

ТРАНСФОРМАЦІЯ СТАНІВ НЕСТАЦІОНАРНОЇ СИСТЕМИ З ДВОМА ТИПАМИ НОСІЇВ

У роботі представлені результати дослідження нестационарної системи електронів і дірок при наявності ефекту Гана. Показано, що при однакових зовнішніх умовах еволюція даної системи суттєво відрізняється від еволюції як нестационарної монополярної так і стаціонарної біполярної систем носіїв.

In the given paper results of investigations of nonstationary system of electrons and holes under Gunn's effect are presented. It was shown that at the same external conditions evolution of system studied significantly differs from evolution of both nonstationary monopolar and stationary bipolar systems.

Дослідження самоорганізації нерівноважних нестационарних систем має важливе значення для різних галузей науки та техніки [1]. Існує багато фізичних напівпровідникових дисипативних систем, в яких відбуваються процеси самоорганізації. Найбільш важливою серед них з практичної точки зору є система з двома типами носіїв, що знаходиться в умовах існування ефекту Гана (див., наприклад, [2-3]). У роботі [3] показано, що в такій системі у стаціонарному випадку в залежності від величини керуючого параметру спостерігається еволюція фазового портрету від фокусу до динамічного хаосу через послідовність біфуркацій подвоєння періоду. Визначені також області значень керуючого параметра, при яких у системі існує новий вид дивного атратора та розраховані його числові характеристики.

У даній роботі вперше показано, що еволюція нестационарної системи біполярних носіїв суттєво відрізняється як від динаміки відповідної стаціонарної системи з двома типами носіїв [3], так і від динаміки нестационарної монополярної системи носіїв [4]. Також розраховані значення максимального показника Ляпунова та розмірності Хаусдорфа, які описують трансформацію фазового портрету та дивного атратора системи, що існує при певних значеннях керуючого параметру.

Нестационарна одновимірна система рівнянь, що описує динаміку біполярних носіїв, має вигляд [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (p - n - (N_a - N_d)) &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (p v_p(E) - D_p \frac{\partial p}{\partial z}) &= 0, \\ \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} (n v_n(E) + D_n \frac{\partial n}{\partial z}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $p(z,t)$ і $n(z,t)$, v_p і v_n , D_p і D_n – нестационарні концентрації, швидкості дрейфу та коефіцієнти дифузії дірок і електронів, відповідно; $E(z,t)$ – напруженість електричного поля; N_a та N_d – концентрації іонізованих акцепторів та донорів. Решта позначень загальноприйняті.

Представимо вирази для напруженості електричного поля та концентрацій носіїв у вигляді [4]:

$$\begin{aligned} E(z,t) &= E_0(t) + \sum_{m=1} (E_{mR} \cos m k_0 z - E_{mI} \sin m k_0 z), \\ p(z,t) &= p_0(t) + \sum_{m=1} (p_{mR} \cos m k_0 z - p_{mI} \sin m k_0 z), \\ n(z,t) &= n_0(t) + \sum_{m=1} (n_{mR} \cos m k_0 z - n_{mI} \sin m k_0 z), \end{aligned} \quad (2)$$

де E_{mR} та E_{mI} , p_{mR} та p_{mI} , n_{mR} та n_{mI} – шукані дійсні та уявні амплітуди при m -тих гармоніках електричного поля та концентрацій носіїв; $k_0 = 2\pi/L$, де L – довжина зразка. У відповідності з [3] запишемо вираз для дрейфової швидкості носіїв наступним чином:

$$v_i(E) = \mu_{0i} E \sum_{k=0} \beta_{ki} E^{2k} \quad (i=p,n). \quad (3)$$

Величини μ_{0i} представляють дрейфові рухливості носіїв у гранично-слабкому електричному полі ($E(z,t) \rightarrow 0$), а коефіцієнти β_{ki} не залежать

від поля і показують ступінь нелінійності вольтамперних характеристик. При цьому $\beta_{0p}=\beta_{0n}=1$, а решта коефіцієнтів β_{ki} можуть, взагалі кажучи, приймати будь-які значення в залежності від зонної структури напівпровідника, домінуючих механізмів розсіювання носіїв, температури і т.п. [5].

