DOI: 10.29295/2311–7257–2019–97–3–105–109
УДК 519.6

Козачина В.А., Шинкаренко В.І., Габрінець В.О., Горячкін В.М.
Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна (вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010; e-mail: diit.hydro.eco@gmail.com, water.supply.treatment@gmail.com, orcid.org/0000-0002-6894-5532, orcid.org/0000-0001-8738-7225, orcid.org/0000-0002-6115-7162, orcid.org/0000-0002-8952-952X)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ОЧИСТКИ СТІЧНИХ ВОД

В даній роботі описано побудову чисельних моделей для оцінки ефективності роботи горизонтальних відстійників, що використовуються в системах очистки стічних вод. Особливістю запропонованих чисельних моделей є можливість моделювання поля швидкості та процесу переносу домішки з урахуванням геометричної форми горизонтальних відстійників та можливістю використання в них додаткових елементів типу пластин. Процес масопереносу домішки у горизонтальних відстійниках розраховується на базі двовимірного рівняння розповсюдження домішки. Це рівняння враховує конвективний перенос домішки та перенос домішки за рахунок дифузії. Нерівномірне поле швидкості розраховується на базі двох гідродинамічних моделей. Перша гідродинамічна модель – це система рівнянь вихрових течій ідеальної рідини. Друга гідродинамічна модель – це система рівнянь Нав'є-Стокса, що записані у змінних «вихор-функція току». Для чисельного інтегрування моделюючого рівняння масопереносу використовується різницеві схеми розщеплення. Базове рівняння масопереносу попередньо розщеплюється на рівняння, що враховує лише конвективний перенос домішки у відстійнику, та на рівняння, що враховує перенос домішки за рахунок дифузії. Для чисельного інтегрування моделюючих рівнянь гідродинаміки використовуються неявні різницеві схеми розчеплення. Чисельний розрахунок здійснюється на прямокутній різницевій сітці. Час розрахунку одного варіанту завдання складає декілька секунд. Видаються результати проведеного обчислювального експерименту.
Ключові слова: математичне моделювання, очисні споруди, горизонтальний відстійник.

Вступ. При проектуванні очисних споруд, з метою оцінки їх ефективності роботи при різних режимах експлуатації, при різних навантаженнях, дуже важливо мати математичні моделі, що дозволяють оперативно, протягом одного робочого дня отримувати необхідні дані [1- 3, 5, 7- 9]. Як відомо, в теперішній час до таких моделей ставлять такі умови: врахування геометричної форми споруди, врахування різних режимів її роботи, можливість проведення розрахунків для споруд, що мають додаткові елементи. Найбільш ефективним методом вирішення задач такого класу є чисельне моделювання. Але при використанні чисельного моделювання виникають деякі складнощі, найбільшим з яких є дуже значні витрати комп'ютерного часу при реалізації чисельної моделі. Тому на практиці вкрай важливо мати швидкорозрахункові чисельні моделі, для реалізації яких на комп'ютері потрібно декілька хвилин.

Аналіз літературних джерел. При вирішенні задач очистки стічних вод за допомогою різних споруд, використовуються емпіричні моделі [4, 12], аналітичні моделі [3, 4, 7, 10, 11, 13]. Моделі даних класів зручні для практичного використання, потребують малу кількість часу для отримання необхідних даних, широко використовуються на практиці. Але недоліком цих моделей є неможливість врахування геометричної форми споруди, нерівномірного потоку в споруді. Чисельні моделі [1, 2, 6, 14] дозволяють проводити розрахунки з урахуванням геометричної форми споруд, але в деяких випадках потребуються значного часу на практичну реалізацію [14].

Метою даної роботи є розробка чисельних моделей для оцінки ефективності роботи горизонтальних відстійників.

Постановка задачі. Розглядатиметься рух стічних вод в горизонтальному відстійнику. Ставиться задача розробки математичної моделі масопереносу та гідродинаміки течії у відстійнику, яка дозволяла б враховувати геометричну форму очисної споруди.

Математична модель масопереносу. Процес масопереносу моделюється наступним рівнянням [1, 2, 6, 14]:

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial uC}{\partial x}+\frac{\partial (v-w)C}{\partial y}+\sigma C=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x\frac{\partial C}{\partial x}\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y\frac{\partial C}{\partial y}\right), \quad (1)$$

де C – концентрація домішки; u, v – компоненти вектора швидкості потоку в напрямку осей x і y; w– швидкість осадження частинок; μ_x, μ_y – коефіцієнти турбулентної дифузії; x, y – декартові координати; σ – коефіцієнт, що враховує процес флокуляції і розпаду частинок, а також біохімічне окислення.

