УДК 621.372.001.63

© 1999 р. І.А. Бучковський, В.В. Рюхтін

Чернівецький державний університет ім. Ю. Федьковича, Чернівці

# МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ МЕРЕЖ У ВУЗЛОВОМУ КООРДИНАТНОМУ БАЗИСІ

Пропонується процедура формування компактних математичних моделей електронних мереж, заступні схеми яких містять нерегулярні компоненти у вузловому координатному базисі. Наведено приклад такого моделювання.

The procedure is proposed for formation of compact mathematical models of the electronics networks whose equivalent circuits include irregular components in the nodal coordinate basis. The example of such modeling is represented.

Дослідження властивостей електронних мереж у більшості випадків проводять шляхом їх моделювання, зокрема математичним. Ефективність такого моделювання суттєво залежить від складності процедури формування і подальшого використання відповідних математичних моделей. В інженерній практиці для розв'язання подібних задач переважно вживають вузловий координатний базис. При цьому, якщо заступні схеми об`єкта дослідження складені тільки з регулярних компонент, то користуються добре відомими алгоритмами формування математичних моделей [1] у вигляді:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}, \tag{1а}$$

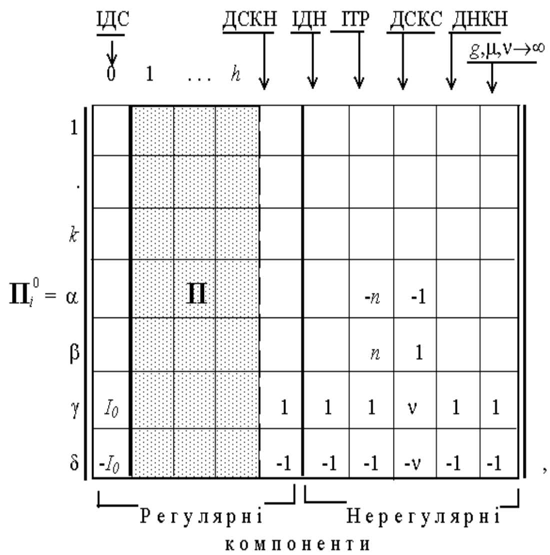
$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{B}} \cdot \mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}, \tag{1б}$$

де **I, U** - вектор-стовпці вузлових струмів і напруг, **Y** - квадратна матриця вузлових провідностей, $\mathbf{Y}_{\mathrm{B}}$ - діагональна матриця провідностей регулярних компонент, **П** - матриця інциденцій, $\mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}$ - транспонована матриця **П**. По суті **П** і $\mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}$ - матрична форма запису законів Кірхгофа для струмів і напруг.

При наявності у заступних схемах компонент, що не описуються залежністю (1а), тобто нерегулярних компонент, здійснюють або розширення координатного базису [2], або застосовують спеціальні алгоритми формування математичних моделей в узагальненому вузловому координатному базисі [3]. Зауважимо, що у першому випадку зростають розміри математичної моделі, а в другому - втрачається інформація про окремі напруги у схемі, знаходження яких породжує нову задачу.

Авторами цієї роботи пропонується проста процедура формування математичних моделей електронних мереж, заступні схеми яких містять і нерегулярні компоненти у вузловому координатному базисі.

Для цього вводять допоміжні змінні [4], що утворюють відповідний координатний базис, і однозначно зв`язані із шуканими напругами схеми. Очевидно, у випадку вузлового координатного базису допоміжні змінні доцільно вибирати із множини вузлових напруг. Можливість такого підходу випливає з результатів аналізу рівнянь Кірхгофа для заступних схем з урахуванням нерегулярних компонент. Це приводить до появи додаткових стовпців і рядків у **П** та $\mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}$, тобто до їх модифікацій




(2а)

$$
\mathbf{\Pi}_U^{\,0} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ . \\ h \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & . & k & \alpha & \beta & \gamma & \delta \end{array} \\
\left\Vert \begin{array}{c|cccccccc}
1 & & & & & & & \\ \hline
 & \multicolumn{7}{c}{} \\
 & \multicolumn{7}{c}{\mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}} \\
 & \multicolumn{7}{c}{} \\ \hline
 & & & & -1 & 1 & & \\ \hline
E & & & & & & 1 & -1 \\
 & & & & -n & n & 1 & -1 \\
 & & & & -1 & 1 & & \\
 & & & & -\mu & \mu & 1 & -1 \\
 & & & & -1 & 1 & &
\end{array} \right\Vert
\end{array}
\begin{array}{l} \\ \text{ІДС} \\ \\ \\ \\ \text{ДСКН} \\ \text{ІДН} \\ \text{ІТР} \\ \text{ДСКС} \\ \text{ДНКН} \\ g,\mu,\nu\to\infty\ , \end{array}
\qquad (2б)
$$

