

ПРО РОЗМІРНІСТЬ ПЕРЕТВОРЕНИХ ФРАКТАЛІВ

Обговорено особливості визначення розмірності регулярних фракталів за вимірюваннями оптичних спектрів потужності. На прикладі одновимірної множини Кантора показано, що асиметризація фрактальної структури зумовлює модифікацію фраунгоферового дифрактала, який, проте, залишається симетричним. При цьому нахил залежності амплітуди Фур'є-спектра від просторової частоти (у логарифмічному масштабі) виявляється інваріантним відносно коефіцієнта асиметрії фрактального об'єкта та безпосередньо характеризує його розмірність.

The peculiarities of determination of the regular fractal's dimension through measuring of optical power spectra are discussed. For example of 1-D Cantor set, it is shown that the fractal structure asymmetrization leads to modifications of the Fraunhofer diffractal, which nevertheless occurs to be symmetrical. For that, the slope of the dependence of Fourier-spectrum amplitude against spatial frequency (represented in logarithmic scale) is invariant in respect to the asymmetry coefficient of the fractal object, and directly characterizes its dimension.

Вступ

Оптичні методи дослідження фракталів – об'єктів, що характеризуються структурною самоподібністю при зміні масштабу та нецілою розмірністю, привабливі через притаманні їм швидкодію та безконтактність (неруйнівність) [1]. Так, основний діагностичний параметр (розмірність фрактала) може бути визначений за нахилом представленого у логарифмічному масштабі спектра потужності структури об'єкта, так званим "power law" [2]. В оптичному експерименті знаходження фрактальної розмірності зводиться до реалізації Фур'є-перетворення граничного поля об'єкта (шаром вільного простору достатньої протяжності або, здебільшого, з використанням Фур'є-перетворюючої лінзи [3]) та вимірювання розподілу інтенсивності (то саме – спектра потужності, квадрата модуля Фур'є-спектра) у фраунгоферовій дифракційній картині.

Численні дослідження у галузі фрактальної оптики стосуються штучно створених детермінованих (досконалих) фракталів [1,2,4], властивості яких відомі наперед, цілком визначаються алгоритмом їх побудови. З іншого боку, майже всі природні (реальні) фрактали, на відміну від штучних, є у тій чи іншій мірі рандомізованими, асиметричними й, окрім того, характеризуються ускладненою структурою країв. Було знайдено [1], що безпосереднє визначення фрактальної розмірності об'єкта за power law можливе лише для випадкових фракталів. У випадку ж регуляр-

них фракталів оцінка розмірності за розподілом інтенсивності у фраунгоферовій дифракційній картині виявляється проблематичною, хоча, наскільки нам відомо, причина ускладнень, що виникають у даному випадку, не обговорювалась.

Наші попередні дослідження [5] оптичних полів, що дифрагували на перетворених (шляхом згладжування або підкреслювання країв структурних елементів) фрактальних об'єктів типу кохівських кривих, показали наявність у них властивостей, пов'язаних з самоподібністю досліджуваних структур.

У роботі [6] досліджувались одновимірні фрактали Кантора, що зазнали перетворення шляхом зміщення країв, а відповідно і "центрів мас" прозорих ділянок – структурних елементів при заданих значеннях коефіцієнта асиметрії. Було показано, що у френелівській (ближній) зоні дифракції коефіцієнт асиметрії розподілу інтенсивності у дифрагованому полі близький до коефіцієнта асиметрії самого об'єкта, а при переході до фраунгоферової (дальньої) зони його значення прямує до нуля, тобто фраунгоферівський дифрактал симетризується. Це означає, що power law непридатний для визначення коефіцієнта асиметрії об'єкта. Проте залишається відкритим питання: у якій мірі відображається фрактальність об'єкта у power law асиметризованого фрактала? Іншими словами: чи можливо визначити за нахилом power law фрактальну розмірність об'єкта безвідносно до степені його асиметрії?

Спроби теоретичного розв'язку даної проблеми натикаються на значні складнощі як обчислювальні, так і при інтерпретації результатів. Зокрема, відсутня єдина думка щодо того, чи варто вважати асиметричний фрактал монофракталом, який повністю характеризується єдиною розмірністю, або мультифракталом, характеристика якого здійснюється певним набором нецілих розмірностей або так званим спектром сингулярностей [4].