Для розв'язання рівняння (1) необхідно сформулювати наступні граничні умови. На дні відстійника в чисельній моделі реалізується граничні умова «поглинання» забруднювача, який випадає з потоку зі швидкістю w. На вхідній границі (границя входу потоку стічних вод у відстійника) ставиться умова:

$$C| = C_0,$$

де C_0– відоме значення концентрації домішки.

Відмітимо, що розроблена чисельна модель дозволяє враховувати зміну концентрації домішок на вході у відстійник з плином часу. На практиці, для такого врахування, користувач, при зверненні до підпрограм для розрахунку масопереносу домішок у відстійнику, повинен вказати залежність $C_0=f(t)$, t – час.

На вихідній границі розрахункової області, в чисельній моделі ставиться м'яка гранична умова, яка в чисельній моделі записується так:

$$C(i+1,j)=C(i,j), \quad (2)$$

де i+1, j – номер останньої (граничної) різницевої комірки.

В початковий момент часу покладається C=0 в розрахунковій області

Моделі гідродинаміки. Для розрахунку нерівномірного поля швидкості течії у відстійнику будемо враховувати дві математичні моделі механіки суцільного середовища. Перша модель – це модель вихрового руху нев'язкої рідини. Базовими рівняннями цієї моделі є наступні рівняння:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial u\omega}{\partial x}+\frac{\partial v\omega}{\partial y}=0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}=-\omega \quad (4)$$

де u, v – компоненти векторів швидкості потоку в напрямку осей x и y; ω– вихор; ψ – функція току.

Постановка граничних умов для системи рівнянь (3)-(4) наведено в роботі [2].

Друга математична модель гідродинаміки – рівняння Нав'є-Стокса. В роботі будуть використовуватись ці рівняння, що записані у змінних «вихор-функція току». Моделюючі рівняння мають вигляд:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial u\omega}{\partial x}+\frac{\partial v\omega}{\partial y}=\frac{1}{Re\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}=-\omega, \quad (6)$$

де Re=V_0L/υ – число Рейнольдса, (тут υ – кінематичний коефіцієнт в'язкості); ψ– функція току; $\omega=\partial v/\partial x-\partial u/\partial y$ – вихор; $u=\partial\psi/\partial y$; $v=\partial\psi/\partial x$ – компоненти вектору швидкості водного потоку; L – характерний лінійний розмір; V_0 – характерна швидкість.

Постановку крайових умов розглянуто у [2].

Метод рішення. Для чисельного інтегрування рівняння (1) попередньо здійснюється фізичне розщеплення у вигляді:

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial uC}{\partial x}+\frac{\partial (v-w)C}{\partial y}+\sigma C=0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x\frac{\partial C}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y\frac{\partial C}{\partial y}\right). \quad (8)$$

Рівняння (7) описує міграцію домішки по траєкторіях, а рівняння (8) – міграцію домішки в силу дифузії. Виконаємо наступну апроксимацію похідних, що входять в дане рівняння [2]:

$$\frac{\partial C}{\partial t}\approx\frac{C_{ij}^{n+1}-C_{ij}^{n}}{\Delta t},$$
$$\frac{\partial uC}{\partial x}=\frac{\partial u^+C}{\partial x}+\frac{\partial u^-C}{\partial x},$$
$$\frac{\partial vC}{\partial y}=\frac{\partial v^+C}{\partial y}+\frac{\partial v^-C}{\partial y},$$

де $u^+=\frac{u+|u|}{2}$, $u^-=\frac{u-|u|}{2}$, $v^+=\frac{v+|v|}{2}$, $v^-=\frac{v-|v|}{2}$.

$$\frac{\partial u^+C}{\partial x}\approx\frac{u_{i+1,j}^{+}C_{ij}^{n+1}-u_{ij}^{+}C_{i-1j}^{n+1}}{\Delta x}=L_x^+C^{n+1},$$
$$\frac{\partial u^-C}{\partial x}\approx\frac{u_{i+1,j}^{-}C_{i+1,j}^{n+1}-u_{ij}^{-}C_{ij}^{n+1}}{\Delta x}=L_x^-C^{n+1},$$
$$\frac{\partial v^+C}{\partial y}\approx\frac{v_{i,j+1}^{+}C_{ij}^{n+1}-v_{ij}^{+}C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y}=L_y^+C^{n+1},$$
$$\frac{\partial v^-C}{\partial y}\approx\frac{v_{i,j+1}^{-}C_{i,j+1}^{n+1}-v_{ij}^{-}C_{ij}^{n+1}}{\Delta y}=L_y^-C^{n+1}.$$

