

УДК 624.014

Перетятко Ю.Г., Чередник Д.Л., Агеенко С.Б., Ляшенко И.Ю.,
Бикметов А., Тораев М.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЗАПАСОВ УСТОЙЧИВОСТИ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ
СТУПЕНЧАТОЙ КОЛОННЫ СТАЛЬНОГО КАРКАСА В ПЛОСКОСТИ И ИЗ
ПЛОСКОСТИ**

Постановка проблемы. В новых нормах по проектированию стальных конструкций [1] расчет местной устойчивости стенки двутавра верхней части ступенчатой колонны связан с условиями:

$$c \cdot \varphi_y > \varphi_{ex}, \text{ или } c \cdot \varphi_y \leq \varphi_{ex}. \quad (1)$$

Устойчивость верхней части ступенчатой колонны в плоскости и из ее плоскости в соответствии с [1] проверяют по формулам:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_e \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c,$$

$$\sigma = \frac{N}{c \cdot \varphi_y \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c. \quad (2)$$

Из (2) следует, что при $c \cdot \varphi_y > \varphi_{ex}$ - запас устойчивости из плоскости больше; при $c \cdot \varphi_y < \varphi_{ex}$ - запас устойчивости из плоскости меньше.

Предварительный подбор сечения верхней части колонны традиционно [2-5] начинают с использованием первого выражения (2), т.е. принимая условие $c \cdot \varphi_y > \varphi_{ex}$. Однако, достаточно часто встречаются случаи, когда в окончательных конструктивных расчетах верхней части колонны данное условие не выполняется, а выполняется условие $c \cdot \varphi_y < \varphi_{ex}$.

Проблема заключается в необходимости исследования условий, при которых реализуется либо первое соотношение (1), либо (2).

Цель работы состоит в анализе запасов устойчивости верхней части ступенчатой колонны стального каркаса в ее плоскости и из плоскости.

Содержание и результаты работы. Исходя из общепринятой методики компоновки вертикальных размеров поперечной рамы (рис. 1) [2-5], проведем сравнительный анализ запасов устойчивости

верхней части ступенчатой колонны стального каркаса в плоскости и из плоскости.

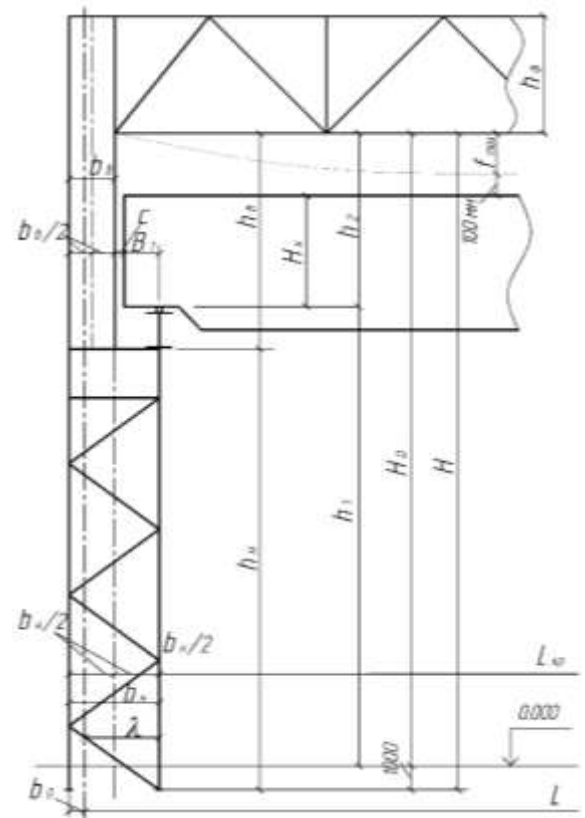


Рис. 1. Геометрические размеры поперечной рамы

Как правило, в расчетах верхней части колонны коэффициент приведения к расчетной длине для верхней части колонны в плоскости поперечной рамы $\mu_{2,x} > 3$. Однако в соответствии с [1], п. С.2 приложения С, он не должен быть более 3.0, в связи с чем окончательно принимают $\mu_{2,x} = 3$.

Тогда расчетная длина верхней части колонны в плоскости поперечной рамы будет: $l_{ef,x}^e = \mu_{2,x} \cdot h_0 = 3,0 \cdot h_0$, (3) где h_0 - геометрическая длина верхней части колонны (рис. 2).

Расчетная длина верхней части колонны из плоскости поперечной рамы (рис. 2) равна:

$$l_{ef,y}^e = \mu_{2,y} \cdot (h_e - h_{n,\delta}) = 1 \cdot (h_e - h_{n,\delta}) = h_e - h_{n,\delta} \quad (4)$$

Геометрическая длина верхней части колонны h_e (рис. 1) включает в себя:

