

Кожушко В.П., Краснов С.М.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
(ул. Ярослава Мудрого, 25, Харьков, 61002, Украина; e-mail: kozhusko_vp@ukr.net
krasnov56@ukr.net; orcid.org/0000-0002-7044-776X; orcid.org/0000-0002-2375-4273)

РАБОТА ПОЛОСЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ, НАГРУЖЕННОЙ ПО ВСЕЙ ЕЁ ДЛИНЕ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКОЙ

Рассмотрен вопрос об изменении фермы эпюры реактивных давлений и ее численных значений в зависимости от гибкости системы «полоса – грунтовое основание» при описании работы грунтового массива различными моделями (линейно-деформируемой полуплоскостью, линейно-деформируемым слоем конечной толщины и винклеровским основанием). Акцентируется внимание на том факте, что неправильное использование модели грунта или игнорирование жесткостных показателей системы «полоса-грунт» может привести к значительному изменению напряженно-деформированного состояния системы.

Ключевые слова: равномерно распределенная нагрузка, показатель гибкости системы «полоса-грунт», линейно-деформируемая полуплоскость, линейно-деформируемый слой конечной толщины, винклеровское основание, эпюра реактивных давлений, изгибающие моменты.

Введение. Исследованию работы полос (балок) на упругом основании посвящено большое количество работ. Только перечень некоторых работ [1- 7, 10-21] говорит о сложности рассматриваемого вопроса как с точки зрения задач теории упругости, так в математическом плане. Более простое решение этой задачи предложил Б.Н. Жемочкин [8], заменяя методы решения теории упругости смешанным методом строительной механики. Используя эти решения, в работе [9] рассмотрены вопросы работы любых (коротких и длинных) полос на линейно-деформируемом слое конечной толщины. Интересным является вопрос о напряженно-деформированном состоянии системы «полоса-грунта при загрузении полосы равномерно распределённой по ее длине нагрузкой.

Анализ публикаций. Рассматривая данные исследования разных авторов [1- 9], можно сделать вывод, что вопрос о напряженно-деформированном состоянии системы «полоса-грунт» при загрузении полосы равномерно распределенной нагрузкой недостаточно исследован.

Цель и постановка задачи. Целью данной работы является анализ результатов расчета полос на упругом основании,

описываемым тремя моделями грунтового основания, при загрузении полосы равномерно распределенной по всей ее длине нагрузкой.

Реализация задачи. При исследовании данного вопроса воспользуемся работой [9], в которой на основании решений Б.Н. Жемочкин [8] разработан единый подход к решению значительного класса контактных задач: расчету коротких полос (балок, свободно лежащих на грунтовом основании, коротких полос с любыми закреплениями их концов, полубесконечных и бесконечных полос). Работа грунтового основания описывается моделью в виде линейно-деформируемого слоя конечной толщины. Для облегчения расчетов составлены таблицы единичных реактивных усилий, углов поворота и прогибов фиктивного защемления полос от единичных сосредоточенных сил, единичных моментов и единичных распределенных нагрузок, что позволяет решать контактные задачи при любом виде поперечно приложенных к полосе внешних нагрузок или пригрузок.

Анализ табличных значений показал, что в зависимости от относительной толщины сжимаемого слоя грунта c/H , работа грунтового основания может быть

описана моделью Винклера, линейно-деформируемой полуплоскостью или линейно-деформируемым слоем конечной толщины (c -длина участка разбивки полосы; H -толщина сжимаемого слоя грунта). Например, при $c/H=1/32$, $1/16$ работа грунтового основания описывается моделью в виде линейно-деформируемой полуплоскости, при $c/H=1/8$ и до 1) – моделью в виде слоя конечной толщины, а при $c/H \geq 2$ - моделью Винклера.

Проанализируем работу системы «полоса-грунт» при толщине слоя $c/H=1/32$ для трех значений показателя гибкости α [9], равного 0; 0,128 и 0,497. Аналогичные показатели гибкости t по М.И. Горбунову-Пасадову будут соответственно равны 0; 3 и 10.