Похідні другого порядку апроксимуються наступним чином:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x}\right) \approx \tilde{\mu}_{x_1} \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{ij}^{n+1}}{\Delta x^2} -$$

$$\tilde{\mu}_{x_2} \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^{-} C^{n+1} + M_{xx}^{+} C^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y}\right) \approx \tilde{\mu}_{y_1} \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{ij}^{n+1}}{\Delta y^2} -$$

$$\tilde{\mu}_{y_2} \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} = M_{yy}^{-} C^{n+1} + M_{yy}^{+} C^{n+1}.$$

Тут введено позначення: v=v-w. Введено позначення різницевих операторів: $L_x^+, L_x^-, L_y^+, L_y^-, L_z^+, L_y^-, M_{xx}^+, M_{xx}^-$.

Після апроксимації проводиться наступне розщеплення:

– на першому кроці (k=1/4) різницеве рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{ij}^{n+k} - C_{ij}^{n}}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(L_x^+ C^k + L_y^+ C^k\right) + \frac{\sigma}{2} C_{ij}^{n} = 0;$$

– на другому кроці (k=n+1/2; c=n+1/4) різницеве рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(L_x^- C^k + L_y^- C^k\right) + \frac{\sigma}{2} C_{ij}^{k} = 0;$$

– на третьому кроці (k=n+3/4; c=n+1/2) різницеве рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\left(M_{xx}^{-} C^c + M_{xx}^{+} C^k + M_{yy}^{-} C^c + \right.$$
$$\left. + M_{yy}^{+} C^k\right);$$

– на четвертому кроці (k=n+1; c=n+3/4) різницеве рівняння має:

$$\frac{C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\left(M_{xx}^{-} C^k + M_{xx}^{+} C^c + M_{yy}^{-} C^k + \right.$$
$$\left. + M_{yy}^{+} C^c\right).$$

На кожному кроці розщеплення розрахунок невідомої концентрації здійснюється за методом «біжучого» розрахунку, тобто за явною формулою.

Для чисельного інтегрування системи рівнянь гідродинаміки (3)-(6) використовуються неявні різницеві схеми розщеплення [1, 2].

Результати. Побудовані чисельні моделі були запрограмовані з використанням алгоритмічної мови ФОРТРАН. Для проведення розрахунків на базі розроблених пакетів програм потрібно задачти наступну вхідну інформацію:

1) геометричну форму споруди;
2) витрату стічних вод;
3) концентрацію домішки на вході у споруду;
4) режим надходження стічних вод в очисну споруду;
5) коефіцієнти дифузії.

Приклад використання побудованих чисельних моделей наведено нижче. Так, на рис. 1 показано розподіл домішки у горизонтальному відстійнику з пластиамин, одна з яких під кутом. Розрахунок гідродинаміки потоку було виконано на базі першої моделі.

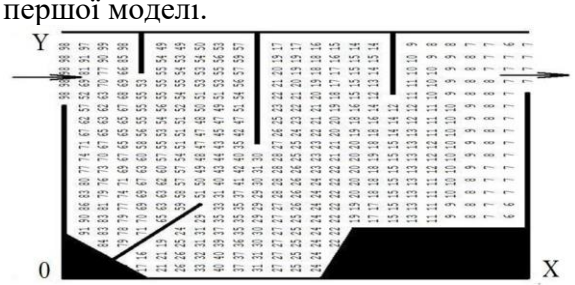

Рис. 1. Концентрація домішки у відстійнику з пластинами

На рис. 2 показано розподіл домішки у горизонтальному відстійнику з пластинами, одна з яких горизонтальна. Розрахунок гідродинаміки потоку було виконано на базі другої моделі.

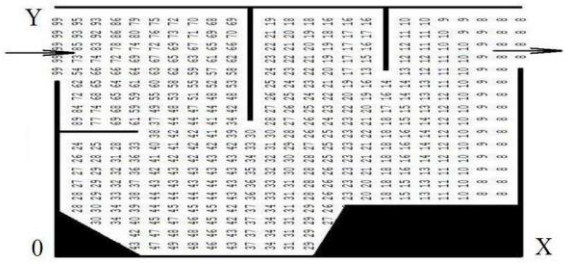

Рис. 2. Розподіл концентрації домішки в горизонтальному відстійнику з пластинами

Час розрахунку склав близько 10 сек для кожного варіанту задачі.

