УДК 531.3: 531.66

© 1998 р. В.І. Черепачинський

Чернівецький державний університет ім.Ю.Федьковича, Чернівці

ПРО ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ВІДНОСНОЇ ШВИДКОСТІ ПРИ АБСОЛЮТНО ПРУЖНОМУ ЗІТКНЕННІ ДВОХ ТІЛ

Встановлено, що при абсолютно пружному зіткненні двох тіл має місце досі невідомий закон збереження, який полягає в тому, що після зіткнення обидва тіла віддаляються одне від одного з тією ж швидкістю, з якою вони наближались одне до одного перед зіткненням.

It is determined that at any absolutely elastic collision of two bodies until now unknown conservation law takes place which lies in the fact that after collision both bodies move off from each other with same velocity with which they approached each other before collision.

Загальновідомо, що для двох тіл, які зазнали центрального абсолютно пружного зіткнення, виконується закон збереження імпульсу

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \qquad (1)$$

та закон збереження кінетичної енергії

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \qquad (2)$$

де m_1 та m_2 - маси першого та другого тіла; $\vec{v}_1$ та $\vec{v}_2$ - їх швидкості до зіткнення; $\vec{u}_1$ та $\vec{u}_2$ - швидкості після зіткнення.

Але чомусь до цього часу ніхто не звернув уваги на те, що при такому зіткненні має місце ще один закон збереження. Його можна назвати законом збереження відносної швидкості та сформулювати так: два тіла, які зазнали центрального абсолютно пружного зіткнення, віддаляються одне від одного з тією ж швидкістю, з якою вони наближались одне до одного перед зіткненням.

Математично цей закон можна виразити з допомогою рівняння

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{u}_1 - \vec{u}_2). \qquad (3)$$

Тобто в даному законі мова йде про те, що після центрального абсолютно пружного зіткнення двох тіл зберігається величина їх відносної швидкості, а її знак міняється на протилежний.

Порівнюючи між собою (1), (2) та (3), бачимо, що (3) є єдиним з цих співвідношень, яке не оперує масами тіл. Тому в першу чергу цей закон буде використано в тих випадках, коли потрібно знайти всі швидкості $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{u}_1$ та $\vec{u}_2$, знаючи лише якісь три з них і не маючи жодної інформації про маси тіл, що зіткнулись.

Щоб переконатись у справедливості цього закону, достатньо підставити у вираз (3) значення $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{u}_1$ та $\vec{u}_2$ з будь-якої задачі на центральне абсолютно пружне зіткнення. З цією ж метою можна розглянути (1) і (2) як систему двох рівнянь з двома невідомими $\vec{u}_1$ та $\vec{u}_2$. В результаті її розв'язку одержимо

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \qquad (4)$$

та

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 - (m_1 - m_2)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}, \qquad (5)$$

які повністю підтверджують співвідношення (3).

Оскільки в (4) та (5) враховані всі можливі варіанти величин мас та величин і напрямів швидкостей тіл, що співударяються, то підтвердження співвідношення (3) з допомогою (4) і (5) по суті означає його остаточне доведення.

Отже, у нас уже є словесний та математичний вирази даного закону для випадку центрального абсолютно пружного зіткнення двох тіл, яке ще інакше називають одномірним, маючи на увазі, що всі рухи тіл до і після такого зіткнення відбуваються вздовж деякої лінії.

Між тим, досить часто можна зустрітись ще з одним різновидом пружного зіткнення - з так званим нецентральним, або двомірним зіткненням двох тіл, головна особливість якого полягає в тому, що обидва тіла або до зіткнення, або після, або ж і до і після зіткнення рухаються під кутом один до одного, і отже, вектори їх швидкостей розташовані вже у певній площині. Деякі випадки двомірних зіткнень можна відповідним вибором систем відліку перетворити в одномірні. Але не всі. Більшість таких зіткнень у будь-якій системі відліку залишатимуться двомірними.

Тому цілком доречно поставити питання про те, чи виконується даний закон і для цієї категорії зіткнень.

Щоб відповісти на це питання, почнемо з розгляду найбільш простого випадку такого роду зіткнень - з двомірного зіткнення двох тіл однакової маси. Найвідомішим прикладом такого зіткнення, опис якого наведено майже в кожному підручнику з фізики, є нецентральне зіткнення двох протонів. На рис.1 схематично відтворено фрагмент слідів, що залишаються в камері Вільсона при такому зіткненні.