де ІДС та ІДН - ідеальні джерела струму та напруги, ІТР - ідеальний трансформатор із коефіцієнтом трансформації $n$, ДСКН і ДСКС - джерела струму керовані напругою і струмом з параметрами керування $g$ і $\nu$ відповідно, ДНКН - джерело напруги кероване напругою з параметром керування $\mu$, $h$ і $k$ - кількість віток і вузлів схеми, $\alpha$, $\beta$ і $\gamma$, $\delta$ - номера вузлів схеми, до яких підімкнено керуючі (напруги, струми) і керовані (джерела струму, напруги) вітки ідеальних елементів. Зауважимо, що $\beta$ і $\gamma$ - перо, а $\alpha$ і $\delta$ - дзьоб стрілок напруг і струмів. Тобто відповідні стрілки скеровані від $\beta$-вузла до $\alpha$-вузла і від $\gamma$-вузла до $\delta$-вузла. Такий спосіб стрілкування приведено у таблиці 1. Виключаючи залежні рівняння в (2), переходимо до матриць $\mathbf{\Pi}_i$ та $\mathbf{\Pi}_u$, тобто до координат допоміжних змінних, в яких формуємо кінцеву матричну модель електронної мережі. Оскільки у рівняння закону напруг Кірхгофа будуть входити й автономні джерела напруги, то в якості робочої моделі доцільно вибрати розширену матрицю системи [5], добре адаптовану до розв`язування систем рівнянь методом Гауса. У випадку вузлових координат її називають $\mathbf{V}$-матрицею [6], і (1б) матиме вигляд

$$\mathbf{V} = \mathbf{\Pi}_i \cdot \mathbf{Y}_\mathrm{P} \cdot \mathbf{\Pi}_u\,, \qquad (3)$$

де $\mathbf{Y}_\mathrm{P}$ - діагональна матриця, що несе інформацію про компонентний склад регулярної частини заступної схеми і має структуру виду (4).

$$
\mathbf{Y}_\mathrm{P} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ h \\ \text{ДСКН} \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 0 & 1\ \ldots\ldots & h & \text{ДСКН} \end{array} \\
\left\Vert \begin{array}{c|ccc}
1 & & & \\ \hline
 & & & \\
 & & \mathbf{Y}_\mathrm{B} & \\
 & & & \\ \hline
 & & & g
\end{array} \right\Vert
\end{array} . \qquad (4)
$$

При необхідності рівняння (2) можуть бути поширені й на інші нерегулярні компоненти заступних схем.

В якості прикладу наведемо процедуру формування математичної моделі для схеми, зображеної на рис.1. На схемі вузли позначені цифрами у кружках.

Тоді

$$
\mathbf{\Pi}_i^{\,0} =
\begin{array}{c|cccccccc}
 & I_0 & G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & \mu & \nu \\ \hline
1 & -I & 1 & & & & 1 & & \\
2 & & & & 1 & 1 & & & \nu \\
3 & & & 1 & -1 & & & -1 & \\
4 & & -1 & -1 & & & & 1 & -1 \\
5 & I & & & & -1 & -1 & & 1-\nu
\end{array} ,
$$

$$
\mathbf{\Pi}_u^{\,0} =
\begin{array}{c|cccccc}
 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline
0 & 1 & & & & & \\
G_1 & & 1 & & & -1 & \\
G_2 & & & & 1 & -1 & \\
G_3 & & & 1 & -1 & & \\
G_4 & & & 1 & & & -1 \\
G_5 & & 1 & & & & -1 \\
\mu & & \mu & & -1 & 1 & -\mu \\
\nu & & & & & -1 & 1
\end{array} .
$$

Редукуючи ці матриці, тобто виключаючи залежні змінні і враховуючи, що вузол 5 базисний, одержуємо

$$
\mathbf{\Pi}_i =
\begin{array}{c|cccccc}
 & I_0 & G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 \\ \hline
1 & -I & 1 & & & & 1 \\
2 & & -\nu & & 1-\nu & 1 &
\end{array} ,
$$

$$
\mathbf{\Pi}_u =
\begin{array}{c|ccc}
 & 0 & 1 & 2 \\ \hline
0 & 1 & & \\
G_1 & & 1 & \\
G_2 & & \mu & \\
G_3 & & -\mu & 1 \\
G_4 & & & 1 \\
G_5 & & 1 &
\end{array} .
$$