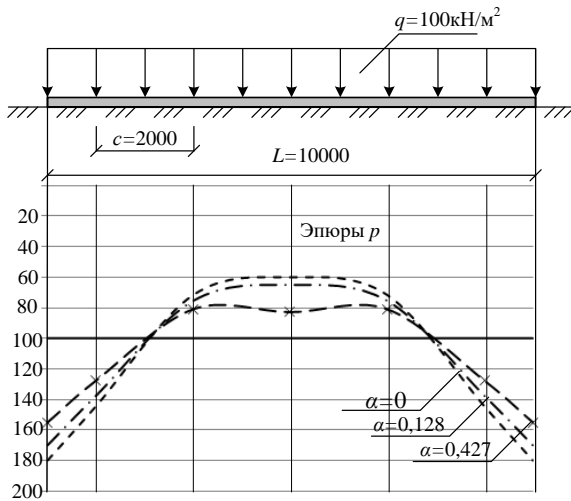


Рис. 1. Эпюры реактивных давлений ($c/H=1/32$)

На рис. 1 приведены основные размеры полосы, нагруженной равномерно распределённой нагрузкой интенсивностью $q=100\text{кН/м}^2$. Полосу длиной 10 м разбиваем на 5 участков, длина которых в данном случае $c=l/5=10/5=2$ м. По методу Б.Н. Жемочкина [8] в середине участков поставлены стерженьки, а равномерно распределенная нагрузка заменена системой сосредоточенных сил $P_i=qc$, приложенных над каждым стерженьком. Для решения задачи (сначала при показателе жесткости системы $\alpha=0$) из работы [9] выпишем усилия \bar{Y}_i в стерженьках от единичной распределенной нагрузки $P_i=qc=1$. Эти единичные значения \bar{Y}_i приведены ниже. Они равны:

$$\begin{aligned} P_1=qc=1 & \quad P_2=1 & \quad P_3=1 & \quad P_4=1 & \quad P_5=1 \\ \bar{Y}_1=0,7391; & \quad 0,5140; & \quad 0,2888; & \quad 0,0637; & \quad -0,1614; \\ \bar{Y}_2=0,2428; & \quad 0,1930; & \quad 0,1433; & \quad 0,0935; & \quad 0,0437; \\ \bar{Y}_3=0,1358; & \quad 0,1358; & \quad 0,1358; & \quad 0,1358; & \quad 0,1358; \\ \bar{Y}_4=0,0437; & \quad 0,0935; & \quad 0,1433; & \quad 0,1930; & \quad 0,2428; \\ \bar{Y}_5=-0,1614; & \quad 0,0637; & \quad 0,2888; & \quad 0,5140; & \quad 0,7391. \end{aligned}$$

Реактивные давления в пределах каждого участка разбивки определяем по формуле,

$$P_i = \sum_{i=1}^5 \bar{Y}_i \cdot q = q \sum_{i=1}^5 \bar{Y}_i = 100 \sum_{i=1}^5 \bar{Y}_i$$

приведенной в работе [9].

Покажем, как, имея данные о единичных реактивных усилиях в стерженьках, определить реактивные давления. Используя приведенную формулу, имеем:
 $p_1=p_5=(0,7391+0,5140+0,2888+0,0637-0,1614) \cdot 100=144,42$ кПа;
 $p_2=p_4=(0,2428+0,1930+0,1433+0,0935+0,0437) \cdot 100=71,63$ кПа;
 $p_3=0,1358 \cdot 5 \cdot 100=67,90$ кПа.

По этим данным построена эпюра реактивных давлений (см. рис. 1 пунктирная линия). На этом же рисунке (сплошная линия) нанесена эпюра реактивных давлений, построенная без учета совместной работы полосы и грунта основания. Интенсивность давления этой эпюры $p=q \cdot l/l=100 \cdot 10/10=100$ кПа.

При неучете совместной работы полосы с грунтом изгибающие моменты равны нулю, т.е. полоса при загрузке ее равномерно распределенной нагрузкой не изгибается, что противоречит данным испытаний. В действительности в полосе возникают значительные изгибающие моменты при расчете по методике, разработанной в работе [8]. При показателе гибкости $\alpha=0$ системы «полоса-грунт» значения изгибающих моментов будут иметь следующие значения:

$$\begin{aligned} M_0 &= 0; \quad M_1=144,42 \cdot 2 \cdot 1 - 100 \cdot 2 \cdot 1 = 88,84 \text{ кНм}; \\ M_2 &= 144,42 \cdot 2 \cdot 3 + 71,63 \cdot 2 \cdot 1 - 100 \cdot 4 \cdot 2 = 209,78 \text{ кНм}; \\ M_{2-3} &= 144,42 \cdot 2 \cdot 4 + 71,63 \cdot 2 \cdot 2 + 67,90 \cdot 1 \cdot 0,5 - \\ & - 100 \cdot 5 \cdot 2,5 = 221,83 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

Эпюра изгибающих моментов при $\alpha=0$ показана на рис. 2 пунктирной линией.

