

## САМООРГАНІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ФАЗОВОЇ АВТОМАТИЧНОЇ ПІДСТРОЙКИ ЧАСТОТИ З ФІЛЬТРОМ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ У КОЛІ КЕРУВАННЯ

У даній роботі приведені результати вивчення еволюції станів системи ФАПЧ з фільтром третього порядку у колі керування. Показано, що у такій системі на відміну від ФАПЧ з фільтром другого порядку відсутня переміжність регулярних та хаотичних станів. Розраховані характеристики динамічної системи ФАПЧ.

In the given paper the results of investigations of phase automatic frequency tuning system (AFTS) with third order filter in the control circuit are presented. It was shown that this system on the contrary of AFTS with second order filter doesn't include consequence of ordered and chaotic states. Dynamic AFTS system characteristics also have been calculated.

Відомо (напр., [1]), що системи фазової автоматичної підстройки частоти (ФАПЧ) знаходять широке застосування при вирішенні багатьох радіотехнічних задач. Вони стали також зручною моделлю для теоретичних і експериментальних досліджень процесів самоорганізації, вивченню яких в останній час приділяється значна увага [2-4]. Це обумовлено тим, що простою зміною параметрів ФАПЧ легко керувати процесом формування складних регулярних та шумоподібних коливань такої системи.

Результати багаточисельних досліджень з класичної теорії і практики систем ФАПЧ приведені у цілому ряді монографій (напр., [1,5,6]). Що ж стосується вивчення явищ самоорганізації, то розглядалися тільки системи ФАПЧ з фільтром другого порядку у колі керування [7-9]. Показано, що таким системам притаманні розподіли фазових змінних, які представляють собою суперпозицію великого числа гармонік з різними амплітудами, що приводить до особливостей еволюції фазового портрету. Розраховані головні характеристики (біфуркаційна діаграма, хаусдорфівська розмірність і максимальний ляпуновський показник), які використовуються при ідентифікації хаотичних рухів.

Дана робота присвячена дослідженню системи ФАПЧ з фільтром третього порядку у колі керування. Показано, що у такій системі відсутня переміжність станів, яка проявляється у послідовній зміні областей регулярних та хаотичних коливань.

Повна система диференціальних рівнянь у безрозмірних змінних, яка описує роботу ФАПЧ з

фільтром третього порядку, може бути записана у наступному вигляді [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\varphi}{d\tau} = x, \\ \frac{dx}{d\tau} = y, \\ \frac{dy}{d\tau} = z, \\ \alpha_3 \frac{dz}{d\tau} = \gamma_{\Pi} - \sin\varphi - (1 + n_1\alpha_1 \cos\varphi)x - \\ \quad - (\alpha_1 + n_2\alpha_2 \cos\varphi)y + (\alpha_2 + n_3\alpha_3 \cos\varphi)z + \\ \quad + 3xyn_3\alpha_3 \sin\varphi + x^2n_2\alpha_2 \sin\varphi + x^3n_3\alpha_3 \cos\varphi. \end{array} \right. \quad (1)$$

де  $\varphi$  - змінна, що відповідає миттєвій різниці фаз генератора сигналів та синхронізуючого генератора;  $\gamma_{\Pi}$  - параметр, що описує початкове розладнання цих генераторів; а  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, n_1, n_2, n_3$  - параметри, які характеризують фільтр третього порядку.

Легко показати, що рівноважні стани системи (1) та системи ФАПЧ з фільтром другого порядку у колі керування [7-9] є однаковими.