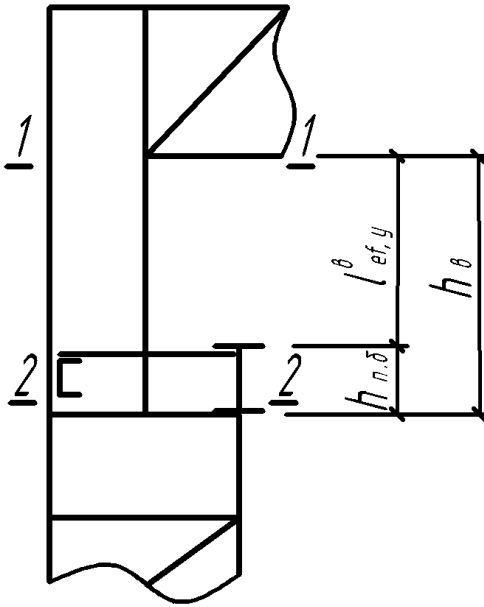


Рис. 2. К определению $l_{ef,y}^e$

$$h_e = h_{n,\delta} + h_p + H_k + f_{max} + 100 \text{ мм}, \quad (5)$$

где $h_{n,\delta}$ – высота подкрановой балки, предварительно принимаемая равной 1 м при шаге колонн 6 м; h_p – высота кранового рельса, определяем из каталога на краны ($h_p=130...170$ мм); $H_k = 4000$ мм – высота крана с тележкой над отм. У.Г.Р., выбирается по каталогу на краны ($H_k=3150...4000$ мм); f_{max} – размер, учитывающий максимальный прогиб конструкций покрытия и высоту выступающих вниз элементов связей, предварительно принимаемый равным 200...400 мм; 100 мм – минимальный зазор между верхним габаритом крана и низом строительных конструкций покрытия, принимаемый по требованиям техники безопасности.

С учетом выше приведенного, по формуле (5) находим, что размер h_e практически лежит в интервале:

$$h_e = 4,58...5,67 \text{ м}. \quad (6)$$

Из (4) с учетом (5) следует:

$$l_{ef,y}^e = h_p + H_k + f_{max} + 100 \text{ мм}, \quad (7)$$

т.е. размер $l_{ef,y}^e$ с учетом выше приведенного практически лежит в интервале:

$$l_{ef,y}^e = 3,58...4,67 \text{ м}. \quad (8)$$

Из (6), (8) имеем соотношение:

$$l_{ef,y}^e = (0,78...0,82) \cdot h_e. \quad (9)$$

Покажем, что у двутавров (рис. 3) с общепринятой шириной полок [4-8]

$$b_f = \left(\frac{1}{5}... \frac{1}{3}\right) \cdot h \quad (10)$$

всегда имеют место соотношения:

$$I_x > I_y, \quad i_x > i_y. \quad (11)$$

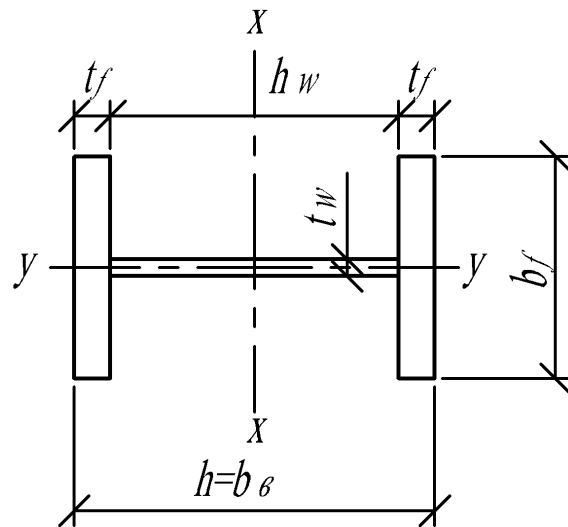


Рис. 3. Сечение верхней части колонны.

Запишем выражения моментов инерции сечения двутавра (рис. 3) с некоторыми допустимыми упрощениями:

$$I_y = 2 \cdot \frac{t_f \cdot b_f^3}{12} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{12} \approx \frac{t_f \cdot b_f^3}{6}; \quad (12)$$

$$I_x = \frac{t_w \cdot h^3}{12} + 2 \cdot \left[\frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + A_f \cdot \left(\frac{h_w}{2} + \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} + 2 \cdot b_f \cdot t_f \cdot \frac{h^2}{4}$$

$$\text{или } I_x \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} + b_f \cdot t_f \cdot \frac{h^2}{2}. \quad (13)$$

Примем соотношения размеров сечения двутавра (рис. 3) в виде:

$$b_f = K_1 \cdot h; \quad t_f = K_2 \cdot t_w. \quad (14)$$

Подставим (14) в (12), (13):

$$I_y \approx \frac{K_2 \cdot t_w \cdot (K_1 \cdot h)^3}{6} \approx \frac{t_w \cdot h^3}{6} \cdot K_1^3 \cdot K_2; \quad (15)$$

$$I_x \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} + K_1 \cdot h \cdot K_2 \cdot t_w \cdot \frac{h^2}{2} =$$

или

$$= \frac{t_w \cdot h^3}{12} + K_1 \cdot K_2 \cdot t_w \cdot \frac{h^3}{2}$$

$$I_x \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} \cdot (1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2). \quad (16)$$

Рассмотрим соотношение I_x/I_y с учетом (16), (15):

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{\frac{t_w \cdot h^3}{12} \cdot (1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2)}{\frac{t_w \cdot h^3}{6} \cdot K_1^3 \cdot K_2} \approx$$

$$\approx \frac{(1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2)}{2 \cdot K_1^3 \cdot K_2} \quad (17)$$

Также запишем в общем виде соотношение радиусов инерции сечения:

$$\frac{i_x}{i_y} = \frac{\sqrt{\frac{I_x}{A}}}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}} = \sqrt{\frac{I_x}{I_y}} \approx \sqrt{\frac{(1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2)}{2 \cdot K_1^3 \cdot K_2}}. \quad (18)$$

Рассмотрим случаи практических соотношений (14).

Пусть в соответствии с (10): $b_f = \frac{h}{5}$ и, соответственно, $K_1 = 0,2$.

Пусть $t_f = 1,2 \cdot t_w$, что имеет место в реальных конструкциях:

$$t_f = (1,2 \dots 3,0) \cdot t_w. \quad (19)$$

Тогда $K_2 = 1,2$.