У цій роботі описуються процедура та результати експериментального дослідження можливості оцінки фрактальної розмірності асиметричних фракталів за *power law*.

Експеримент. Процедура

В якості тест-об'єктів ми використовували множину Кантора третього рівня. Асиметризація структури досконалого (симетричного) канторівського передфрактала здійснювалась за алгоритмом, описаним у [6]. А саме: координати у перетвореного фрактала пов'язувались з координатами x досконалого фрактала за законом $y=x^{1+k}$, де k - коефіцієнт асиметрії ($k=0$ відповідає тотожному перетворенню). Зауважимо, що реалізовані у нашому експерименті коефіцієнти асиметрії фракталів Кантора майже на порядок перевищували використані у [6] аж до $k=0,5$ проти $k=0,2$. Тобто досліджувались сильно деформовані фрактали. Експериментальні зразки з відповідними значеннями коефіцієнта асиметрії k представлені на рис.1, виготовлялись у такий спосіб. Досконалий та перетворені фрактали отримувались шляхом комп'ютерного моделювання й друкувались на папері формату А4 з використанням лазерного принтера. Отримані амплітудні фрактали фотографувались на низькоконтрастну ($\gamma \sim 1$) фотоплівку ORWO, роздільна здатність якої забезпечувала досконалу репродукцію країв структурних елементів фракталів. Отже, амплітудне пропускання отриманих на фотоплівці зразків відповідало амплітудним канторівським фракталам. Ширина й висота використаних в експерименті фракталів складала, відповідно 5,7 мм та 27 мм.

Оптична схема для запису фраунгоферівських дифракталів (рис.2) подібна до схеми, реалізованої у [2]. Пучок гелій-неонового лазера ЛГН-222, L (довжина хвилі $\lambda=0,6328$ мкм, потужність $P=50$ мВт) фокусувався мікрооб'єктивом ($20\times$) й фільтрувався діафрагмою з діаметром 28 мкм. Сформоване в такий спосіб квазіточкове джерело PS перетворювалось, з використанням циліндричної лінзи CL , у квазілінійне джерело LS , яке

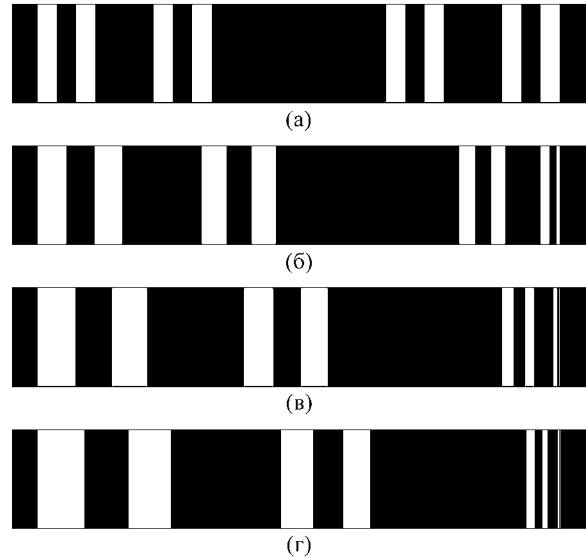


Рис.1. Експериментальні зразки: досконалий $k=0$ (а) та асиметричні: $k=0,5$ (б), $k=1,0$ (в), та $k=1,5$ (г) фрактали Кантора.

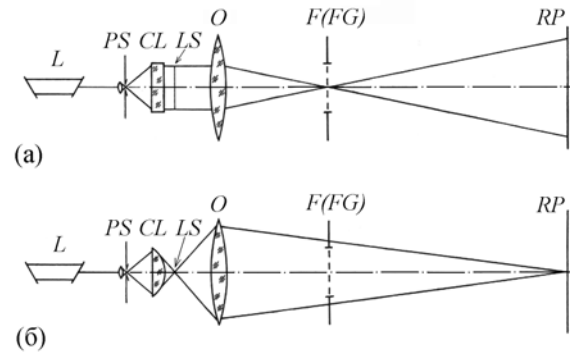


Рис.2. Схема запису фракталограм: вид збоку (а), вид зверху (б). L – He-Ne лазер, PS – квазіточкове джерело (мікрооб'єктив та діафрагма в якості просторового фільтра), CL – циліндрична лінза, LS – квазілінійне джерело, O – об'єктив, $F (FG)$ – фрактал (або фракталограма), RP – площина реєстрації.