Висновки та перспективи подальших досліджень. У статті розглянуті математичні моделі, що дозволяють розраховувати гідродинаміку течії та масоперенос домішки у відстійниках з додатковими елементами. Особливістю моделей є швидкість розрахунку.

Подальше вдосконалення обраного наукового напрямку слід проводити в області створення 3D моделей для розрахунку руху домішки у очисних спорудах.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Беляев Н.Н., Нагорная Е.К. *Математическое моделирование массопереноса в отстойниках систем водоотведения*. Дніпро: Нова ідеологія, 2012. 112 с.

2. Беляев Н. Н., Козачина В. А. *Математическое моделирование массопереноса в горизонтальных отстойниках*. Дніпро: Акцент ПП, 2015. 115 с.
3. Горносталь С.А., Петрухов О.А. Аналіз результатів моделювання процесу біологічного очищення стічних вод. *Науковий вісник будівництва*. ХНУБА, 2014. №1. С. 112-114.
4. ДБН В.2.5-75:2013. *Каналізація. Зовнішні мережі та споруди. Основні положення проектування.* К.: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України. 2013. 128 с.
5. Епоян С.М., Сухоруков Д.Г. Особливості роботи пористої полімербетонної перегородки водопровідного горизонтального відстійника і її регенерація. *Науковий вісник будівництва*. Харків: ХНУБА, ХОТВ АБУ. 2012. Вип. 69. С. 327-331.
6. Козачина В.А. Моделирование процесса массопереноса в отстойнике при импульсной подаче примеси. *Науковий вісник будівництва*. ХНУБА, 2015. №1 (79). С. 162-165.
7. Олійник О.Я., Айрапетян Т.С. Моделювання очисних стічних вод від органічних забруднень в біореакторах – аеротенках зі зваженим (вільно плаваючим) і закріпленим біоценозом. *Доповіді НАН України.* НАН України, 2015. №5. С.55-60. doi: 10/15407/dopovidi2015.05.055.
8. Олійник О.Я., Айрапетян Т.С. Підвищення ефективності біологічного очищення стічних вод в аеротенках за рахунок зваженого та закріпленого біоценозу. *Науковий вісник будівництва*. Харків: ХНУБА, ХОТВ АБУ, 2015. №3(81). С. 106-109.
9. Олійник О.Я., Айрапетян Т.С. Підвищення ефективності роботи аеротенків – витискувачів за рахунок завислого і зваженого біоценозу. *Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки*. Наук.-техн. зб. К.: КНУБА, 2016. Вип.26. С. 123-130.
10. Олійник О.Я. Моделювання і розрахунки біологічної очистки стічних вод на краплинних біофільтрах / О.Я. Олійник, О.А. Колпакова // Екологічна безпека та природокористування: зб. наук.- техн. праць. – К., 2014. – №16. – С.68-86.
11. Олейник О.Я., Айрапетян Т.С. Повышение эффективности роботы аеротенков. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*. Одеса: Optimum, 2015. № 59. С. 214-222.
12. Олійник О.Я., Айрапетян Т.С. Моделирование роботы биореакторов-аэротенков со взвешенным и прикрепленным биоценозом. *MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture*. Lublin-Rzessov, 2016. № 18. С. 83-90.
13. Василенко О.А., Грабовський П.О., Ларкін Г.М. та ін. *Реконструкція і інтенсифікація споруд водопостачання та водовідведення*: навч. посіб. К.: ІВНВКП «Укргеліотек», 2015. 272 с.
14. Griborio, A. Secondary *Clarifier Modeling: A Multi-Process Approach: PhD Thesis*. New Orleans: University of New Orleans, 2004. 440 p.

