УДК 535.421

ГОНЧАРУК А.Н., КОНОПАЛЬЦЕВА Л.І.,
РАРЕНКО І.М., ХІЦЬ Ю.А

ДОПУСТИМІ ВІДХИЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ДИФРАКЦІЙНОГО ФОКУСУЮЧОГО ПРИСТРОЮ

На основі теорії хвильових аберацій отримано загальні формули, що визначають допустимі відхилення параметрів фокусуючого пристрою із дифракційною лінзою. Для випадку плоскої хвилі отримані точні аналітичні розв'язки, коли є відхилення в довжині світлової хвилі або у напрямку поширення падаючого випромінювання.

Сьогодні в оптичному приладобудуванні дедалі більшу увагу привертають так звані дифракційні лінзи (ДЛ) завдяки можливостям широкого керування абераційними характеристиками на основі мікроелектронної планарної технології [1]. В даній роботі ми розглядатимемо ДЛ як дифракційний фокусуючий пристрій. Відомо, що для дифракційних оптичних елементів характерна значно більша, порівняно із рефракційними, чутливість до коливань параметрів оптичної системи. З іншого боку ДЛ найбільш перспективні при застосуванні саме у високоточних пристроях. Вищесказане визначає актуальність теми даної роботи: встановлення допустимих відхилень параметрів оптичної системи із ДЛ, виходячи із заданого критерію якості фокусування.

Ми обмежимось простим і в той же час цілком реальним випадком – фокусуванням паралельного світлового пучка в точку, причому вважатимемо, що підкладка ДЛ знаходиться з боку падаючого випромінювання. Як буде показано нижче, для такої оптичної системи можливий простий і в той же час повний аналітичний аналіз. Виберемо систему координат таким чином, щоб вісь oz співпадала із оптичною віссю, а її напрямок – із напрямком поширення світла. Вважатимемо також, що площина X0Y співпадає із вихідною площиною ДЛ. Оскільки вся система вісісиметрична, то не існує виділеної орієнтації осей 0X, 0Y в площині дифракційної лінзи. Коли всі параметри оптичної системи відповідають своїм розрахунковим значенням, то паралельний світловий пучок фокусується в фокальну пляму із центром в точці (0,0,f), в якій має місце максимум інтенсивності світлового поля за ДЛ, позначимо цю величину як $I_f^{(0)}$. При наявності відхилень в параметрах максимум інтенсивності світлового поля в площині z=f буде в загальному випадку в деякій іншій точці (δx, δy, f) і матиме значення $I_f<I_f^{(0)}$. Внаслідок симетрії системи зміщення центру фокальної плями завжди може бути приведено до вигляду (δx, 0, f), що буде вважатися виконаним скрізь далі. Відношення $t=I_f/I_f^{(0)}$ називається інтенсивністю Штреля і є кількісною мірою величини спотворення (аберації) фокальної плями.

Для встановлення зв'язку між t і відхиленнями параметрів оптичної системи, виходитемо із відомого співвідношення [2]

$$t = 1 - (\Delta\Phi)^2 , \qquad (1)$$

де $(\Delta\Phi)^2$ - середньоквадратичне відхилення хвильового фронту

$$(\Delta\Phi)^2 = \langle(\delta\Phi)^2\rangle - \langle\delta\Phi\rangle^2 \qquad (2)$$

$$\delta\Phi = \Phi_{out} - \Phi_s \qquad (3)$$

$\langle\ldots\rangle$ в (2) означають усереднення по вихідній площині ДЛ; Φ_{out} - фаза світлового поля за ДЛ при реальних значеннях параметрів системи; Φ_s - фаза сферичної хвилі, що сходиться в точку (δx, 0,f) і відповідає реальній довжині світлової хвилі λ, при цьому величина δx сама визначається із умови мінімуму $(\Delta\Phi)^2$. Величина δΦ є малою величиною, пропорційною відхиленням параметрів системи і δx. Щоб зробити це очевидним, запишемо Φ_{out} у вигляді

$$\Phi_{out} = \Phi_s^{(0)} + \delta\Phi_{out} , \qquad (4)$$

де $\Phi_s^{(0)}$ – фаза сферичної хвилі, що сходиться в точку (0, 0, f) і відповідає розрахунковому значенню довжини світлової хвилі $\lambda^{(0)}$, а $\delta\Phi_{out}$ є малою величиною, пропорційною відхиленням параметрів системи від розрахункових значень. Фаза Φ_s також представляється в аналогічному вигляді