зображалось об'єктивом O ($f=140$ мм) у площину RP . Фрактал F розташовувався між об'єктивом O та площиною RP й однорідно опромінювався збіжною хвилею, переріз якої набагато перевищував ширину вхідної апертури. Таке розташування об'єкта має, як відомо [3], ряд переваг:

- модуляція зондуючого пучка вхідною апертурою здійснюється по одній просторовій координаті;
- відсутнє апертурне обмеження вздовж смуг канторівського фрактала – експеримент виконується з істинно одномірним фракталом;
- потужність зондуючого випромінювання використовується найефективніше;
- уникаються ефекти просторово-частотного вин'єтування;

- масштаб спектра потужності (СП) та автокореляційної функції (АКФ) вхідного сигналу регулюється найпростішим способом.

Запис СП (фактично фраунгоферівського дифракта, який рівний фраунгоферівській безопорній фракталограмі [7]) здійснювався на амплітудних голографічних фотоплатівках ВР-ЛІ з обробкою проявником УП-2 (еквівалент розбавленого вдвоє голографічного проявника D-19). Зауважимо, що при виконанні описуваного експерименту ми здійснювали "м'яку" (відносно "холодну" й тривалу) процедуру проявлення, для уникнення впливу ефектів нелінійної голографічної ресстрації [8] на результати вимірювання.

Замінюючи фрактал (F на рис.2) його фракталограмою FG , ми отримували, згідно з теоремою Вінера-Хінчина, АКФ досліджуваного фрактала в площині RP як Фур'є-образ від СП. Відстані від об'єктива O до площини RP та від вхідної апертури до цієї площини складали, відповідно, $L_0=1,32 \cdot 10^3$ мм та $L_1=10^3$ мм.

Схема, наведена на рис.2, використовувалася нами також для вимірювання розподілу інтенсивності в межах центральної (самоподібної [3]) області відповідних СП та АКФ для досконалого та перетворених фракталів. У цьому випадку голографічна фотоплатівка в площині RP заміщувалась фотоприймачем (у нашому експерименті – фотоелектронним помножувачем ФЕП). ФЕП встановлювався на траверсі, що обертався навколо осі, яка співпадала з центром координат вхідної площини, й рухався у напрямку, перпендикулярному відносно головної оптичної осі когерентно-оптичного процесора та до смуг Кантора. Щілинна діафрагма з шириною ~ 100 мкм розміщувалась безпосередньо перед ФЕП. Набагато (приблизно у 160 разів) перевищуючи довжину хвилі дифрагуючого випромінювання, діафрагма не спричиняла поляризаційних ефектів і, отже, не впливала на результати вимірювань. Її роль полягала лише у зменшенні впливу шуму й забезпеченні достатнього кутового розділення при вимірюванні фактичного розподілу інтенсивності. При хвильових і геометричних умовах, що були реалізовані у нашому експерименті, ширина щілини була вдвічі вужчою за мінімальний період досліджуваної дифракційної картини. При цьому кутова невизначеність, яка відповідала скінченій (ненульовій) ширині аналізуючої діафрагми, становила 10^{-4} рад, а кутова невизначеність, зумовлена скінченою шириною первинного джерела PS , – $L_0=1,6 \cdot 10^{-4}$ рад. Отже, результуюча невизначеність

кута дифракції становила $\delta\theta \approx 2,6 \cdot 10^{-4}$ рад ($\leq 1,5 \cdot 10^{-2}$ град), що відповідало розділенню при вимірюванні спектру потужності на рівні $\Delta \approx \delta\theta/\lambda \sim 4,1 \cdot 10^{-1}$ мм $^{-1}$. Остання оцінка характеризує розділення двох хвильових векторів, асоційованих з певними компонентами Фур'є-розкладу вхідного сигналу, реалізоване у нашому експерименті, й відповідає найкращим параметрам, які наводились у літературі [2,4].