Подставляем принятые значения $K_1 = 0,2$ и $K_2 = 1,2$ в (17), (18):

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,2 \cdot 1,2)}{2 \cdot 0,2^3 \cdot 1,2} = 127,08,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{127,08} = 11,27. \quad (20)$$

Пусть $K_1 = 0,2$, $K_2 = 3,0$, тогда по (17), (18) имеем:

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,2 \cdot 3,0)}{2 \cdot 0,2^3 \cdot 3,0} = 95,83,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{95,83} = 9,79. \quad (21)$$

Пусть в соответствии с (10): $b_f = \frac{h}{3}$ и, соответственно, $K_1 = 0,333$; $K_2 = 1,2$, тогда по (17), (18) имеем:

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,333 \cdot 1,2)}{2 \cdot 0,333^3 \cdot 1,2} = 38,34,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{38,34} = 6,19. \quad (22)$$

Пусть $K_1 = 0,333$, $K_2 = 3,0$, тогда по (17), (18) имеем:

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,333 \cdot 3,0)}{2 \cdot 0,333^3 \cdot 3,0} = 31,57,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{31,57} = 5,62. \quad (23)$$

Как видим, при удовлетворении условий (10), (19) имеют место соотношения:

$$\frac{i_x}{i_y} \approx 5,62 \dots 11,27, \quad i_x \approx (5,62 \dots 11,27) \cdot i_y. \quad (24)$$

Вычисляем гибкости верхней части колонны в плоскости и из плоскости поперечной рамы с учетом (3), (9), (24):

$$\lambda_x = \frac{l_{ef,x}^e}{i_x} \approx \frac{3,0 \cdot h_e}{(5,62 \dots 11,27) \cdot i_y}; \quad (25)$$

$$= (0,534 \dots 0,266) \cdot \frac{h_e}{i_y}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ef,y}^e}{i_y} = (0,78 \dots 0,82) \cdot \frac{h_e}{i_y}. \quad (26)$$

Из сравнения выражений (25), (26) имеем случай: $\lambda_y > \lambda_x$, (27)

т.е. при удовлетворении соотношениям (10), (19) гибкость верхней части колонны из ее плоскости всегда больше, чем ее гибкость в ее плоскости:

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_x} \approx 1,46 \dots 3,08,$$

$$\lambda_y \approx (1,46 \dots 3,08) \cdot \lambda_x. \quad (28)$$

Традиционно в известной литературе [2-5] для подбора сечения верхней части колонны используют условие ее устойчивости в плоскости поперечной рамы (первое выражение в (2)), из которого находят требуемую площадь сечения двутавра:

$$A_{\text{треб}} = \frac{N_{\text{соотв}}}{\varphi_e \cdot R_y \cdot \gamma_c}, \quad (29)$$

предварительно задав гибкость колонны в ее плоскости $\lambda_x = 50...90$ и вычислив реальный абсолютный и приближенные: относительный и приведенный относительный эксцентриситеты:

$$e_x = \frac{M_{\max}}{N_{\text{сорм}}}; m_x \approx \frac{e_x}{0.45 \cdot h};$$

$$m_{ef} \approx \eta \cdot m_x, \quad (30)$$

после чего по табл. Ж.3 приложения Ж [1] принимают начальное значение коэффициента φ_e как функцию величин $\bar{\lambda}_x$ и m_{ef} .

При $\lambda_x = 50...90$ имеем соответственно: $\bar{\lambda}_x = 1,6...2,9$, (31)

вычисленное при $R_y = 21 \text{кН} / \text{см}^2$ по формуле:

$$\bar{\lambda}_x = \lambda_x \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}}. \quad (32)$$

Значение m_x практически изменяется в пределах: $1 < m_x < 15$. (33)

Коэффициент влияния формы сечения для двутавра: $\eta = 1,2...1,25$. (34)

Тогда приведенный относительный эксцентриситет будет изменяться в пределах: $1,2 < m_{ef} < 18,75$. (35)

С учетом (31), (35) по табл. Ж.3 приложения Ж [1] устанавливаем пределы изменения коэффициента φ_e :

$$0,5 > \varphi_e = f(\bar{\lambda}_x; m_{ef}) > 0,07. \quad (36)$$

Заметим, что в соответствии с требованиями [1], табл.13.9, фактическая максимальная гибкость не должна превышать предельной, вычисляемой по формуле:

$$\lambda_{\text{пред}} = 180 - 60 \cdot \alpha, \quad (37)$$

или с учетом значений $\alpha = 0,5...1,0$:

$$\lambda_{\text{пред}} = 120...150. \quad (38)$$

При $\lambda_y = \lambda_{\text{пред}} = 150$ из (28) имеем


$$(1,46...3,08) \cdot \lambda_x = 150,$$

$$\text{откуда } \lambda_x = 102,74...48,7. \quad (39)$$

При $\lambda_y = \lambda_{\text{пред}} = 120$ из (28) следует:

$$(1,46...3,08) \cdot \lambda_x = 120,$$

$$\text{откуда } \lambda_x = 82,19...38,96, \quad (40)$$

 т.е. интервал изменения гибкости λ_x равен: $0 < \lambda_x \leq 102,74$ (41)

и, соответственно, интервал изменения гибкости λ_y равен: $0 < \lambda_y \leq 150$. (42)

При $\lambda_y = 150$ имеем соответственно:

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 150 \cdot \sqrt{\frac{21}{20600}} = 4,79, \quad (43)$$

вычисленное по формуле, аналогичной (32), т.е.: $0 < \bar{\lambda}_y \leq 4,79$. (44)

По табл. Ж.1 приложения Ж [1] для $\bar{\lambda}_y = 4,79$ и типа кривой устойчивости «b» находим наименьшее значение соответствующего коэффициента продольного изгиба: $\varphi_y = 0,331$, т.е. имеем интервал: $1,0 > \varphi_y \geq 0,331$. (45)

Значение φ_y входит в условие обеспечения общей устойчивости верхней части колонны из ее плоскости (второе выражение в (2)):

В (2) также входит коэффициент c , учитывающий влияние изгибающего момента M на снижение запаса устойчивости сжато-изогнутого стержня по сравнению с центрально сжатым, а также учитывающий изгибно-крутильную форму потери устойчивости из плоско-сжато-изогнутого стержня.