$$\Phi_s = \Phi_s^{(0)} + \delta\Phi_s , \qquad (5)$$

де $\delta\Phi_s$ – мала величина, пропорційна δx і $\delta\lambda = \lambda - \lambda^{(0)}$. Із (3) – (5) отримуємо тоді

$$\delta\Phi = \delta\Phi_{out} - \delta\Phi_s \,. \qquad (6)$$

Надалі ми вважатимемо, що одночасно має місце відхилення δp лише одного параметру p. Представимо δΦ у вигляді

$$\delta\Phi = (\delta\Phi/\delta p)\delta p + (\delta\Phi/\delta x)\delta x \,. \qquad (7)$$

Підставивши (7) в (2), отримуємо

$$(\Delta\Phi)^{(2)} = A(\delta p)^2 + 2B(\delta p)\,(\delta x) + C(\delta x)^2 \,, \qquad (8)$$

де

$$A=\langle(\delta\Phi/\delta p)^{(2)}\rangle - \langle\delta\Phi/\delta p\rangle^{(2)} \qquad (9а)$$

$$B=\langle(\delta\Phi/\delta p)\,(\delta\Phi/\delta x)\rangle - \langle\delta\Phi/\delta p\rangle\langle\delta\Phi/\delta x\rangle \qquad (9б)$$

$$C=\langle(\delta\Phi/\delta x)^{(2)}\rangle - \langle\delta\Phi/\delta x\rangle^{(2)} \,. \qquad (9в)$$

Оскільки C>0, то мінімум $(\Delta\Phi)^{(2)}$ по відношенню до δx буде при

$$\delta x = -(B/C)\delta p \,, \qquad (10)$$

що і є новим положенням центра фокальної плями. Підставивши далі (10) в (8), отримуємо “справжнє” значення $(\Delta\Phi)^{(2)}$, що визначає інтенсивність Штреля

$$(\Delta\Phi)^{(2)} = (A - B^2/C)\,(\delta p)^2 \,. \qquad (11)$$

Із (1), (11) знаходимо вираз для допустимого відхилення параметра p при заданому значенні t

$$(\delta p)^2 < (1 - t)/\,(A - B^2/C). \qquad (12)$$

Таким чином, формули (4)–(9) і (12) дають загальне вирішення поставленої задачі. Відмітимо, що вирази для B і C можуть бути більш конкретизовані навіть не звужуючи рамок викладеного вище загального підходу. Дійсно, оскільки

$$\delta\Phi/\delta x = \delta\Phi_s/\delta x = (2\pi/\lambda^{(0)})\,(x/(x^2 + y^2 + f^2)^{1/2}) \,, \qquad (13)$$

то величина C зводиться до цілком конкретних інтегралів, а у величині B залишається невизначеною лише одна функція δΦ/δp та, що й у величині A. Більш конкретно це виглядає наступним чином. Враховуючи, що із-за симетрії системи

$$\langle\delta\Phi/\delta x\rangle = \langle\delta\Phi_s/\delta x\rangle = 0 \qquad (14)$$

для C залишається лише перший доданок в (9в), який при врахуванні (13) зводиться до

$$C = 0{,}5(2\pi/\lambda^{(0)})^2(1 - \ln(1 + r^2)/r^2) \,, \qquad (15)$$

де r = R/f, R – радіус лінзи. Для величини B також залишається лише перший доданок в (9б)

$$B = (2\pi/\lambda^{(0)})\langle(x/(x^2 + y^2 + f^2)^{1/2})\,(\delta\Phi/\delta p)\rangle \qquad (16)$$

Застосуємо отримані загальні формули до нашої конкретної системи із ДЛ. Перш за все відмітимо, що із теорії дифракційних лінз слідує [1]

$$\Phi_{out} = \Phi_{in} - \Phi_g , \tag{17}$$

де Φ_{in} – фаза падаючого світла в площині ДЛ, а – Φ_g так звана фаза ДЛ, яка повністю визначається структурою лінзи. Тоді маємо

$$\delta\Phi_{out} = \delta\Phi_{in} - \delta\Phi_g , \tag{18}$$

так що для $\delta\Phi$ із (6), (18) отримуємо

$$\delta\Phi = \delta\Phi_{in} - \delta\Phi_g - \delta\Phi_s \tag{19}$$

Розглянемо випадок, коли є відхилення в довжині хвилі, тобто $p=\lambda$. Оскільки із зміною λ Φ_{in} міняється на незначущу постійну, а Φ_g взагалі не змінюється, то

$$\delta\Phi/\delta\lambda = \delta\Phi_s/\delta\lambda =(2\pi/\lambda^{(0)2}) (x^2 + y^2 + f^2)^{1/2} . \tag{20}$$