Повна ширина зони аналізу для усіх досліджених фракталів була однаковою – охоплювала центральну (самоподібну) область, ширина якої залежить від рівня фрактала. Оскільки всі досліджені об'єкти були одного рівня, найбільший кут дифракції, для якого проводилися вимірювання, складав $1,5 \cdot 10^{-2}$ рад, що при зазначеній $\delta\theta$ забезпечувало можливість роздільного визначення аж до 57 значень інтенсивності. Характерною особливістю СП та АКФ фракталів Кантора є велика глибина модуляції просторового розподілу інтенсивності; тому для забезпечення лінійності вимірювань в усьому діапазоні флуктуацій інтенсивності ми використовували калібровані нейтральні ослаблювачі, які розташовувались безпосередньо перед аналізуючою щілиною. Кількість і кратність використаних ослаблювачів враховувалися при обробці експериментальних даних.

Візуальний аналіз

Експериментально отримані спектри потужності досконалого та перетворених фракталів (безопорні фраунгоферівські фракталограми) представлені на рис.3. СП досконалого фрактала (рис.3а) можна умовно поділити на дві області: відносно високоінтенсивну центральну ("внутрішню"), якій притаманна структурна самоподібність, та порівняно низькоінтенсивну периферійну ("зовнішню"), яка характеризується періодичною структурою. Дійсно, у межах "внутрішньої" області три чітко відокремлені глибокими мінімумами інтенсивності набори спектральних компонент можна легко розділити на три подібні частини, кожна з яких, у свою чергу, складається з трьох ліній. Як відомо [2], обмеженість самоподібної області відповідає скінченності рівня передфрактала. Очевидна триадна структура самоподібної області СП є безпосереднім наслідком алгоритму побудови канторівської множини.

Усі спектри перетворених фракталів (рис.3б-г) мають, у порівнянні з досконалим, більш складний розподіл інтенсивності, внаслідок чого поділ на характерні області здійснити важче. Кількість

спектральних компонент збільшується, і розподіл інтенсивності у дифракційній картині згладжується. Наявність спільної спектральної компоненти, що відповідає першому дифракційному максимуму в періодичній області СП досконалого фрактала, пояснюється однаковістю ширин досліджуваних зразків. При збільшенні коефіцієнта асиметрії перетворених фракталів ширина центральної зони розширюється, що можна пов'язувати зі зменшенням ширини певної частини структурних елементів вхідної апертури.

Автокореляційні функції досліджуваних фракталів показані на рис.4. АКФ досконалого фрактала (рис.4а) характеризується наявністю чітко розділених дифракційних максимумів у періодичній області без видимих ознак структурної самоподібності у центральній області. АКФ асиметричних фракталів (рис.4б-г), як і відповідні спектри потужності, мають ускладнену структуру, і, у порівнянні з АКФ досконалого фрактала, характеризуються більш швидким зниженням інтенсивності зі збільшенням просторової частоти. Тріадична структура фрактала не відображається безпосередньо у структурі АКФ незалежно від коефіцієнта асиметрії. На відміну від СП, ширина центральної зони АКФ зменшується по мірі зростання коефіцієнта асиметрії фрактала.



(а)



(б)



(в)



(г)

Рис.3. Спектри потужності досконалого (а) та перетворених (б-г) фракталів Кантора.

Остання особливість природно впливає з реалізованого способу отримання АКФ та відомих властивостей оптичного Фур'є-перетворення [3].

Зауважимо, що незалежно від величини коефіцієнта асиметрії, який характеризує вхідний сигнал, усі спектри потужності та автокореляційні функції, наведені на рис.3 та рис.4, є симетричними.