Попробуем установить интервал значений для коэффициента c .

В соответствии с п. 10.2.5 [1] значение коэффициента c зависит от значений m_x и $\bar{\lambda}_y$ (или, что то же, от φ_y).

Так, при $m_x \leq 5$:

$$c = \frac{\beta_c}{1 + \alpha_c \cdot \nu \cdot m_x} \leq 1, \quad (46)$$

где α_c, ν, β_c - принимают по табл. 10.2 [1]:

$$\text{При } m_x \geq 10: c = \frac{1}{1 + m_x \cdot \frac{\varphi_y}{\varphi_b}}, \quad (47)$$

где φ_b в соответствии с п. 9.4.1 и приложением Н [1] определяется, как для балки с двумя и более закреплениями сжатого пояса.

При $5 < m_x < 10$:

$$c = c_5 \cdot (2 - 0,2 \cdot m_x) + c_{10} \cdot (0,2 \cdot m_x - 1), \quad (48)$$

где $c_5 = \frac{\beta_c}{1 + \alpha_c \cdot \nu \cdot m_{x,5}} \leq 1$, (49)

$$c_{10} = \frac{1}{1 + m_{x,10} \cdot \frac{\varphi_y}{\varphi_b}}, \quad (50)$$

$m_{x,5} = 5$ (т.е. при $m_x = 5$); $m_{x,10} = 10$ (т.е. при $m_x = 10$);

Коэффициент α_c в зависимости от значений $0 \leq m_x \leq 5$ в соответствии с табл. 10.2 [1] изменяется в пределах:

$$0,7 \leq \alpha_c \leq 0,9. \quad (51)$$

Коэффициент β_c зависит от условия:

если $\bar{\lambda}_y \leq 3,14$, то $\beta_c = 1$; (52)

если $\bar{\lambda}_y > 3,14$, то $\beta_c = \sqrt{\frac{\varphi_c}{\varphi_y}}$, (53)

где φ_c - по табл. Ж.1 приложения Ж [1] при $\bar{\lambda}_y = 3,14$ и для типа кривой устойчивости «b» - см табл. 8.1: $\varphi_c = 0,615$. (54)

Тогда с учетом (46) при $\varphi_y = 0,331$ ($\bar{\lambda}_y > 3,14$) получаем:

$$\beta_c = \sqrt{\frac{\varphi_c}{\varphi_y}} = \sqrt{\frac{0,615}{0,331}} = 1,363; \quad (55)$$

при $\varphi_y = 0,615$ ($\bar{\lambda}_y \leq 3,14$): $\beta_c = 1$, т.е. $1 \leq \beta_c \leq 1,363$. (56)

В соответствии с табл. 10.2 для 1-го типа сечения (симметричный двутавр):

$$\nu = 1 - \frac{\bar{\lambda}_y}{14} \cdot (2,12 - \frac{b}{h}). \quad (57)$$

Установим пределы изменения значе- ний коэффициента ν .

1) Пусть $\frac{b}{h} = \frac{b_f}{h} = \frac{1}{3} = 0,333$. Тогда с учетом (45) из (57) имеем:

при $\bar{\lambda}_y = 0$: $\nu = 1$,

при $\bar{\lambda}_y = 4,79$:

$$\nu = 1 - \frac{4,79}{14} \cdot (2,12 - 0,333) = 0,3886. \quad (58)$$

2) Пусть $\frac{b}{h} = \frac{b_f}{h} = \frac{1}{5} = 0,2 < 0,3$, тогда в соответствии с примечанием 2 к табл.

10.2 принимаем $\frac{b_f}{h} = 0,3$. Тогда с учетом

(45) из (57) имеем:

при $\bar{\lambda}_y = 0$: $\nu = 1$;

при $\bar{\lambda}_y = 4,79$:

$$\nu = 1 - \frac{4,79}{14} \cdot (2,12 - 0,3) = 0,3773. \quad (59)$$

Поскольку нас интересует наимень- шее возможное значение коэффициента c , то, исходя из (46), при $\bar{\lambda}_y = 4,79$ принимаем: $\nu = 0,3886$, т.е. $0,3886 \leq \nu \leq 1$ при $4,79 \geq \bar{\lambda}_y > 0$. (60)

В частности, при $\bar{\lambda}_y = 3,14$ и $\frac{b_f}{h} = 0,333$ из (57) имеем:

$$\nu = 1 - \frac{3,14}{14} \cdot (2,12 - 0,333) = 0,599. \quad (61)$$

Тогда при $0 \leq m_x \leq 5$ из (49) с учетом (51), (56), (60), (61) для вычисления коэф- фициента c имеем следующие случаи:

1) $0 < m_x \leq 1$:

а) $m_x = 0$: $c = 1$ - независимо от зна- чений $\bar{\lambda}_y$;

б) $m_x = 1$, $\bar{\lambda}_y = 0$: $\alpha_c = 0,7$, $\beta_c = 1$,

$$\nu = 1 \text{ и } c = \frac{1}{1 + 0,7 \cdot 1 \cdot 1} = 0,588 < 1; \quad (62)$$

в) $m_x = 1$, $\bar{\lambda}_y = 3,14$: $\alpha_c = 0,7$, $\beta_c = 1$, $\nu = 0,599$ и $c = 0,705 < 1$; (63)

г) $m_x = 1$, $\bar{\lambda}_y = 4,79$: $\alpha_c = 0,7$, $\beta_c = 1,363$, $\nu = 0,3886$ и $c = 1,072 > 1$, т.е. $c = 1$.