Підставляючи (2) в (1) та (3) і використовуючи методу [4,6] при обмеженні в кінцевому результаті двома першими гармоніками, отримуємо наступну систему рівнянь відносно амплітуд:

$$\begin{aligned} \partial p_{1I}/\partial t &= -\gamma k(a_1 f_{01} + k y_1), \\ \partial n_{1I}/\partial t &= (D_n/D_p) \gamma k(a_1 a_3 h_{01} - k y_2), \\ \partial p_{1R}/\partial t &= -\gamma k(a_1 g_{01} + k y_3), \\ \partial n_{1R}/\partial t &= (D_n/D_p) \gamma k(a_1 a_3 j_{01} - k y_4), \\ \partial p_{2I}/\partial t &= -2\gamma k(a_1 f_{02} + 2k y_5), \\ \partial n_{2I}/\partial t &= 2(D_n/D_p) \gamma k(a_1 a_3 h_{02} - 2k y_6), \\ \partial p_{2R}/\partial t &= -2\gamma k(a_1 g_{02} + 2k y_7), \\ \partial n_{2R}/\partial t &= 2(D_n/D_p) \gamma k(a_1 a_3 j_{02} - 2k y_8), \\ E_{1R} &= (a_{31} p_{1I} - a_{32} n_{1I})/k, \\ E_{1I} &= (-a_{31} p_{1R} + a_{32} n_{1R})/k, \\ E_{2R} &= (a_{31} p_{2I} - a_{32} n_{2I})/2k, \\ E_{2I} &= (-a_{31} p_{2R} + a_{32} n_{2R})/2k, \\ p_0(t) &= a_{32}/a_{31} n_0(t) = \text{const} \neq f(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Тут $\gamma = D_p t_0 / L_0^2$ (t_0 та L_0 – нормуючі масштаби часу і довжини, відповідно), k – величина хвильового вектора, f_{0n} , h_{0n} , j_{0n} , g_{0n} ($n=1,2$) – складні функції, що залежать від шуканих амплітуд, а також параметрів a_1 , a_2 , a_3 та a_4 , що були введені в [3], і постійних

$$\begin{aligned} a_{31} &= a_4 \sum_{i=1}^2 C_{ip} \left(\sum_{i=1}^2 C_{in} / \sum_{i=1}^2 C_{in} - a_2 \sum_{i=1}^2 C_{ip} \right)^2; \\ a_{32} &= a_{31} a_2 \sum_{i=1}^2 C_{ip} / \sum_{i=1}^2 C_{in}, \end{aligned} \quad (5)$$

де $C_{1n} = \beta_{1n} E_0^2 = -0,25$, $C_{1p} = \beta_{1p} E_0^2 = -0,02$,

$$C_{2n} = \beta_{2n} E_0^4 = 0,02, \quad C_{2p} = \beta_{2p} E_0^4 = 0,03 \quad [3].$$

Слід відзначити, що остання в (4) рівність приводить до виконання умов об'ємної електронейтральності кристалу [7]. З (4) видно, що при введених наближеннях досліджувана система біполярних носіїв є восьми-, а не дванадцятивимірною, так як амплітуди при гармоніках електричного поля однозначно визначаються лінійним чином через амплітуди гармонік для концен-

трації носіїв.

За допомогою модифікованого пакету прикладних програм [3,4] восьмивимірна система рівнянь (1) розв'язувалась стандартним методом Рунге-Кутта четвертого порядку. В якості керуючого параметру, як і в роботі [3], було вибрано параметр a_2 . При розрахунках, не порушуючи міркувань загальності, було покладено $p_0(t)=n_0(t)=0$ та $E_0(t)=0$. Результати розрахунків дали можливість отримати часові розподіли поля і концентрацій, побудувати фазовий портрет системи та розрахувати його хаусдорфівську розмірність і максимальний показник Ляпунова.