У даній роботі за допомогою спеціального пакету прикладних програм [10] нелінійна система рівнянь (1) розраховувалась стандартним методом Рунге-Кутта 4-го порядку при різних значеннях параметрів задачі. Це дало змогу отримати розподіли фазових змінних і тим самим дослідити трансформацію фазового портрета системи, а також розрахувати хаусдорфівську розмірність  $D_H$  і величину максимального ляпуновського показника  $\lambda_m$ . У якості керуючого

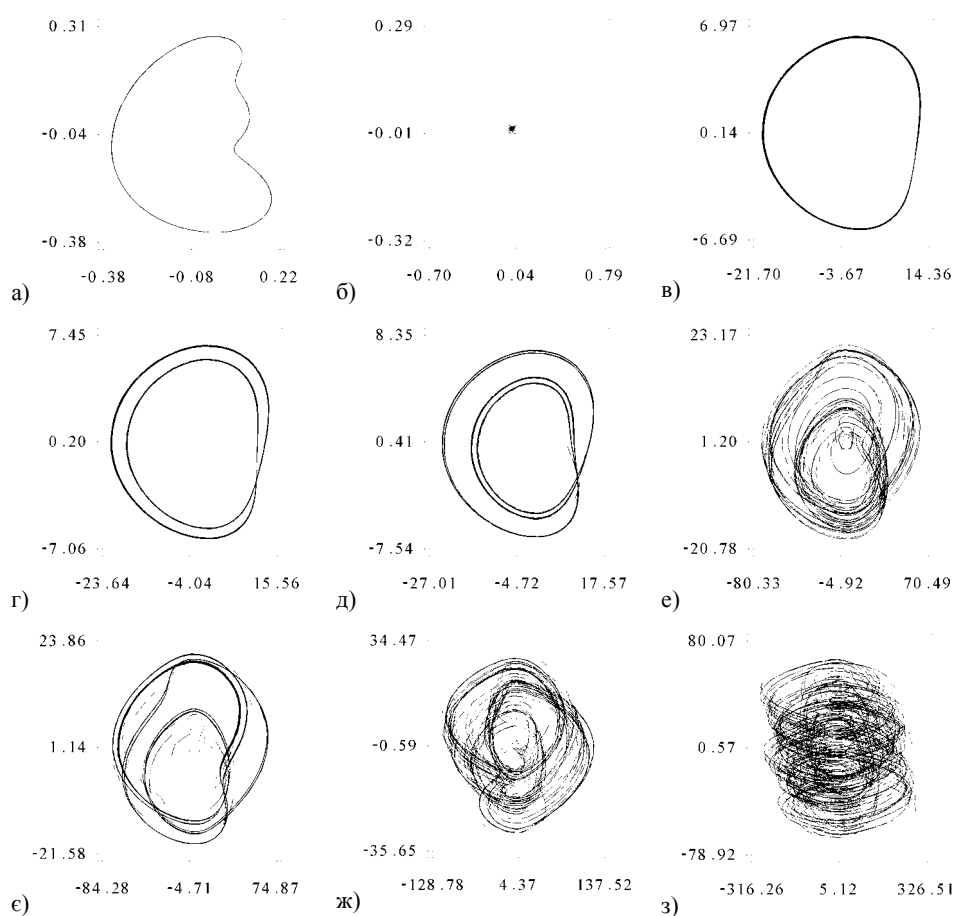


Рис. 1. Еволюція фазового портрета ФАПЧ в залежності від величини параметра  $n_1$ : 0,0312 (а), 0,8125 (б), 2,6562 (в), 2,7500 (г), 2,9375 (д), 2,9688 (е), 3,2188 (є), 5,6250 (ж), 18,09 (з).

прийнято параметр  $n_1$ , а величини інших параметрів (1) вибиралися наступними:  $n_2=0,1$ ,  $n_3=0,05$ ,  $\alpha_1=3,5$ ,  $\alpha_2=\alpha_3=0,5$ ,  $\gamma_{\text{П}}=0,3, 0,78, 0,99$ .

Виявилось, що для системи (1) розподіли фазових змінних мають складний коливальний характер, вигляд яких залежить від величини  $\gamma_{\text{П}}$ : еволюція коливальних при  $\gamma_{\text{П}} < 0,8$  корінним чином відрізняється від характеру коливальних при  $\gamma_{\text{П}} > 0,8$ . На рис.1 в якості прикладу приведена трансформація фазового портрету системи у площині ( $yz$ ) в залежності від величини  $n_1$  для фіксованого значення  $\gamma_{\text{П}}=0,78$ .