При показателе гибкости системы $\alpha=0,128$ значения ординат эпюры реактивных давлений будут равны

$$p_1=p_5=137,53 \text{ кПа}; \quad p_2=p_4=75,44 \text{ кПа}; \\ p_3=74,06 \text{ кПа}.$$

Эта эпюра на рис.1 показана штрихпунктирной линией.

Изгибающие моменты в точках 0, 1...5 будут иметь следующие значения:

$$M_0=M_5=0; \quad M_1=M_4=75,06 \text{ кНм}; \\ M_2=M_3=176,06 \text{ кНм}; \quad M_{2-3}=189,03 \text{ кНм}.$$

Эпюра изгибающих моментов приведена на рис. 2 штрихпунктирной линией.

Аналогичным способом рассчитаны ординаты эпюры реактивных давлений и величины изгибающих моментов при $\alpha=0,427$. Значения ординат эпюры реактивных давлений $p_1=p_5=127,67$ кПа; $p_2=p_4=80,91$ кПа; $p_3=82,84$ кПа. Изгибающие моменты в полосе значительно уменьшаются ($M_0=0$; $M_1=55,34$ кНм; $M_2=127,84$ кНм; $M_{2-3}=136,42$ кНм, см. рис. 2). Таким образом, максимальные изгибающие моменты при $\alpha=0,427$ по сравнению с моментами в жесткой системе (при $\alpha=0$) уменьшаются в $221,83/136,42=1,63$ раза. При неучете же совместной работы полосы с грунтом получаем, как уже было упомянуто ранее, абсурдные результаты о величине изгибающих моментов. Как уже было замечено ранее, изгибающие моменты равны нулю, т.е. полоса на грунтовом основании не изгибается.

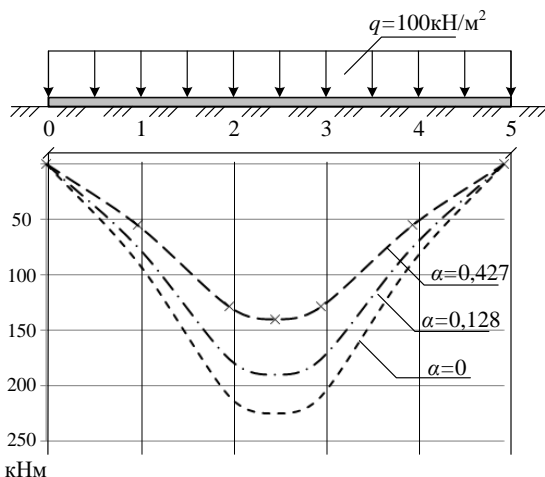


Рис. 2. Эпюры изгибающих моментов ($c/H=1/32$)

Еще большие изменения напряженно-деформированного основания происходят в полосе на линейно-деформируемом слое конечной толщины.

Рассмотрим эту же полосу на слое толщиной $c/H=0,5$. Реактивные давления при изменении гибкости системы от жесткой ($\alpha=0$) до гибкой ($\alpha=0,427$) изменяются незначительно, а эпюра реактивных давлений по форме приближается к прямолинейной (рис. 3). Эти давления равны при: $\alpha=0$: $p_1=p_2=117,60$ кПа; $p_2=p_4=87,24$ кПа; $p_3=90,32$ кПа; $\alpha=0,128$: $p_1=p_2=114,68$ кПа; $p_2=p_4=88,86$ кПа; $p_3=92,92$ кПа; $\alpha=0,427$: $p_1=p_2=110,70$ кПа; $p_2=p_4=91,10$ кПа; $p_3=96,40$ кПа

Таким образом, реактивные давления под серединами первого и пятого участков изменяются в $117,60/110,70=1,06$ раза, уменьшаясь с увеличением α , а под серединой полосы – в $96,4/90,32=1,07$ раза, увеличиваясь с ростом показателя гибкости α . На рис. 3 эти эпюры практически совпадают.