Результати вимірювань

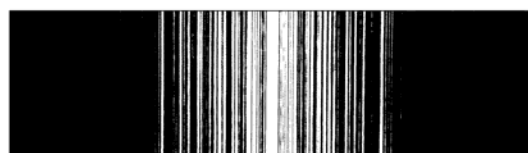
На рис.5 представлено у логарифмічному масштабі виміряні спектри досконалого та асиметричних канторівських фракталів. Точками показано значення інтенсивностей (права шкала) та амплітуд (ліва шкала) дифракційних максимумів, нормованих, відповідно, за інтенсивністю та амплітудою дифрагованої вперед компоненти. Експериментальні точки у таких двох представленнях співпадають внаслідок узгодженого перетворення масштабу зображуваної залежності (добування кореня квадратного). Суцільна та пунктирна прямі – апроксимуючі залежності $\sqrt{I(q)} \sim q^{-D}$ та $I(q) \sim q^{-D}$, де q – просторова частота. Для тріадичної канторівської множини [2], $D = \ln 2 / \ln 3 \approx 0,6309$. Обидві залежності наводяться для центральної ("самоподібної") ділянки фраунгоферового дифрактала.



(а)



(б)



(в)



(г)

Рис. 4. Автокореляційні функції досконалого (а) та перетворених (б-г) фракталів Кантора.

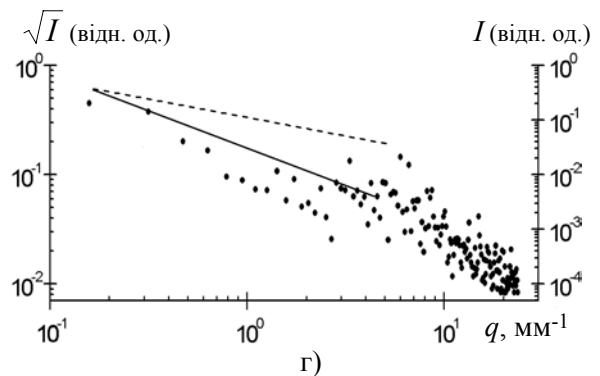
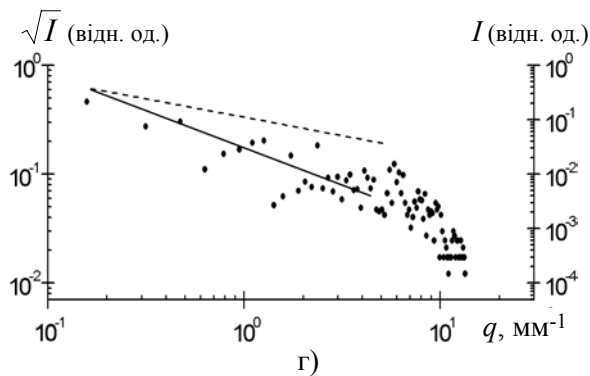
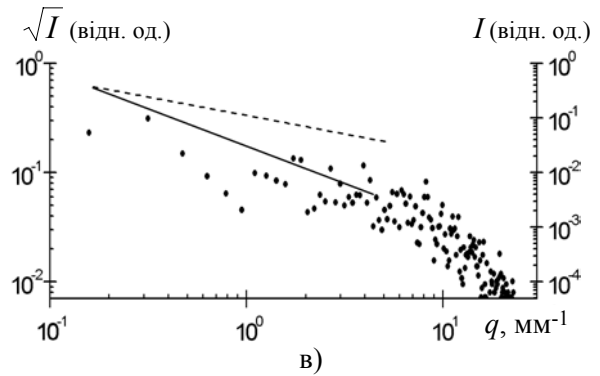
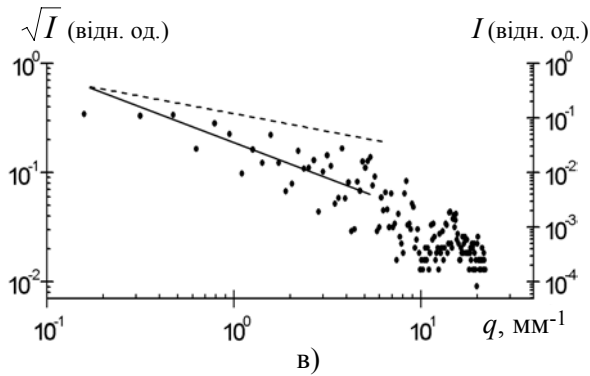