2) $1 < m_x \leq 5$:

а) $m_x = 5$, $\bar{\lambda}_y = 0$: $\alpha_c = 0,9$, $\beta_c = 1$,

$$\nu = 1 \text{ и } c = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot 1 \cdot 5} = 0,182 < 1; \quad (64)$$

б) $m_x = 5$, $\bar{\lambda}_y = 3,14$: $\alpha_c = 0,9$, $\beta_c = 1$, $\nu = 0,599$ и $c = 0,271 < 1$; (65)

в) $m_x = 5$, $\bar{\lambda}_y = 4,79$: $\alpha_c = 0,9$, $\beta_c = 1,363$, $\nu = 0,3886$ и $c = 0,505 < 1$. (66)

Коэффициент φ_b , входящий в (47), как показывают численные расчеты кол- онн, в большинстве случаев принимает

значение $\varphi_b = 1$, либо меньше его до 3%.
Поэтому, примем $\varphi_b = 1$.

Тогда при $m_x \geq 10$ выражение (47) представим в упрощенном виде:

$$c = \frac{1}{1 + m_x \cdot \varphi_y} \quad (67)$$

Из (67) с учетом (33), (45), (54) для вычисления коэффициента c при $m_x \geq 10$ имеем следующие случаи:

1) $m_x = 10$:

а) $\bar{\lambda}_y = 0, \varphi_y = 1: c = \frac{1}{1 + 10 \cdot 1} = 0,0909;$

б) $\bar{\lambda}_y = 3,14, \varphi_y = 0,615: c = 0,14;$

в) $\bar{\lambda}_y = 4,79, \varphi_y = 0,331: c = 0,232; \quad (68)$

2) $m_x = 15$:

а) $\bar{\lambda}_y = 0, \varphi_y = 1: c = \frac{1}{1 + 15 \cdot 1} = 0,0625;$

б) $\bar{\lambda}_y = 3,14, \varphi_y = 0,615: c = 0,098;$

в) $\bar{\lambda}_y = 4,79, \varphi_y = 0,331: c = 0,168. \quad (69)$

Результаты расчетов сведены в табл. 1.

В общем для внецентренно-сжатых и сжато-изогнутых колонн из двутавров теоретически можно выделить **2 основных случая**:

- **1-ый случай:** значение относительного эксцентриситета m_x для расчета колонны на устойчивость в плоскости и из плоскости одно и то же;
- **2-ой случай:** значения относительных эксцентриситетов m_x для расчета колонны на устойчивость в плоскости и из плоскости различные.

В случае ступенчатой колонны поперечной рамы для расчета на устойчивость ее верхней части из плоскости в соответствии с [1], п. 10.2.6, значение m_x вычисляется не по максимальному моменту M_1 (рис. 4), а по расчетному моменту M_x , вычисляемому по формуле:

$$M_x = M_2 + \frac{(M_1 - M_2)}{h_g} \cdot (h_g - \frac{1}{3} \cdot l_{ef,y}^e). \quad (70)$$

Как следует из многочисленных расчетов вариантов однопролетных поперечных рам стальных каркасов, как правило, имеет место соотношение:

$$M_2 = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{2}{3}\right) \cdot M_1 \quad (71)$$

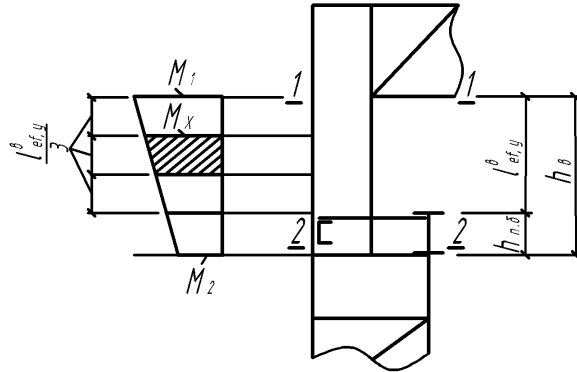


Рис. 4. К определению расчетного значения момента.

Сравним значения моментов M_1 и M_x и, соответственно определим степень уменьшения значения относительного эксцентриситета m_x , используемого при проверке устойчивости верхней части ступенчатой колонны из ее плоскости.

Пусть $M_2 = M_1 / 3$. (72)

Подставим (72) в (70) и с учетом (4) выполним очевидные преобразования:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \left(2 + \frac{h_{n.d.}}{h_g}\right)\right). \quad (73)$$

Пусть шаг колонн $B = 6\text{ м}$ и высота подкрановой балки $h_{n.d.} = 1\text{ м}$.

Тогда в соответствии с (6):

при $h_g = 4,58\text{ м}$ из (73) следует:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{4,58}\right)\right) = 0,826 \cdot M_1, \text{ т.е.}$$

на 17,4% меньше;

при $h_g = 5,67\text{ м}$ из (73) имеем:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{5,67}\right)\right) = 0,817 \cdot M_1, \text{ т.е.}$$

на 18,3% меньше.

Пусть $M_2 = 2/3 \cdot M_1$. (74)

Подставим (74) в (70) и с учетом (4) выполним очевидные преобразования:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{h_{n.d.}}{h_g}\right)\right). \quad (75)$$

При $h_g = 4,58\text{ м}$ из (75) следует:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{4,58}\right)\right) = 0,913 \cdot M_1,$$

т.е. на 8,7% меньше;

при $h_g = 5,67\text{ м}$ из (75) имеем:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{5,67} \cdot \right)\right) = 0,908 \cdot M_1,$$

т.е. на 9,2% меньше.