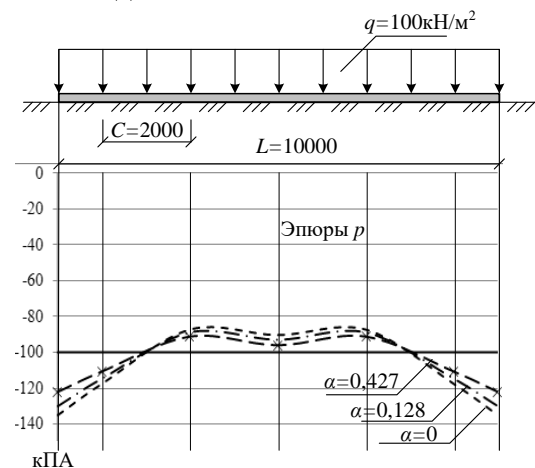


Рис. 3. Эпюры реактивных давлений ($c/H=0,5$)

Несмотря на незначительное отличие в значениях реактивных давлений при разных величинах α , изгибающие моменты под серединой полосы существенно меняются. По предыдущей методике определены изгибающие моменты. Они имеют следующие значения: $\alpha=0$; $M_0=0$; $M_1=35,20$ кНм; $M_2=80,08$ кНм; $M_{2-3}=84,92$ кНм; $\alpha=0,128$; $M_0=0$; $M_1=29,39$ кНм; $M_2=65,80$ кНм; $M_{2-3}=69,34$ кНм; $\alpha=0,427$; $M_0=0$; $M_1=21,40$ кНм; $M_2=46,40$ кНм; $M_{2-3}=48,20$ кНм

Таким образом, с увеличением показателя жесткости α системы «полоса-

грунт» от $\alpha=0$ до $\alpha=0,427$ максимальные изгибающие моменты под серединой полосы существенно уменьшаются (в $84,92/48,20=1,76$ раза). Эпюры изгибающих моментов приведены на рис. 4.

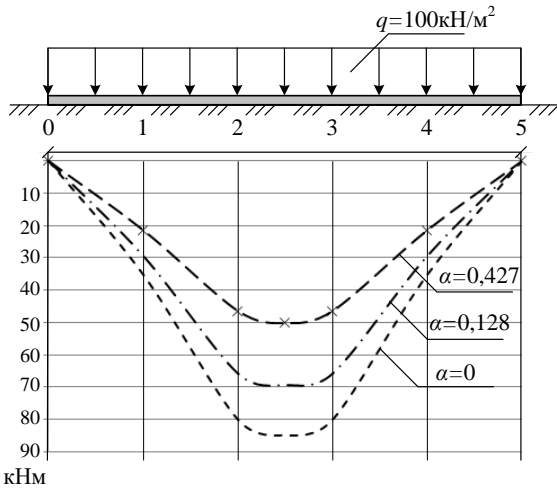


Рис. 4. Эпюры изгибающих моментов ($c/H=0,5$)

При относительной толщине сжимаемого слоя $c/H=4$ грунтовое основание работает по модели Винклера. При этом при всех значениях показателя гибкости системы α «полоса-грунт» эпюры реактивных давлений будут линейными (в виде равномерно распределенной нагрузки интенсивностью $p=100$ кПа), изгибающие моменты будут равны нулю, т.е. полоса не изгибается.

Результаты расчетов для трех моделей грунтового основания и трех показателей гибкости приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1 – Реактивные давления под средней полосой, кПа

c/H	Без учета совместной работы			
	$\alpha=0$	$\alpha=0,128$	$\alpha=0,427$	
1/32	100	67,90	74,06	82,84
1/2	100	90,32	92,92	96,40
4	100	100	100	100

Таблица 2 – Изгибающие моменты в среднем сечении полосы, кНм

c/H	Без учета совместной работы			
	$\alpha=0$	$\alpha=0,128$	$\alpha=0,427$	
1/32	0	221,83	189,03	136,42
1/2	0	84,92	69,34	18,20

4 0 0 0 0

Анализ результатов расчета, приведенных в табл. 1 и 2, показывают, что как реактивные давления, так и изгибающие моменты в полосе изменяются в значительных пределах в зависимости от применяемой модели грунта и показателя гибкости α .

Реактивные давления по середине полосы изменяются в пределах от 100 до 67,9 кПа, а изгибающие моменты от 0 до 221,83 кНм.

Выводы

1. Неправильное применение модели грунта при загрузении полосы равномерно распределенной нагрузкой может привести к абсолютно различным результатам. При применении одной из рассматриваемых в статье моделей изгиб полосы не происходит, а при применении другой модели в полосе возникают значительные изгибающие моменты
2. При увеличении показателя гибкости системы «полоса-грунт» изгибающие моменты по всей длине полосы значительно уменьшаются.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Симвулиди И.А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1987. 576 с.
2. Попов Г.Я. Комплексные задачи для линейно-деформируемого основания. М.: Высш. шк., 1982. 167 с.
3. Овечкин А.М. Расчет балок на упругом основании. Метод сечений. М.: 1986. 149 с.
4. Крашенинникова Г.В. Расчет балок на упругом основании конечной глубины. М. – Л.: Энергия, 1964. 96 с.
5. Клепиков С.Н. Расчет конструкций на упругом основании. К.: Будівельник 1967. 184 с.
6. Горлов А.М., Серебряный Р.В. Автоматизированный расчет прямоугольных плит на упругом основании. М.: Стройиздат, 1968. 208 с.
7. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А., Соломин В.И. Расчет конструкций на упругом основании. 3-е изд., перераб и доп. М.: Стройиздат, 1984. 679 с.

