дополнительные усилия при переходе каната из прямого в изогнутый / Никитин И.Ф. // Стальные канаты. - Киев: Изд-во Техника, 1967. №4. С. 81-84.
 7. Туманян Т.М. Влияние величины угла обхвата напряжения и диаметра блока на выносливость каната / Т.М Туманян // сб. Машиностроение. - М: Машиностроение. - 1957. -№191. - С.112 - 116.
 8. Глушко М.Ф. Основные элементы механики плоского изгиба каната / Глушко М.Ф. // Стальные канаты. - Киев: Изд-во Техника, 1965. №2. С. 87-106.
 9. Глушко М.Ф. Определение напряжений в проволоках спиральных канатов при изгибе. / Глушко М.Ф. // Труды Харьковского Горного ин-та. Харьков 1958, т.У1.
 10. Sun Jianfang, Wang Guilan, Zhang Haiou. FE analysis on the laying process of wire rope based on parametric design. Wire Journal International, 2005, 38(6). P. 60-64.
 11. Jose R.M. de Sousa, Marcos Q. de Siqueira, Gilberto B. Ellwanger, Lea M.B. Troina, Marcio M. Mourelle, Luis Claudio S. Costa. Numerical Analysis of Wire Ropes Considering Coupled Extensional and Torsional Behaviour // Proceedings of the Eleventh (2010) International Offshore and Polar Engineering Conference Stavanger, Norway, June 17-22, 2010, P. 281 -287.
 12. Leng, M. Parametrische Modellierung eines einlagigen Rundlitzenseils mit Kunststoffmantel // Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal. 2010. №35. P. 83-88.