В соответствии с (30) такие же соотношения имеем и для значений m_x .

Ниже в табл. 1 и 2 приведены значения соответственно коэффициентов c и φ_e при $R_y=210\text{МПа}$. При этом, степень уменьшения значений m_x для вычисления величины $c \cdot \varphi_y$ принята для **2-го случая** равной 15%. В табл. 3 дано Сравнение значений коэффициентов φ_e (из табл. 2) и $c \cdot \varphi_y$ (из табл. 1).

С учетом выше принятого снижения: $m_x/0,85$, в дополнение к выполненным ранее расчетам (см. (62),..., (69)) для случая исходного значения $m_x = 10$ имеем соответствующее ему пониженное значение: $m_x = 8,5$, для которого вычисления коэффициента c выполняем по (48) с учетом (49), (50), поскольку имеем случай

$5 < m_x = 8,5 < 10$. При этом, значения коэффициентов c_5 и c_{10} уже вычислены по (49), (50) соответственно при $m_x = 5$ и $m_x = 10$ - см. табл. 1.

Итак:

1) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 2,9, c_5 = 0,261, c_{10} = 0,13$:
 $c = 0,261 \cdot (2 - 0,2 \cdot 8,5) + 0,13 \cdot (0,2 \cdot 8,5 - 1) =$
 $= 0,261 \cdot 0,3 + 0,13 \cdot 0,7 = 0,169$

2) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 3,19; c_5 = 0,372, c_{10} = 0,142$:
 $c = 0,372 \cdot 0,3 + 0,142 \cdot 0,7 = 0,211$;

3) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 3,83, c_5 = 0,413, c_{10} = 0,172$:
 $c = 0,413 \cdot 0,3 + 0,172 \cdot 0,7 = 0,244$;

4) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 4,79, c_5 = 0,505, c_{10} = 0,232$:
 $c = 0,505 \cdot 0,3 + 0,232 \cdot 0,7 = 0,314$.

Таблица 1 - Значения коэффициента c при $R_y = 21,0\text{кН} / \text{см}^2$ и % его увеличения

λ_y	$\bar{\lambda}_y$	φ_y	$m_x / 0,85m_x$				
			0	1/0,85	5/4,25	10/8,5	15/12,75
0	0	1	1,0	0,588/ 0,627 6,6%	0,182/ 0,214 17.6%	0,0909/ 0,118 29.8%	0,0625/ 0,0727 16.32%
90	2,9	0,669	1,0	0,694/ 0,727 4.76%	0,261/ 0,302 15.7%	0,13/ 0,169 30.0%	0,091/ 0,105 15.4%
100	3,19	0,604	1,0	0,963/ 1,0 3.84%	0,372/ 0,429 15.3%	0,142/ 0,211 48.6%	0,099/ 0,115 16.16%
120	3,83	0,482	1,0	1,0/ 1,0 0%	0,413/ 0,474 14.8%	0,172/ 0,244 41.9%	0,122/ 0,14 14.75%
150	4,79	0,331	1,0	1,0/ 1,0 0%	0,505/ 0,562 11.3%	0,232/ 0,314 35.3%	0,168/ 0,192 14.28%

Таблица 2 - Значения коэффициента φ_e при $R_y = 21,0\text{кН} / \text{см}^2$ и $\eta = 1,25$

λ_y	$\bar{\lambda}_y$	$\lambda_x = \lambda_y / 3$	$\bar{\lambda}_x$	m_x				
				0	1	5	10	15
1	2	3	4	5	6	7	8	9
90	2,9	30	0,96	0,952	0,606	0,218	0,117	0,079
100	3,19	33,333	1,064	0,941	0,593	0,215	0,116	0,078
120	3,83	40	1,277	0,919	0,571	0,208	0,113	0,077
150	4,79	50	1,596	0,881	0,538	0,198	0,109	0,074

Таблиця 3 - Сравнение значений коэффициентов φ_e (табл. 2) и $c \cdot \varphi_y$ (табл. 1.)

$m_x / 0,85m_x$	λ_y	$\lambda_x = \lambda_y / 3$	φ_e	$c \cdot \varphi_y$
1,0/0,85	90	30	0,606	0,464/0,453
	100	33,333	0,593	0,582/0,604*
	120	40	0,571	0,482/0,482
	150	50	0,538	0,331/0,331
5,0/4,25	90	30	0,218	0,175/0,202
	100	33,333	0,215	0,225*/0,259*
	120	40	0,208	0,199/0,228*
	150	50	0,198	0,167/0,186
10,0/8,5	90	30	0,117	0,087/0,113
	100	33,333	0,116	0,086/0,127*
	120	40	0,113	0,083/0,118*
	150	50	0,109	0,077/0,104
15,0/12,75	90	30	0,079	0,0609/0,07
	100	33,333	0,078	0,0598/0,069
	120	40	0,077	0,0588/0,067
	150	50	0,074	0,0556/0,064

Примечание к табл. 3: значения $c \cdot \varphi_y$, отмеченные «*», больше соответствующих значений φ_e .

