(steel) under time and after a fire on condition of destruction of fireproof coverages. In this connection there is a necessity for realization of works on an inspection, determination and adjusting of technical state for proceeding in service ability of constructions taking into account the prognosis of possible change of qualificatory parameters of the technical state and possible destruction of constructions after high temperature influences.

The aim of researches consists in development of associate measures in relation to determination of parameters of the technical state of steel constructions of buildings after power and high temperature influences, determination of renewal of term of exploitation or necessity of adjusting of the technical state option by repair, strengthening or replacement of constructions.

In DSTU-H & B. 2.6-211:2016 there are recommendation upon settlement and measures for providing fireresistance of constructions, but there are no requirements in relation to determination of the technical state of steel constructions of buildings and necessity of it's adjusting after influence of high temperatures at a fire. In this connection it is necessary to work out the methods of estimation of the technical state and possibility of his adjusting for further exploitation of constructions of building and building after power and high temperature influences by repair, strengthening or replacement. Keywords: steel constructions, fire-resistance, high temperature influences, technical state, remaining resource.

УДК 69.04

## Семененко Н.В., Албатов А.Ю.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры (ул. Сумская, 40, Харьков, 61002, Украина; e-mail: <u>semenenko n@ukr.net</u>)

# НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГЛАДКОЙ ОРТОТРОПНОЙ ТОРОВОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Задача определения напряженно-деформированного состояния ортотропной торовой оболочки под действием внутреннего давления и радиальных сил приложенных по внешнему и внутреннему экватору является актуальной, имеет практическое значение. Решается в постановке на основе безмоментной теории осесимметричной деформации оболочек с использованием дифференциальных уравнений краевого эффекта. Получены значения внутренних усилий и деформаций. Определены соответствующие напряжения, которые позволяют аналитически определить запас прочности рассматриваемой такого вида комбинированной конструкции. Ключевые слова: торовая оболочка, постоянное давление, безмоментная теория, метод Власова

92

Решение этой задачи для безмоментного напряженно-деформированного состояния (НДС) имеет особенность в осевых перемещениях вдоль линии нулевой Гауссовой кривизны [1]. Для получения корректного решения в мембранной теории оболочки [1], напряженное состояние разделялось на основное и дополнительное. В основном, усилия определялись по уравнениям равновесия без учета деформированной схемы, в дополнительном усилия определялись по уравнениям равновесия, зависимых для деформированного состояния. В практике также известен хороший опыт численной реализации данной задачи в условиях безмоментности [2]. Ниже излагается процедура применения одного из вариантов метода возмущений с использованием идеи полуобратного метода решения задач теории упругости для расчета торовых оболочек.

На рис. 1 а изображена оболочка в начальном и деформированном состоянии  $y, r, \varphi$  – координаты недеформированного состояния, у<sub>1</sub>, r<sub>1</sub>, γ – координаты деформированного состояния. Рассмотрим геометрические соотношения оболочки *ω* – осевое перемещение, направленное вдоль оси вращения оболочки. *U* – радиальное перемещение, направленное по нормали к оси вращения (рис. 1, а).

Из рис. 1, а очевидно

 $y_1 = y + \omega$ 

Дифференцируя это соотношение по дуге  $ds = Rd\varphi$  и учитывая, что

$$\frac{dy}{ds}sin\varphi, \quad \frac{dy_1}{ds_1}sin\gamma$$
  
В результате получим  
$$\frac{d\omega}{Rd\varphi} = \lambda, sin\gamma - sin\varphi. \tag{1}$$

НАУКОВИЙ ВІСНИК БУДІВНИЦТВА, Т. 89, №3, 2017

где  $\lambda_1 = \frac{ds_1}{ds}$  – степень удлинения в направлении меридиана, а  $\lambda_2 = \frac{r_1}{r}$  - степень удлинения в окружном направлении.

Рассмотрим уравнение равновесия кольцевого элемента оболочки, длина меридиана которого *A*′*C*′ (рис. 1, б) (*C* – точка, где касательная к деформированной поверхности меридиана перпендикулярна к оси вращения). Проектируя все силы на ось вращения, имеем

 $q_0(r_1^2 - a_1^2) = 2 r_1 N_1 sin\gamma$  (2) где  $N_1$  – меридиональное усилие,  $q_0$  – внутреннее постоянное давление. Запишем выражение для текущего радиуса  $r_1 = R(k + sin\varphi)\lambda_2$  где  $k = \frac{a}{R}$ .