Тоді відразу ясно, що із-за симетрії системи вираз для B (16) дорівнює нулю. Це означає, що в кінцевій формулі (12) випадає і C. Так що залишається одне A, обчислення якого згідно (9a) і (20) дає

$$A = (2\pi/\lambda^{(0)2})^2 f^2(1 + r^2/2 - 4((1 + r^2)^{3/2} - 1)^2/9r^4). \tag{21}$$

Остаточно для допустимого відхилення в довжині хвилі отримуємо із (12) і (21)

$$\delta\lambda < (\lambda^{(0)2}/2\pi) (1/f) (1 - t)^{1/2}(1 + r^2/2 - 4((1 + r^2)^{3/2} - 1)^2/9r^4)^{-1/2} \tag{22}$$

Розглянемо далі випадок, коли є відхилення в куті падіння плоскої хвилі на ДЛ. Вважатимемо, що світловий пучок відхилений від оптичної вісі в напрямку ох на величину $\delta\varphi$. Оскільки величини Φ_g і Φ_s взагалі не залежать від падаючого випромінювання (окрім довжини світлової хвилі для Φ_s), то

$$\delta\Phi/\delta\varphi = \delta\Phi_{in}/\delta\varphi = (2\pi/\lambda^{(0)})x . \tag{23}$$

В цьому випадку в кінцеву формулу (12) ввійдуть всі три величини A, B, і C. Маємо для них із (9a), (16), і (23)

$$A = (2\pi/\lambda^{(0)})^2 f^2 r^2/4 \tag{24}$$

$$B = (2\pi/\lambda^{(0)})^2 (f/r^2)((1 + r^2)^{3/2}/3 - (1 + r^2)^{1/2} + 2/3) \tag{25}$$

і C дається виразом (15). Кінцевий вираз для $\delta\varphi$ матиме при підстановці (15), (24) і (25) громіздкий вигляд і ми його не приводимо. Але ясно, що структура його буде типу

$$\delta\varphi < (\lambda^{(0)}/2\pi) (1/f) (1 - t)^{1/2} F(r^2) \tag{26}$$

Проаналізуємо нерівності (22) і (26). Перш за все відмітимо, що r визначає діаметр фокальної плями в одиницях $\lambda^{(0)}$; зокрема, щоб отримати пляму на рівні 0,5 діаметром порядка $\lambda^{(0)}$, необхідно вибрати r~0,5 [2]. Це означає, що обидва останні множники в (22), (26) є в деякій мірі "постійними" величинами: перший встановлює допустиму межу спотворення фокальної плями, а другий – її діаметр. Таким чином, для забезпечення необхідної якості фокусування залишається лише одна можливість – зменшення фокусної відстані ДЛ f і відповідно її радіусу R. Розглянемо конкретні числові значення. Сучасні вимоги до мікрооб'єктивів у пристроях зчитування оптичної інформації встановлюють t~0,98, r~0,5 і $\delta\varphi$~0,5^{o}. Використання ж в якості джерела випромінювання напівпровідникового лазера дає λ~1 мкм і $\delta\lambda$ ~ 0,01 мкм. Тоді із (22) слідує, що необхідно вибирати ДЛ із f < 80 мкм (R < 40 мкм); нерівність (26) дає значно слабше обмеження: f < 800 мкм (R < 400 мкм). Ми бачимо, що характерний для ДЛ значний хроматизм робить проблематичним використання дифракційної лінзи як високоточного фокусуючого пристрою. Більш доцільно використовувати комбіновану систему рефракційних лінз та ДЛ для цих цілей.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бобров С.Т., Грейсух Г.И., Туркевич Ю.Г. Оптика дифракционных элементов и систем.– Л.: Машиностроение, 1986.– 223 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.– М.: Наука, 1973.– 856 с.

SUMMARY

GONCHARUK A.N., KONOPALTSEVA L.I.,
RARENKO I.M., KHITS J.A.

ALLOWED DEVIATIONS OF PARAMETERS OF DIFFRACTION FOCUSING DEVICE

General formulas which determine allowed deviations of focusing device with diffraction lens are obtained on the base of the wave aberration theory. Exact analytical solutions are obtained in the plane wave case when there is deviation in light wave length or in the direction of incident radiation.