Числовой пример. Размеры поперечного сечения верха колонны следующие:

$$t_w = 1,1 \text{ см}; \quad h_w = 63 \text{ см}; \quad b_f = 20 \text{ см};$$

$$t_f = 1,8 \text{ см};$$

$$h = h_w + 2 \cdot t_f = 63 + 2 \cdot 1,8 = 66,6 \text{ см}.$$

У нас: $\mu_{2,x} = 3,24 > 3$. Принимаем:

$$\mu_{2,x} = 3.$$

При этом, условия (3), (4), (6), (8), ..., (11), (24) удовлетворяются:

$$l_{ef,x}^e = \mu_{2,x} \cdot h_e = 3,0 \cdot h_e = 3,0 \cdot 5,45 = 16,35 \text{ м},$$

$$l_{ef,y}^e = \mu_{2,y} \cdot (h_e - h_{n.б.}) = 1 \cdot (h_e - h_{n.б.}) = h_e - h_{n.б.} = 5,45 - 1,0 = 4,45 \text{ м}$$

$$h_e = 4,58 \dots 5,67 \text{ м}. \text{ У нас: } h_e = 5,45 \text{ м}.$$

$$l_{ef,y}^e = 3,58 \dots 4,67 \text{ м}. \text{ У нас: } l_{ef,y}^e = 4,45 \text{ м}.$$

$$l_{ef,y}^e = (0,78 \dots 0,82) \cdot h_e. \text{ У нас:}$$

$$l_{ef,y}^e = \frac{4,45}{5,45} = 0,8165 \cdot h_e.$$

$$b_f = \left(\frac{1}{5} \dots \frac{1}{3}\right) \cdot h. \text{ У нас:}$$

$$b_f = \frac{20}{66,6} = \frac{1}{3,33} \cdot h.$$

$$I_x = 98523,14 > I_y = 2406,99 \text{ см}^4,$$

$$i_x = 26,41 > i_y = 4,13 \text{ см}.$$

$$\frac{i_x}{i_y} \approx 5,62 \dots 11,27, \quad i_x \approx (5,62 \dots 11,27) \cdot i_y.$$

У нас: $\frac{i_x}{i_y} = \frac{26,41}{4,13} = 6,395.$

Также удовлетворяются соотношения (25), ..., (28):

по (25): $\lambda_x = (0,534 \dots 0,266) \cdot \frac{h_e}{i_y};$

у нас: $\lambda_x = \frac{l_{ef,x}^e}{i_x} = \frac{1635}{26,41} = 61,91;$

$$\frac{h_e}{i_y} = \frac{545}{4,13} = 131,96 \text{ и}$$

$$\lambda_x = \frac{61,91}{131,96} = 0,469 \cdot \frac{h_e}{i_y};$$

по (26): $\lambda_y = \frac{l_{ef,y}^e}{i_y} = (0,78 \dots 0,82) \cdot \frac{h_e}{i_y};$

у нас: $\lambda_y = \frac{l_{ef,y}^e}{i_y} = \frac{445}{4,13} = 107,75 \text{ и}$

$$\lambda_y = \frac{107,75}{131,96} = 0,817 \cdot \frac{h_e}{i_y}.$$

Тогда имеем случай:

$$\lambda_y = 107,75 > \lambda_x = 61,91, \text{ т.е. гибкость}$$

верхней части колонны **из ее плоскости** больше, чем гибкость ее в ее плоскости:

по (28): $\frac{\lambda_y}{\lambda_x} \approx 1,46...3,08$, у нас:

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_x} = \frac{107,75}{61,91} \approx 1,74.$$

По (31) при $\lambda_x = 50...90$ имеем:

$$\bar{\lambda}_x = 1,6...2,9 \quad \text{при} \quad R_y = 21 \text{кН/см}^2 \quad \text{и}$$

$$\bar{\lambda}_x = 1,67...3,0 \quad \text{при} \quad R_y = 23 \text{кН/см}^2.$$

У нас: при $\lambda_x = 61,91$,

$$\bar{\lambda}_x = \lambda_x \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 61,91 \cdot \sqrt{\frac{23}{20600}} = 2,07$$

и $e_x = \frac{M_{\max}}{N_{\text{соотв}}} = 115,29 \text{см}$ имеем:

$$m_x = \frac{e_x \cdot A}{W_x} = \frac{176,3 \cdot 166,3}{3578,6} = 5,51,$$

т.е. в соответствии с (33) лежит в пределах: $1 < m_x = 5,51 < 15$.

Коэффициент влияния формы сечения η для двутавра у нас также удовлетворяет условию (34): $< 1,2\eta = 1,25 \leq 1,25$.

Тогда у нас в соответствии с (30): $m_{ef} = \eta \cdot m_x = 1,25 \cdot 5,51 = 6,89$, т.е. условие (35) выполняется:

$$1,2 < m_{ef} = 6,89 < 18,75.$$

По табл. Ж.3 приложения Ж [1] находим значение коэффициента φ_e , удовлетворяющее условию (36):

$$0,5 > \varphi_e = f(\bar{\lambda}_x = 2,07;$$

$$m_{ef} = 6,89) = 0,171 > 0,07.$$

Условия по предельным гибкостям (41),..., (45) в нашем примере выполняются:

по (41): $0 < \lambda_y \leq 102,74$, и, соответственно по (42): $0 < \lambda_y \leq 150$.

У нас $\lambda_x = 61,91$, $\lambda_y = 107,75$.

При $\lambda_y = 150$ имеем соответственно:

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 150 \cdot \sqrt{\frac{21}{20600}} = 4,79$$

при $R_y = 21 \text{кН/см}^2$,

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 150 \cdot \sqrt{\frac{23}{20600}} = 5,012$$

при $R_y = 23 \text{кН/см}^2$, т.е.:

$$0 < \bar{\lambda}_y \leq 4,79 \quad \text{при} \quad R_y = 21 \text{кН/см}^2,$$

$$0 < \bar{\lambda}_y \leq 5,012 \quad \text{при} \quad R_y = 23 \text{кН/см}^2.$$

У нас: $\bar{\lambda}_y = 3,44$ при $R_y = 21 \text{кН/см}^2$ и $\bar{\lambda}_y = 3,6$ при $R_y = 23 \text{кН/см}^2$.