Виявилось, що поведінки різних гармонік концентрацій носіїв різко відрізняються за порядком величини і характером коливань: осциляції гармонік першого порядку нагадують складномодульовану синусоїду в той час як осциляції гармонік других гармонік подібні на осциляції фазових змінних у аттракторі Лоренца [8] і за амплітудою майже на порядок більші, ніж перші гармоніки. Фазовий портрет нестационарної системи біполярних носіїв нібито складається з двох не взаємодіючих чотиривимірних фазових портретів з абсолютно різною топологією. Наприклад, при $a_2=0,9549$ гармоніки першого порядку утворюють у чотирьохвимірному просторі хаотизовану розетку з квазісиметрією C_4 , а другі гармоніки - фазовий портрет, що складається з двох взаємодіючих хаотизованих траєкторій, які дещо нагадують аттрактор Лоренца (рис.1).

Характерно, що при тих же значеннях керуючого параметру обидва фазових портрета системи проходять однакові етапи еволюції від хаосу до граничного циклу, а далі до фокусу. Природно, що при цьому вигляд фазових портретів для різних гармонік змінюється по-різному у відповідності з їх топологією (рис.1). Фазові портрети, які утворені гармоніками першого порядку, при зворотних біфуркаціях подвоєння періоду зменшують у два рази кількість своїх пелюсток. Цікаво, що існують "сильні" та "слабкі" пелюстки. Перші є більш стабільними і протяжними у часі: фазова точка знаходиться на них частіше і на протязі довшого проміжку часу.

Фазові портрети, утворені гармоніками другого порядку, є більш впорядкованими. Хоча їх зовнішній вигляд і схожий на відомий аттрактор Лоренца, але існує суттєва відмінність: фазові змінні осцилюють більш впорядковано, оскільки фазова точка майже весь час перебуває близько до граничного циклу, що обмежує аттрактор.