Характерно, що при  $n_1 < 0,25$  фазовий портрет системи представляє собою граничний цикл (рис.1а). Збільшення параметру  $n_1$  приводить до того, що коливання згасають і у системі встановлюється стійкий стан, коли після перехідних процесів повністю компенсується початкове розладнання генераторів. Це відповідає режиму утримання, при якому система здійснює синхронізовані коливання і тому фазовим портретом є фокус (рис.1б). При подальшому зростанні величини  $n_1$  у системі починають відбува-

тися періодичні коливання у фазовому просторі, що відповідає режиму квазісинхронізму і різниця частот у середньому рівна нулю. Фазовий портрет системи у даному випадку знову перетворюється у граничний цикл (рис.1в). Збільшення керуючого параметру приводить до послідовності біфуркацій подвоєння періоду, що чітко видно на рис.1г,д. При  $n_1 > 3,2188$  у системі утворюється нова структура регулярних коливальних (рис.1е), яка при зростанні величини керуючого параметру трансформується складним чином (рис.1є,ж). Значенням  $n_1 > 5,625$  відповідає встановлення в системі хаотичних коливальних (рис.1з).

На рис.2 представлена еволюція фазового портрету системи також у проекції на площину ( $yz$ ) при  $\gamma_{\text{П}}=0,99$ . Видно, що при малих значеннях керуючого параметру ( $n_1 < 0,7$ ) у системі, подібно до розглянутого вище випадку, існують періодичні коливання і вигляд фазового портрету відповідає граничному циклу більш складної форми (рис.2а). При  $n_1=1,8$  система повністю компенсує початкове розузгодження

генераторів і встановлюється режим утримання, чому відповідає фазовий портрет фокального типу (рис.2б) – тобто знов таки існує повна аналогія з попереднім випадком. Проте, якщо керуючий параметр змінюється у досить вузькому інтервалі значень від  $n_1=2,69892$  до  $n_1=2,69893$ , то замість біфуркації подвоєння періоду, як це було при  $\gamma_{\Pi}=0,78$ , у даному випадку відбувається стрибкоподібна зміна характеру коливань, які мають складний квазіперіодичний характер (рис.2в). Останній факт дає можливість констатувати про утворення нової досить складної часової структури. При подальшому зростанні величини керуючого параметру відбувається ускладнення цієї структури шляхом біфуркацій подвоєння періоду (рис.2г). При  $n_1>7,0$  система знов стрибкоподібно переходить до режиму утримання, при якому здійснюються синхронізовані коливання, а фазовий портрет перетворюється у фокус (рис.2д). Це свідчить про зростання степені впорядкованості системи. Такий стан існує у порівняно вузькому інтервалі значень  $n_1$  (від 7,0 до 8,19), після якого система стрибкоподібно повертається до складних коливань, подібних до тих, які були притаманні системі при  $n_1<7,0$  (рис.2е).

Отже, для системи ФАПЧ з фільтром третього порядку в колі керування характерна складна динаміка станів, при яких фазовий портрет приймає вигляд граничного циклу, фокусу та складної динамічної фігури. При цьому в залежності від величини  $\gamma_{\Pi}$  може змінюватися

послідовність фазових портретів та їх вигляд.

На рис.3 приведені результати розрахунків хаусдорфівської розмірності (криві 1) та максимального ляпуновського показника (криві 2) для  $\gamma_{\Pi}=0,3, 0,78, 0,99$ .

Видно, що на проміжку  $0<n_1\leq 2,5$  система при різних  $\gamma_{\Pi}$  перебуває у впорядкованому стані. При збільшенні значень  $\gamma_{\Pi}$  перехід до хаотичних станів відбувається більш різко. Крім того, при  $n_1<2,5$  із зростом  $\gamma_{\Pi}$  зростає і рівень впорядкованості станів, на що вказує зменшення значень максимального показника Ляпунова.