По табл. Ж.1 приложения Ж [1] для $\bar{\lambda}_y = 3,6$ и типа кривой устойчивости «b» находим значение соответствующего коэффициента продольного изгиба, используемого в условии устойчивости (2): $\varphi_y = 0,524$.

В соответствии с п. 10.2.5 [1] значение коэффициента c , также входящего во второе выражение (2), зависит от значений m_x и $\bar{\lambda}_y$ (или, что то же, от φ_y).

Имеем случай (46), поскольку у нас $0 < m_x = 4,61 < 5$.

У нас коэффициент α_c в зависимости от значений $0 < m_x = 4,61 < 5$ в соответствии с табл. 10.2 [1] равен:

$$\alpha_c = 0,65 + 0,05 \cdot m_x = 0,65 + 0,05 \cdot 4,61 = 0,88.$$

По (53) с учетом (54) при $\bar{\lambda}_y = 3,6 > 3,14$: $\beta_c = \sqrt{\frac{\varphi_c}{\varphi_y}} = \sqrt{\frac{0,615}{0,524}} = 1,08$,

По (57) при $\frac{b_f}{h} = \frac{1}{3,33} = 0,3$ и $\bar{\lambda}_y = 3,6$

$$\text{имеем: } \nu = 1 - \frac{3,6}{14} \cdot (2,12 - 0,3) = 0,532.$$

Тогда при $0 < m_x = 4,61 < 5$ по (46) имеем:

$$c = \frac{1,08}{1 + 0,88 \cdot 0,532 \cdot 4,61} = 0,342 < 1 \quad \text{и}$$

$$c \cdot \varphi_y = 0,324 \cdot 0,524 = 0,179.$$

Имеем случай:

$\varphi_e = 0,171 < c \cdot \varphi_y = 0,179$, разница составляет 4,45%. Этот случай в соответствии с данными табл. 3 носит частный характер, поскольку попадает в окрестности значений: $m_x = 5$ и $\lambda_y = 100$.

Выводы.

1. Как следует из результатов, приведенных в табл. 1, ..., 3, на значения коэффициентов φ_e и c существенно влияют

значения относительных эксцентриситетов m_x , с увеличением которых значения φ_e и c значительно снижаются.

2. Из результатов табл. 3 имеем вывод о том, что **при условии равенства** значений относительных эксцентриситетов m_x в подавляющем большинстве случаев будет иметь место соотношение: $c \cdot \varphi_y < \varphi_e$. Исключение составляет лишь окрестности значений $m_x = 5$ и $\lambda_y = 100$.

3. При **условии различия** значений относительных эксцентриситетов m_x на 15% (значение m_x для вычисления коэффициента c меньше, чем для вычисления коэффициента φ_e), в большинстве случаев (см. табл. 3) также имеет место соотношение: $c \cdot \varphi_y < \varphi_e$, т.е. **запас устойчивости** верхней части ступенчатой колонны **из ее плоскости меньше**, чем в плоскости. В остальных случаях реализуется соотношение $c \cdot \varphi_y > \varphi_e$, однако значения сравниваемых величин достаточно близки, хотя **запасы устойчивости** верхней части колонны **из ее плоскости несколько больше**, чем в ее плоскости.

4. Как показано в работе, при проектировании и расчете верхней части ступенчатой колонны следует иметь в виду соотношение ее гибкостей (28). В табл. 2 и 3 оно учтено условием $\lambda_x = \lambda_y / 3$. При этом учитывалось, что $\lambda_y \leq \lambda_{пред} = 150$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу. – К.: Мінрегіонбуд України, 2014.- 198с.
2. Лихтарников Я.М., Ладыженский Д.В., Клыков В.М. Расчет стальных конструкций: Справ. пособие. - К.: Будівельник, 1984. - 368с.
3. Клименко Ф.Є., Барабаш В.М., Стороженко Л.І. Металеві конструкції: Підручник.-Львів, Світ, 2002.-312с.
4. Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавріненко Л.І., Белов І.Д., Володимирський В.О. Металеві конструкції: Загальний курс: Підручник для вищих навчальних закладів.- К.: Видавництво «Сталь», 2010.-869с.
5. Металлические конструкции. В 3т. Т.2. Конструкции зданий: Учеб. Для строит. вузов/ В.В. Горев, Б.Ю.Уваров, В.В. Филиппов, Б.И. Белый и др. - М.: Высш. шк., 2004. - 528с.
6. Steel designers' manual / the Steel Construction Institute (Great Britain); edited by Buick Davison, Graham W. Owens. A John Wiley & Sons, Ltd., Publication - 7th ed. - 2012. - 1450p.
7. Charles G Salmon, John E Johnson. Steel Structures – Design and Behavior. 3rd Edition. New York: Harper&Row, 1990.
8. Xiao Yan, Anderson J.C. Design of Steel Structures. Higher Education Press. 2007, 262p.

Рецензент: д-р техн. наук І.В. Шумаков

УДК 624.014

**Перетяцько Ю.Г., Чередник Д.Л., Агеєнко С.Б., Ляшенко І.Ю.,
Халметов А., Худайбергенів І.**

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

НОВЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ЖЕСТКОСТЕЙ УЧАСТКОВ СТУПЕНЧАТОЙ КОЛОННЫ СТАЛЬНОГО КАРКАСА

Постановка проблемы. В известной литературе [1-4] традиционный расчет поперечной рамы стального каркаса включает в себя: построение упрощенной П-образной расчетной схемы поперечной

рамы; ее статический расчет; подбор сечений верхней и нижней частей ступенчатой колонны, а также фермы покрытия, и их проверки на прочность и устойчивость по