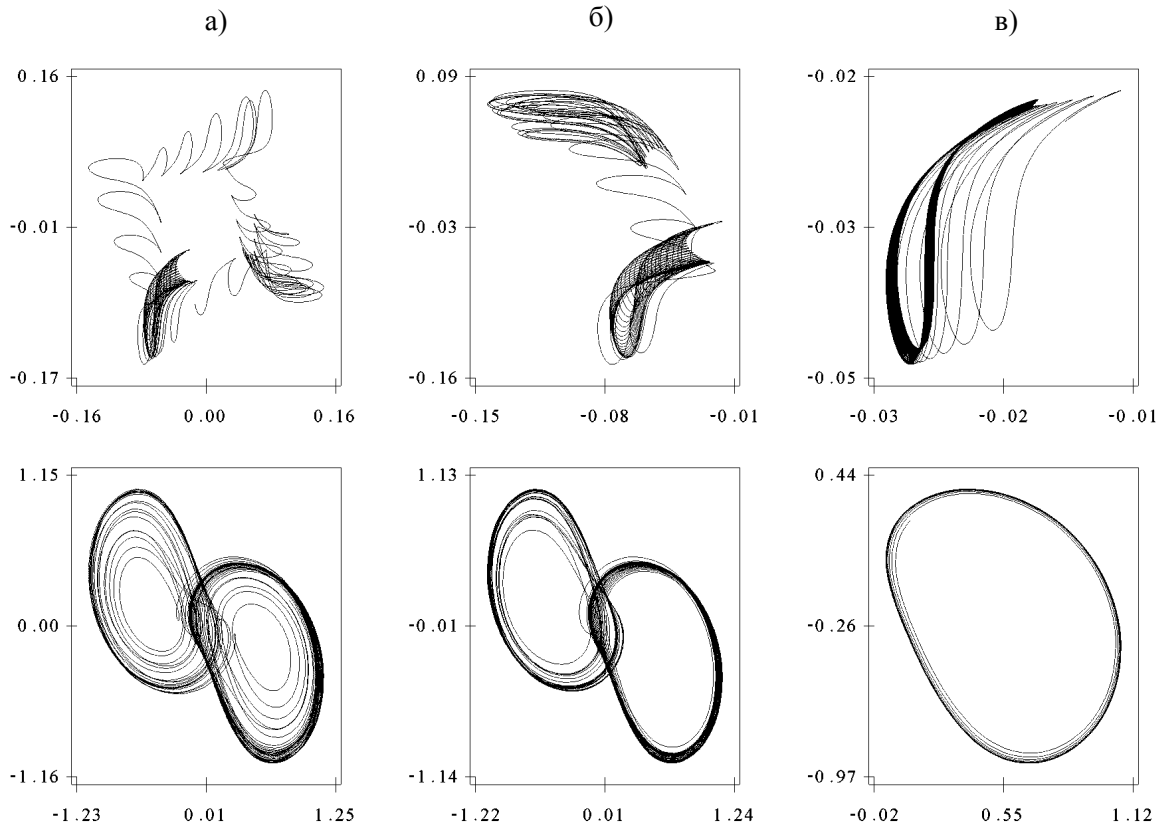


Рис.1 Проекції фазового портрету системи на площини $p_{1R}n_{1R}$ (верхній ряд проєкцій) та $p_{2R}n_{2R}$ (нижній ряд проєкцій). Значення керуючого параметра a_2 : 0,9549 (а), 0,9556 (б), 0,9594 (в). Значення решти параметрів: $a_1=L_0j_p/e(N_a-N_d)D_p=6,1$, $a_3=D_p\mu_{0n}/D_n\mu_{0p}=1$, $a_4=L_0e^2(N_a-N_d)^2\mu_{0p}/(\epsilon\epsilon_0j_p)=0,4$, $D_n/D_p=1,3$, $k=1,1$.

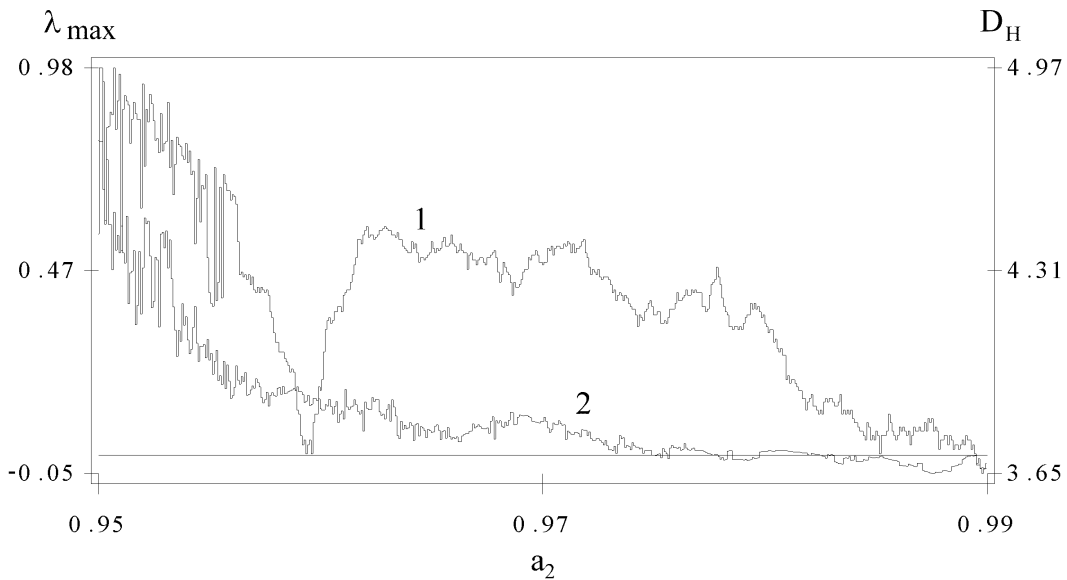


Рис.2 Залежності хаусдорфівської розмірності D_H (крива 1) та ляпуновського показника λ_{max} (крива 2) від значень керуючого параметра a_2 .

Еволюціонуючи, даний фазовий портрет змінюється слабо як за формою, так і за лінійними розмірами. Після оберненої біфуркації подвоєння періоду зникає одна петля граничного циклу, але інша залишається незмінною. При цьому гармоніки першого порядку більш різко відображають динаміку системи і зміни їх топології більш помітні. Гармоніки вищих порядків утворюють сталі та впорядковані фазові портрети. Отже, нерівноважна нестационарна система електронів і дірок представляє собою систему, для якої характерне співіснування двох типів фазових портретів з різною степінню впорядкованості та різними еволюційними змінами в залежності від значень керуючого параметру.