Налітаючий протон рухається в напрямі *AB* з позиції *A* у позицію *B* і ударяє другий протон, що перебуває в спокої у позиції *C*. Після такого зіткнення обидва протони розлітаються під кутом 90°. Налітаючий протон, який до зіткнення рухався зі швидкістю $\vec{v}_1$, після зіткнення рухається в напрямі *BD* зі швидкістю $\vec{u}_1$, а протон, який до зіткнення був нерухомим, рухається в напрямі *CE* зі швидкістю $\vec{u}_2$.

З рис.1 видно, що *AC*=*DE*, як відповідні сторони рівних трикутників *FAC* та *BDE*. Оскільки *AC* є відстанню, яка була між обома протонами рівно за одиницю часу до зіткнення, а *DE* це відстань між ними, яка визначена рівно через одиницю часу після зіткнення, то з цього слідує, що протони віддаляються один від одного після зіткнення з тією ж швидкістю, з якою вони наближались один до одного перед зіткненням.

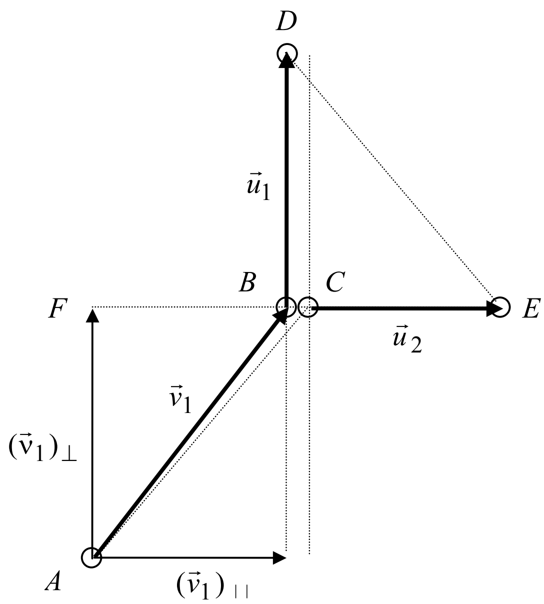

Рис.1. Схема двомірного зіткнення двох протонів.

Тобто і для цього випадку виконується закон збереження відносної швидкості і для нього підходить той же словесний вираз, який ми мали для випадку центрального абсолютно пружного зіткнення.

Легко переконатись, що вказана особливість характерна і для випадку, коли замість протонів у зіткненні братимуть участь якісь інші тіла однакової маси, і для випадку, коли обидва тіла будуть мати різну масу, і навіть для найбільш загального випадку, для якого можливі будь-які співвідношення між величинами мас m_1 і m_2 та величинами і напрямами швидкостей $\vec{v}_1$ та $\vec{v}_2$.

Але нам нема потреби розглядати тут усі ці випадки, адже висновок, який випливає з такого розгляду, ми досить просто зробимо далі з математичного виразу закону збереження відносної швидкості для двомірного абсолютно пружного зіткнення двох тіл.

Для знаходження цього виразу повернемося знову до рис.1. З нього видно, що коли розкласти всі швидкості на ||-складові в напрямі лінії *FE*, яка проходить через центри обох протонів в момент їх зіткнення, та на ⊥-складові у напрямі, перпендикулярному до *FE*, то будуть мати місце співвідношення

$$(\vec{v}_1)_{||} = (\vec{u}_2)_{||} \quad \text{та} \quad (\vec{v}_1)_\perp = (\vec{u}_1)_\perp.$$

З цих співвідношень чітко проглядає ще одна, давно відома [1], особливість нецентральних зіткнень: при двомірному абсолютно пружному зіткненні двох тіл певні зміни у швидкостях цих тіл відбуваються лише з ||-складовими і здійснюються за законами, характерними для центрального зіткнення, а ⊥-складові швидкостей кожного з тіл залишаються після зіткнення тими ж, якими вони були в них до зіткнення.