Козачина В.А., Шинкаренко В.И., Габринец V.O., Горячкин В.Н. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД. В данной работе описано построение численных моделей для оценки эффективности работы горизонтальных отстойников, используемых в системах очистки сточных вод. Особенностью предложенных численных моделей является возможность моделирования поля скорости и процесса переноса примеси с учетом геометрической формы горизонтальных отстойников, а также использования в них дополнительных элементов типа пластин. Процесс массопереноса примеси в горизонтальных отстойниках рассчитывается на базе двумерного уравнения распространения примеси. Это уравнение учитывает конвективный перенос примеси и перенос примеси за счет диффузии. Неравномерное поле скорости рассчитывается на базе двух гидродинамических моделей. Первая гидродинамическая модель – это система уравнений вихревых течений идеальной жидкости. Вторая гидродинамическая модель – это система уравнений Навье-Стокса, записанные в переменных «вихрь-функция тока». Для численного интегрирования моделирующего уравнения массопереноса используются разностные схемы расщепления. Базовое уравнение массопереноса предварительно расщепляется на уравнение, учитывающие только конвективный перенос примеси в отстойнике, и на уравнение, учитывающее перенос примеси за счет диффузии. Для численного интегрирования моделирующих уравнений гидродинамики используются неявные разностные схемы расщепления. Численный расчет осуществляется на прямоугольной

разностной сетке. Время расчета одного варианта задачи составляет несколько секунд. Выдаются результаты проведенного вычислительного эксперимента.
Ключевые слова: математическое моделирование, очистные сооружения, горизонтальный отстойник.

Kozachyna V.A., Shynkarenko V.I., Gabrinets V.O., Horiachkin V.M. MATHEMATICAL MODELING IN WASTE WATER TREATMENT TASKS. This paper describes the development of numerical models for evaluating the performance of horizontal settlers in wastewater treatment systems. A feature of the proposed numerical models is the possibility of modeling the velocity field and the process of pollutant transfer taking into account the geometric shape of horizontal settlers, usage of additional elements such as plates. The process of pollutant mass transfer in horizontal settlers is calculated on the basis of the two-dimensional equation of pollutant distribution. This equation takes into account the convective transfer of pollutants and the transfer of pollutants due to diffusion. The uneven velocity field is calculated on the basis of two hydrodynamic models. The first hydrodynamic model is a system of equations for the vortex flows of an inviscid fluid. The second hydrodynamic model is a system of Navier-Stokes equations written in the variables «eddy-current function». For numerical integration of the modeling mass transfer equation, difference splitting schemes are used. First, the basic mass transfer equation is split into an equation that takes into account only the convective transfer of pollutants in the settler, and into an equation, that takes into account the transfer of impurities due to diffusion. For the numerical integration of the modeling equations of hydrodynamics, implicit difference splitting schemes are used. The numerical calculation is carried out on a rectangular difference grid. The calculation time for one variant of the problem is several seconds. The results of a computational experiment are given.
Keywords: mathematical modeling, wastewater treatment plant, horizontal settler.

DOI: 10.29295/2311–7257–2019–97–3–109–113
УДК 556.15

Назаренко О.М., Назаренко І.А., Бахтін В.І., Шеремет'єв Е.О., Серебряков Ю.В.
Інженерний інститут Запорізького національного університету
(пр. Соборний, 226, 69006, м. Запоріжжя; e-mail: teplogidroenergetika@gmail.com;
orcid.org/0000-0003-3738-1129, orcid.org/0000-0003-1086-1675)

РОЗРОБКА ЕКОСИСТЕМНИХ ПОСЛУГ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ ВОДОПОСТАЧАННЯ МІСТА

В роботі аналізується система виробничих компонентів будівель для створення сприятливих можливостей для підвищення енергоефективності міста. Досліджено шляхи відтворення атмосферних вод з локальним механічним доочищенням надкритичною течією для відцентрового осадження завислих речовин. Розраховано потенційні обсяги води та кількість циклів кавітаційного генератора для керованого кондиціювання умовно брудної води. Досліджено апаратне відновлення дощових вод для повторного використання. Отримано зразки експериментальних осадів для будівельного господарства при різних режимах роботи генератору. Виявлено резерви виробництв для підвищення конкурентоздатності товарної продукції.
Ключові слова: дощові води, акумулювання, кавітаційний генератор, завислі речовини, механічна ерозія, водоймище, річний стік, температура, каламутність, вологість осаду.

Вступ. Екосистеми складаються з дивовижних взаємодій живих організмів і абіотичного середовища, створюючи динамічні цикли поживних речовин і енергії. Здатність людини витісняти і формувати природні процеси покращилася, але громада продовжує залежати від товарів і послуг, що надаються екосистемами. Структура екосистемних послуг уточнює зв'язок між добробутом людини та функцією екосистеми. Екосистемні послуги надаються екосистемі підтримувати і покращувати добробут громади. Технологія екосистемної послуги створює контур зворотного зв'язку, який служить сприянню як екосистемі, так і благополуччю громади. У цьому контексті очевидно, що ризики для природних ресурсів подібні