На рис.2 представлені розмірність Хаусдорфа, що характеризує фазовий портрет в цілому (крива 1) та максимальний показник Ляпунова, розрахований в якості прикладу для фазової змінної n_{2R} (крива 2) як функції значень керуючого параметру. Видно, що фазовий портрет системи має досить низьку для восьмивимірної системи хаусдорфівську розмірність (в середньому біля 4.3), що свідчить про квазівпорядкований рух фазової точки. При цьому на кривій хаусдорфівської розмірності не помітно чітких сходнок, які відповідали б сценарію обернених біфуркацій подвоєння періоду. Проте стверджувати, що такий механізм переходу від хаосу до порядку не притаманний даній системі, неможливо, так як накладання згаданих вище двох різних фазових портретів можуть "розмивати" сходинки. Зміна максимального показника Ляпунова із зростанням величини керуючого параметру також характеризує перехід від хаосу до порядку, причому чітко видно межу, після якої осциляції фазової компоненти стають згущеними ($\lambda_{max} < 0$), що свідчить про перехід від граничного циклу до фокусу.

Важливо відзначити, що стаціонарна система двох типів носіїв інтегрується на проміжку значень $0,85 \leq a_2 \leq 0,91$ [3], в той час як нестационарна система - на інтервалі $0,95 \leq a_2 \leq 0,99$. Отже, при релаксації системи до стаціонарного стану відбувається зменшення значень керуючого параметра, при яких система є сумісною. Характерно, що при збільшенні a_2 стаціонарна система хаотизується, в той час як нестационарна, навпаки, впорядковується.

Особливо слід підкреслити, що нестационарній системі біполярних носіїв, як це видно з наведених вище результатів, не притаманна переміжність впорядкованих та хаотичних станів, що спостерігається для нестационарної системи монополярних носіїв у напівпровіднику при наявності ефекта Гана [4]. Цей висновок співпадає по суті з результатами роботи [2], в якій показано, що в напівпровіднику з двома типами носіїв може відбуватися гасіння нестійкостей за рахунок утворення нового (в порівнянні з монополярним напівпровідником) типу квазінейтральних хвиль.

Таким чином, викладені у даній роботі результати, а також дані [3] демонструють складну динаміку процесів самоорганізації системи біполярних носіїв у напівпровіднику при наявності ефекту Гана. При цьому трансформація станів нестационарної системи біполярних носіїв суттєвим чином відрізняється як від динамік відповідної стаціонарної, так і нестационарної систем з одним типом носіїв, що необхідно враховувати під час її практичного використання.

Робота виконана при частковій підтримці Державного Фонду фундаментальних досліджень Міннауки України (проект 2.4/745).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. - М.: Мир, 1979.
2. *Гельмонт Б.Л., Шур М.С.* Новый тип неустойчивости в полупроводнике с двумя сортами носителей - неустойчивость квазиинтермодальных волн // ФТП. - 1971. - 5, №6. - С.1082-1086.
3. *Горлей П.Н., Горлей П.П., Томчук П.М.* Странный аттрактор в неравновесной системе с двумя сортами носителей // Письма в ЖТФ. - 1996. - 22, №20. - С.82-86.
4. *Горлей П.Н., Горлей П.П., Томчук П.М.* Пережимаемость состояний неравновесных носителей в *n*-GaAs // Письма в ЖТФ. -1998. - 24, №9. - С.32-37.
5. *Горлей П.Н., Шендеровский В.А.* Вариационный метод в кинетической теории. - Киев: Наук. думка, 1992.
6. *Jiang Z., Ma B.* Period doubling and chaos in the Gunn effect // Phys. Rev. B. 1991. - 44. - P.11072.
7. *Бонч-Бруевич В.Л., Звягин И.П., Миронов А.Г.* Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. - М.: Наука, 1972.
8. *Лихтенберг А., Либман М.* Регулярная и стохастическая динамика. - М.: Мир, 1984.