Підставивши одержані матриці в (3) з урахуванням того, що

$$
\mathbf{Y}_\mathrm{P} =
\begin{array}{c|cccccc}
 & 0 & G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 \\ \hline
0 & 1 & & & & & \\
G_1 & & G_1 & & & & \\
G_2 & & & G_2 & & & \\
G_3 & & & & G_3 & & \\
G_4 & & & & & G_4 & \\
G_5 & & & & & & G_5
\end{array} ,
$$

знаходимо шукану математичну модель схеми.

$$
\mathbf{V} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\
\left\| \begin{array}{|c|c|c|} \hline -I & G_1+G_2 & \\ \hline & -\nu G_1-\mu G_3(1-\nu) & G_3(1-\nu)+G_4 \\ \hline \end{array} \right\|
\end{array} .
$$

Розглянутий приклад показує, що в якості залежних змінних доцільно вибирати вузлові напруги віток струму керування та джерел напруги, а інцидентні їм вузли позначити високими номерами, найвищий з яких бажано присвоїти базисному вузлу. Якщо параметр керування $\mu$ нескінченно великий, то залежними змінними можуть бути і вузлові напруги керуючих віток. Інші напруги схеми визначають шляхом множення матриці $\mathbf{\Pi}_u$ на вектор напруг, знайдених у базисі допоміжних змінних.

Отже, математичне моделювання електронних мереж у вузловому координатному базисі шляхом введення допоміжних змінних у рівняння Кірхгофа для регулярної частини заступної схеми дозволяє врахувати її нерегулярні компоненти і визначити шукані напруги. Розмір результуючої матриці (**V**-матриці) менший від розміру моделі для регулярної частини схеми на число віток керуючого струму і джерел напруги. Ця модель дає можливість аналізувати роботу електронної мережі, а також може бути використана при її діагностуванні.

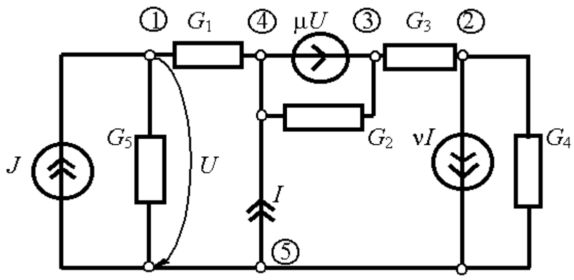
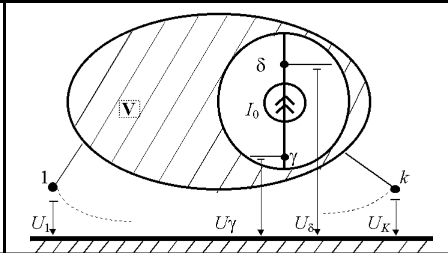
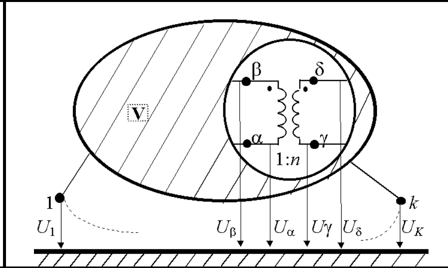
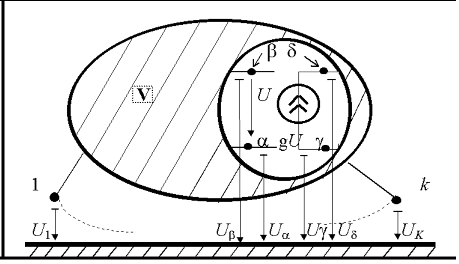



Рис. 1. Заступна схема електронної мережі.

Таблиця 1. Ідеальні компоненти заступних схем електронних мереж.

| Тип | Схема |
|---|---|
| ІДС |  |
| ІТР |  |
| ДСКН |  |

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. *Чуа Л.О., Лин Пен-Мин* Машинный анализ электронных схем. Алгоритмы и вычислительные методы. - М.: Энергия, 1980.
2. *Влах И., Сингал К.* Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. - М.: Радио и связь, 1988.
3. *Сигорский В.П.* Моделирование электронных цепей в обобщенном узловом координатном базисе // Изв. вузов. Радиоэлектроника. - 1981. - **24**, №6. - С.37-46.
4. *Блажкевич Б.И.* Физические основы алгоритмов анализа электронных цепей. - Киев: Наукова думка, 1979.
5. *Курош А.П.* Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1968.
6. *Величко Ю.Т.* Прохідні чотириполюсники. - Київ: Держвидавництво технічної літератури УРСР, 1958.