8. Жемочкин Б.Н., Синицын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и полос на упругом основании. М.: Госстройиздат, 1962. 239 с.
9. Кожушко В.П. Расчет инженерных конструкций на линейно-деформируемом слое конечной толщины. К.: УМК ВО, 1990. 108 с.
10. Кожушко В.П., Лысяков И.Н. Анализ результатов расчета фундамента по двум моделям грунтового основания. Науковий вісник будівництва. Харків, 2017. Т.89. №3. С.78–84.
11. Кожушко В.П. Расчет полос (балок) на грунтовом основании при одновременном их опирании на опоры. Науковий вісник будівництва. Харків, 2005. Вип. 34. С.71–77.
12. Кожушко В.П. расчет фундаментов на набухающих грунтах. Науковий вісник будівництва. Харків, 2004. Вип. 27. С.40–48.
13. Кожушко В.П. Определение углов поворота и осадок полос (балок) на линейно-деформируемом основании по линиям влияния. Науковий вісник будівництва. Харків, 2003. Вип. 20. С.252–257.
14. Кожушко В.П. Расчет балок на грунтовом основании с учетом нелинейности деформирования железобетона. Науковий вісник будівництва. Харків, 2002. Вип. 19. С.34–38.
15. Кожушко В.П. Определение перемещений ступенчатых балок от единичных изгибающих моментов. Науковий вісник будівництва. Харків, 2002. Вип. 18. С.73- 76.
16. Репников Л.Н. Расчет конструкций на комбинированном основании. М.: Стройиздат, 1973. 128 с.
17. Горбунов-посадов М.И., Маликова Т.А., Расчет конструкций на упругом основании. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1973. 627 с.
18. Глушков Г.С. Инженерные методы расчетов на прочность и жесткость. Изд. Третье, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1971. 384 с.
19. Лучковский И.Я. Взаимодействие конструкций с основанием. Библиотека журнала ITE. Т.3. Харків: ХДАГХ, 2000. 264 с.
20. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред: пер. с англ. М.: Мир, 1974. 318 с.
21. Майз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред: пер. с англ. М.: Мир, 1974. 318 с.

Кожушко В.П., Краснов С.М. РОБОТА СМУГИ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ, НАВАНТАЖЕНОЇ ПО ВСІЙ ЇЇ ДОВЖИНІ РІВНОМІРНО РОЗПОДІЛЕНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ. Розглянуто питання про змінення форми епюри реактивних тисків і її числових значень у залежності від гнучкості системи «смуга-грунтова основа» при описанні роботи грунтового масиву різними моделями (лінійно-деформівною півплощиною, лінійно-деформівним шаром скінченної товщини і вінклеровською основою). Акцентовано увагу на тому факті, що неправильне використання моделі ґрунту або ігнорування жорсткісних показників системи «смуга-ґрунт» може призвести до значної зміни напружено-деформівного стану системи.

Ключові слова: рівномірно розподілене навантаження, показник гнучкості системи, «смуга-ґрунт», лінійно-деформівна півплощина, лінійно-деформівний шар скінченної товщини, вінклерівська основа, епюра реактивних тисків, згинальні моменти.

Kozhusko V.P., Krasnov S.N. OPERATION OF LANES ON THE ELASTIC BASE, LOADED OVER THE WHOLE LENGTH WITH A UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD. The issue of changing the reactive pressures epure truss and its numerical values depending on the flexibility of the “lane – soil basement” system when describing the operation of a soil array with various models (linearly deformable half-plane, linearly deformable layer of finite thickness and the Winkler base) is considered. Special attention is focused on the fact that improper use of the soil model or ignoring the rigid indicators of the “lane-soil” system can cause a significant change in the stress-strain state of the system.

Keywords: uniformly distributed load, “lane-soil” flexibility indicator, linearly deformable half-plane, linearly deformable layer of finite thickness, Winkler base, reactive pressure diagram, bending moments.