Рис. 1. Равновесие кольцевого элемента оболочки

Разрешая уравнение (2) относительно siny получим

 $\sin \gamma = \frac{q_0 R}{2N_1} \cdot \frac{[\lambda_2^2 (k + \sin \varphi)^2 - C_1]}{k + \sin \varphi}, \quad C_1 = \frac{a_1^2}{R^2} \quad (3)$ 

где  $a_1$  — расстояние от оси вращения оболочки до центра меридиана в деформированном состоянии. Между степенями удлинения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и внутренними усилиями предполагается линейная физическая зависимость,

$$\lambda_{1} = 1 + \frac{1}{H}(T_{1} - \mu T_{2}), \ \lambda_{2} = 1 + \frac{1}{H}(T_{2} - \mu T_{1}) \quad (4)$$
  
uge  $H = \frac{E\delta_{0}}{q_{0}R}, \ T_{1} = \frac{N_{1}}{q_{0}R}, \ T_{2} = \frac{N_{2}}{q_{0}R},$   
 $a_{1} = 2H + 1 - \mu$ 

 $a_2 = k(2H + 1 - 2\mu), \ a_3 = k(2H + 2 - \mu), \ \delta_0$  – толщина оболочки, Е – модуль упругости,  $\mu$  – коэффициента Пуассона.

Известно, что меридиальное и окружное усилия, радиальное перемещение не имеет особенностей

$$T_{1} = \frac{2k + \sin\varphi}{2(k + \sin\varphi)}, \qquad T_{1} = \frac{1}{2},$$
$$U = \frac{R}{2H} [k(1 - 2\mu) + (1 + \mu)\sin\varphi] (5)$$

Подставляя в уравнение (3) значения усилий (5), а также соответствующее выражение  $\lambda_2$ , получим

 $\sin\gamma = \frac{[(a_2+a_1\sin\varphi)^2 - 4H^2C_1](k+\sin\varphi)}{2H(2k+\sin\varphi)(a_2+a_1\sin\varphi)} \quad (6)$ 

Интегрируя уравнение (1) в соответствии с зависимостью (6) получим

$$\frac{\omega}{R} = a_4\varphi + a_5\cos\varphi + (a_6 - a_7C_1) \times \\ \times \operatorname{arctg} \frac{2k \ tg \frac{\varphi}{2} + 1}{\sqrt{4k^2 - 1}} + \\ + \left(a_8 \operatorname{arcsin} \frac{1 + \frac{a_2}{a_1}\sin\varphi}{\frac{a_2}{a_1} + \sin\varphi} - a_9 \frac{1 + 2k \sin\varphi}{2k + \sin\varphi}\right) \cdot \\ C_1 + C_2 \tag{7}$$

В силу симметрии рассматриваемой задачи, осевые перемещения  $\omega$  в сечениях  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  обращаются в нуль. Тогда выражения для постоянных  $C_1$  и  $C_2$  определяются в виде

$$C_{1} = \frac{2a_{4} + a_{6}}{a_{7} + 2(a_{8} - a_{9})},$$

$$C_{2} = \frac{a_{7}a_{4} - (a_{8} - a_{9})a_{6}}{a_{7} + 2(a_{8} - a_{9})} \arcsin \frac{1}{2k},$$

$$r_{2} = a_{4} = \frac{ka_{2}(1-\mu)}{4H^{2}}, a_{5} = 1 - \frac{a_{2}^{2}}{4H^{2}},$$

$$a_{6} = \frac{k^{2}(a_{2} - 1)(a_{2} - \mu)}{2H^{2}\sqrt{4k^{2} + 1}},$$

$$a_{7} = \frac{2}{\sqrt{4k^{2} + 1}}, a_{8} = \frac{1+\mu}{a_{2} + \mu} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\frac{a_{1}}{a_{2}})^{2} - 1}},$$

$$a_{9} = \frac{1+\mu}{a_{1} + \mu} \cdot \frac{1}{\sqrt{4k^{2} - 1}}$$

При помощи данной методики осевые перемещения определяются в виде не содержащем типичных особенностей в полюсных точках тора, НДС изотропной торовой оболочки определяется зависимостями (5), (7), (8).

НАУКОВИЙ ВІСНИК БУДІВНИЦТВА, Т. 89, №3, 2017

93

С учетом ортотропии материала торовой оболочки по двум ее главным направлениям кривизны, осевое перемещение принимает вид

$$\begin{split} \frac{\omega}{R} &= \overline{a_4}\varphi + \overline{a_5}\cos\varphi + (\overline{a_6} - \overline{a_7} \cdot \overline{c_1}) \times \\ &\times \operatorname{arctg} \frac{2k \ tg \frac{\varphi}{2} + 1}{\sqrt{4k^2 - 1}} + \\ &+ \left(\overline{a_8}\operatorname{arcsin} \frac{1 + a_{10} \sin\varphi}{a_{10} + \sin\varphi} - \\ &- \overline{a_9}\operatorname{arcsin} \frac{1 + 2k \sin\varphi}{2k + \sin\varphi}\right)\overline{c_1} + \overline{c_2} \qquad (9) \end{split}$$