Враховуючи цю особливість, можна записати за аналогією з (3) математичний вираз закону збереження відносної швидкості для двомірного абсолютно пружного зіткнення двох тіл у вигляді:

$$(\vec{v}_1)_{||} - (\vec{v}_2)_{||} = -[(\vec{u}_1)_{||} - (\vec{u}_2)_{||}].$$

Оскільки ⊥-складові швидкостей обох тіл після зіткнення не змінюються, то очевидне тотожнє виконання співвідношення

$$(\vec{v}_1)_\perp - (\vec{v}_2)_\perp = (\vec{u}_1)_\perp - (\vec{u}_2)_\perp .$$

Розглядаючи останнє співвідношення в парі з попереднім, бачимо, що і в цьому випадку повний вектор відносної швидкості після зіткнення залишається за величиною таким, яким він був до зіткнення, а зміна його знака вказує на те, що коли до зіткнення обидва тіла наближались одне до одного, то після зіткнення – вони віддаляються.

Отже, у нас уже є всі підстави для твердження, що узагальнений варіант закону збереження відносної швидкості, який справедливий як для одномірного, так і для двомірного абсолютно пружного зіткнення двох тіл, може бути записаний у вигляді співвідношень:

$$(\vec{v}_1)_{||} - (\vec{v}_2)_{||} = -[(\vec{u}_1)_{||} - (\vec{u}_2)_{||}],$$

$$(\vec{v}_1)_{\perp} = (\vec{u}_1)_{\perp} \text{ і } (\vec{v}_2)_{\perp} = (\vec{u}_2)_{\perp}$$

та сформульований так: два тіла, які зазнали абсолютно пружного зіткнення, віддаляються одне від одного з тією ж швидкістю, з якою вони наближались одне до одного перед зіткненням.

Тепер зупинимось на деяких питаннях, що стосуються визнання даного закону та його місця серед інших законів.

Для цього знову повернемось до співвідношень (1), (2) та (3) і після незначних перетворень перепишемо їх у вигляді:

$$m_1(\vec{u}_1 - \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{u}_2), \tag{6}$$

$$m_1(\vec{u}_1 - \vec{v}_1)(\vec{u}_1 + \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{u}_2)(\vec{v}_2 + \vec{u}_2), \tag{7}$$

$$(\vec{u}_1 + \vec{v}_1) = (\vec{v}_2 + \vec{u}_2). \tag{8}$$

Співставляючи між собою (6), (7) та (8), бачимо, що між ними існує перехресна взаємозалежність.

Така залежність вказує на те, що співвідношення (1), (2) та (3) теж залежні. І в цьому нема нічого несподіваного, бо зв'язок між (1), (2) та (3) в своїй основі лише повторює той, який існує між величинами mv, $mv^2/2$ та v.

Наявність вказаної залежності переконує нас, що (3) - це математичний вираз фізичного закону. Адже якщо співвідношення (6) та (7) сприймаються як фізичні закони, то нема ніяких підстав співвідношення (8) сприймати якось інакше.

Те, що (3) може бути отримане як похідне з (1) та (2), ще зовсім не означає, що воно через це вже втрачає свою актуальність. Адже в такому разі і якась з величин v, mv чи $mv^2/2$ теж могла б вважатись зайвою на підставі того, що її можна отримати з двох інших.

Не означає це і того, що закон, який розглядається, не має новизни. Оскільки всі закони, якими описується певне явище, так чи інакше пов'язані між собою, то математичний вираз будь-якого нового закону не може не виводитись з уже відомих законів. По суті сама процедура доведення чогось нового передбачає знаходження його зв'язку з чимось уже відомим.

Тому нас взагалі не повинно цікавити, чи знав хтось про існування рівняння (8) та якою є історія його появи. Адже мова йде не про саме математичне рівняння як таке, а про те, що у даного співвідношення є смислове наповнення, на яке до цього ніхто не звернув уваги.

Цілком можливо, що при розв'язуванні задач на пружне зіткнення багато хто вже отримував рівняння (8), як проміжне в математичних перетвореннях на шляху до потрібного результату. І те, що до нього віднеслись саме як до проміжного рівняння, в якому не побачили нового фізичного змісту, тільки засвідчує, що цей зміст не є очевидним.

Отже, як бачимо, місце даного закону серед інших фізичних законів розкривається самою взаємозалежністю між співвідношеннями (6), (7) та (8): він доповнює вже існуючі закони збереження імпульсу і кінетичної енергії як у фізичному, так і в світоглядному аспектах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Хайкин С.Э.* Механика: Учебник для ун-тов. - М.-Л.: ОГИЗ Гостехиздат, 1948.