При  $n_1>2,5$  фазовий портрет чотирьохвимірної системи має хаусдорфівську розмірність близьку до 3,27, значення якої слабо зростає із збільшенням величини  $\gamma_{\Pi}$ , що свідчить про значну долю хаотизації руху фазової точки. При цьому на кривій хаусдорфівської розмірності не помітно чітких сходинок, які відповідали б послідовним біфуркаціям подвоєння періоду.

Постійне зростання максимального показника Ляпунова із збільшенням величини керуючого параметру також характеризує складну динаміку фазової траєкторії, причому чітко видно межу переходу від граничного циклу до фокусу (коли  $\lambda_m<0$ ), а потім до детермінованого хаосу (рис.1 і 2). На проміжку  $7<n_1<8,2$ , як уже відзначалося вище, мають місце впорядковані квазістаціонарні стани системи з малими значеннями  $\lambda_m$  та  $D_H$ .

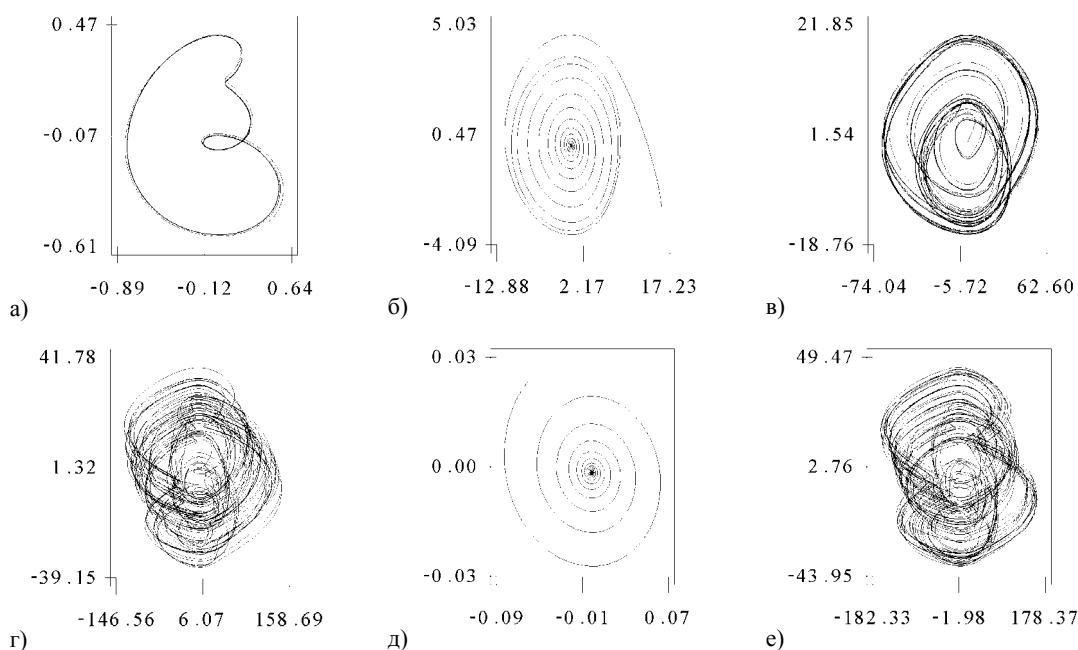


Рис.2. Еволюція фазового портрету ФАПЧ в залежності від величини параметра  $n_1$ : 0,25 (а), 1,8 (б), 2,6989 (в), 7,0 (г), 7,3 (д), 8,1943 (е).