$$\begin{split} \text{где } H_1 &= \frac{E_1\delta_0}{q_0R}, \ H_2 &= \frac{E_2\delta_0}{q_0R}, \\ &\alpha &= \left[\frac{H_1}{H_2}(2 - \mu_2) + 1\right], \\ &\beta &= \left[H_1\left(2 + \frac{1}{H_2}\right) - \mu_1\right], \\ &\overline{a_4} &= \frac{K}{4H_1^2}(\beta - \mu_1\alpha), \overline{a_5} = 1 - \frac{\alpha\beta}{4H_1^2}, \\ &\overline{a_6} &= \frac{k^2(\alpha - 1)(\beta + \mu_1)}{2H_1^2\sqrt{4k^2 + 1}}, \ \overline{a_7} &= \frac{\alpha}{\beta}a_7, \\ &\overline{a_8} &= \frac{a_{11}}{2k - a_{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a_{10}^2 - 1}} \\ &\overline{a_9} &= \frac{a_{11}}{2k - a_{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4k^2 - 1}}, \\ &\overline{a_{10}} &= k\left(1 - \frac{\mu_1}{\beta}\right), \overline{a_{11}} &= \frac{k}{\beta}\left(\frac{\mu_1\alpha}{\beta} + 1\right) \\ &= c = \frac{2\overline{a_4} + \overline{a_6}}{c} \end{split}$$

$$C_1 - \frac{\overline{a_7} + 2(\overline{a_8} - \overline{a_9})'}{\overline{a_7} + 2(\overline{a_8} - \overline{a_9})\overline{a_6}}$$
$$C_2 = \frac{\overline{a_7} \cdot \overline{a_4} - (\overline{a_8} - \overline{a_9})\overline{a_6}}{a_7 + 2(a_8 - a_9)} \arcsin\frac{1}{2k}.$$
 (10)

Радиальное перемещение с учетом ортотропии материала торовой оболочки определяется

 $U = \frac{R}{2H_1H_2} [k(H_1 - 2\mu_1H_2) + (H_1 - \mu_1H_2)sin\varphi] (11)$ 

Вычисленные осевые перемещения по Формулам (9), (10) для различных параметров к и Н, сопоставлялись с результатами работы [2] (погрешность не превышает 5%) и с результатами работы [3] (погрешность не превышает 10%).

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Балабух Л.И., Алтухов Н.А., Усюкин В.И. Строительная механика ракет. М: Высшая школа, 1984.

- Бицерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение. 1977.
- Каменский В.Н., Осьмачко А.И., Проскурин П.С. Автоматизированная система программного обеспечения МКЭ для ОС, ЕС, ЭВМ. -Математические модели процессов и конструкций энергетических турбомашин в системах их автоматизированного проектирования. Тез. докл. Харьков, 1982. - С. 59-60.
- Усюкин В.И. Деформация мембранных торовых оболочек. Тр. VI Всесоюзной конференции по терии оболочек и пластинок.\_М.: Наука, 1966. - С. 766-771.
- Усюкин В.И. Нелинейные деформации мембранной торовой оболочки. Мех.тв.тела. 1969. №6.- С. 56-70.
- 6. Интегральные исчисления. XHУCA- Харьков. 2015.
- Практикум по курсу «Сопротивление материалов с основами теории упругости». - Харьков.-ХНУСА. - 2012.

#### Семененко Н.В., Албатов А.Ю. НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ГЛАДКОЇ ОРТО-ТРОПНОЇ ТОРОВОЇ ОБОЛОНКИ ПРИ ПОС-ТІЙНОМУ ТИСКУ

Завдання визначення напружено-деформованого стану ортотропних торів оболонки під дією внутрішнього тиску і радіальних сил прикладених по зовнішньому і внутрішньому екватора є актуальною, має практичне значення. Вирішується в постановці на основі безмоментної теорії осісиметричної деформації оболонок з використанням диференціальних рівнянь крайового ефекту. Отримано значення внутрішніх зусиль і деформацій. Визначено відповідні напруги, які дозволяють аналітично визначити запас міцності розглянутої такого виду комбінованої конструкції.

Ключові слова: торова оболонка, постійний тиск, безмоментна теорія, метод Власова

### Semenenko NV, Albatov A.Y. STRESS-STRAIN STATE OF A SMOOTH ORTHOTROPIC TORUS SHELL AT CONSTANT PRESSURE

Problem of definition it is intense - deformed conditions orthotropnoy torovoy environments under action of internal pressure and radialforces enclosed on external equator is actual has practical value. Is solved in statement on a basis withoutrorent theories an axis of symmetric defortations of environments with use of the differential equations of regional effect. Values of internal efforts and deformations are received. Corresponding voltage which allow to define analytically the considered safety facto of such kind of the combined design are determined.

**Keywords:** torus shell, constant pressure, membraneless theory, Vlasov's method

НАУКОВИЙ ВІСНИК БУДІВНИЦТВА, Т. 89, №3, 2017