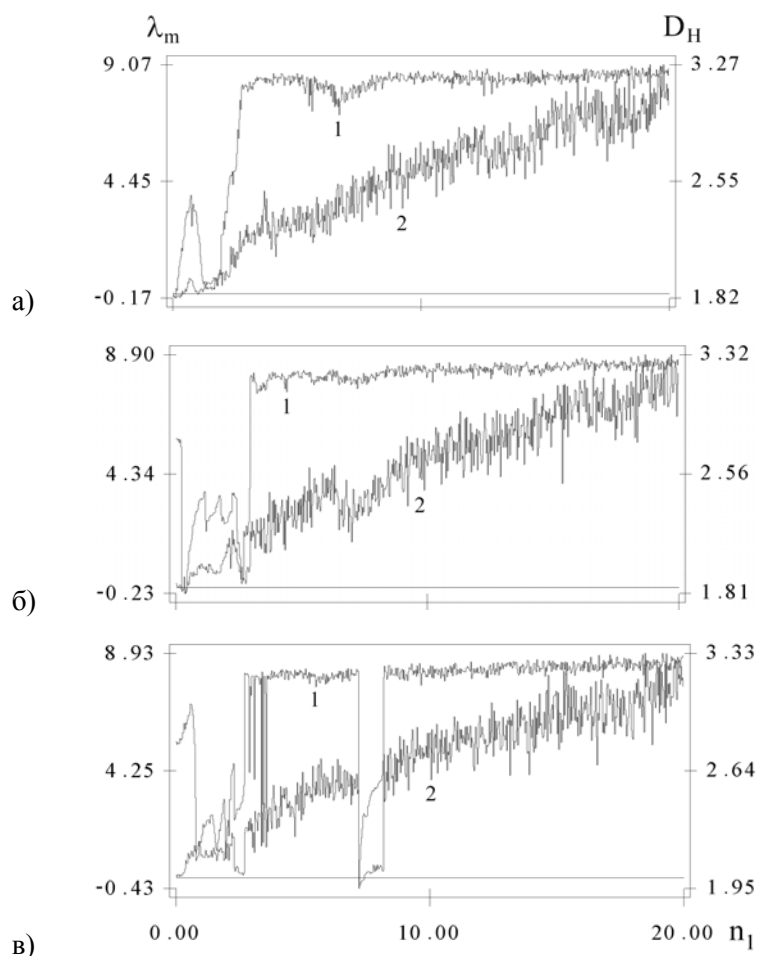


Рис. 3. Залежність хаусдорфівської розмірності  $D_H$  та максимального ляпуновського показника  $\lambda_m$  від величини параметра  $n_1$  при різних значеннях  $\gamma_{\Pi}$ : а – 0,3, б – 0,78, в – 0,99.

Особливо слід підкреслити, що системі ФАПЧ з фільтром третього порядку у колі керування, як це видно з наведених результатів, не притаманна переміжність впорядкованих та хаотичних станів, що характерно для системи ФАПЧ з фільтром другого порядку [9]. Це, на нашу думку, можна пояснити тим, що в системі ФАПЧ з фільтром третього порядку відбувається гасіння нестійкостей за рахунок утворення нового (в порівнянні з ФАПЧ з фільтром другого порядку) типу квазінейтральних хвиль.

Робота виконана при частковій підтримці Державного Фонду фундаментальних досліджень Міннауки України (проект 2.4/745).

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.Р. Фазовая автоподстройка частоты. - М.: Связь, 1972.
2. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. - М.: Мир, 1979.
3. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. - М.: Мир, 1984.
4. Мун Ф. Хаотические колебания. - М.: Мир, 1990.
5. Акимов В.Н., Белюстина Л.Н., Белых В.Н., и др. Системы фазовой синхронизации. - М.: Радио и связь, 1982.
6. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении. - М.: Сов. Радио, 1978.
7. Белюстина Л.Н., Быков В.В. О бифуркациях и некоторых качественных характеристиках системы фазовой автоподстройки частоты с фильтром второго порядка. // Труды симпозиума по прикладной математике и кибернетике. - М.: Наука, 1973. - С.28-32.
8. Матросов В.В. Регулярные и хаотические автоколебания фазовой системы // Письма в ЖТФ. - 22, в.23. - С.4-8.
9. Горлей П.М., Горлей П.П., Садовник О.В. Переміжність регулярних і хаотичних станів у системі фазової автоматичної підстройки частоти // Проблеми фізическої і біомедицинської електроніки. - 4, ч.3. - С.436-440.
10. Горлей П.Н., Горлей П.П., Томчук П.М. Странный аттрактор в неравновесной системе с двумя сортами носителей // Письма в ЖТФ. - 1996. - 22, №20. - С.82-86.