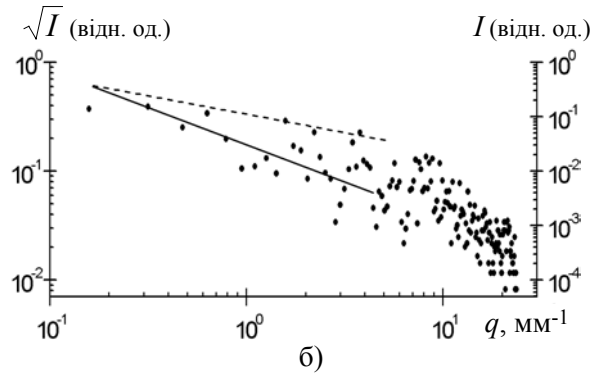
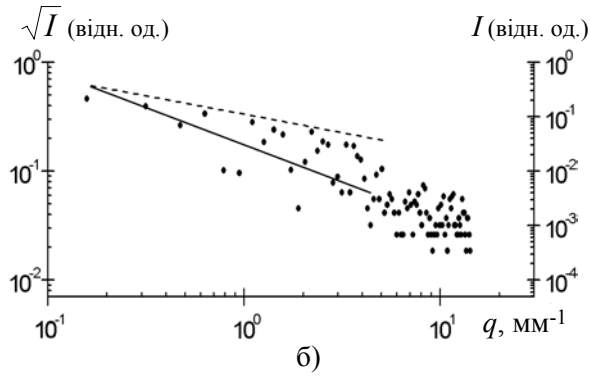
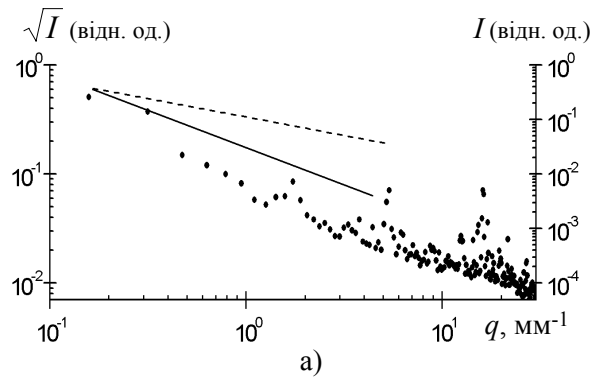
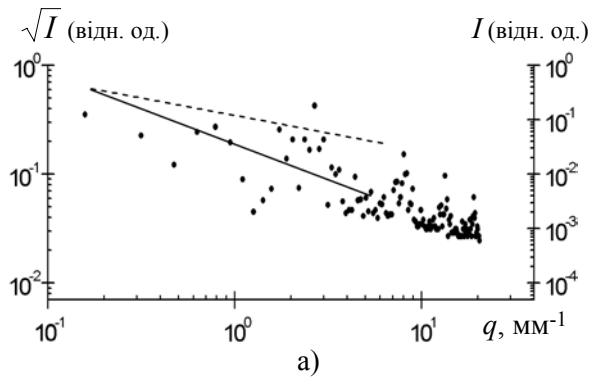


Рис.5. Експериментальні залежності $\lg \sqrt{I}(\lg q)$ та $\lg I(\lg q)$ для спектрів досконалого (а) та асиметричних (б-г) фракталів. Суцільна і пунктирна лінії відповідають нахилу D відповідно в масштабах \sqrt{I} та I .

Рис.6. Експериментальні залежності $\lg \sqrt{I}(\lg q)$ та $\lg I(\lg q)$ для автокореляційних образів досконалого (а) та асиметричних (б-г) фракталів. Суцільна і пунктирна лінії відповідають нахилу D відповідно в масштабах \sqrt{I} та I .

За результатами, наведеними на рис.5, можна зробити такі висновки.

1. Нахил залежності $\lg\sqrt{I}(\lg q)$ відповідає теоретичній розмірності досконалого фрактала: кількість експериментальних точок над суцільною кривою та під нею – однакова. При цьому відмінність нахилу теоретичної залежності від оптимальної апроксимації експериментальних даних не перевищує 5%.

2. Залежність $\lg I(\lg q)$ непридатна для безпосереднього визначення розмірності досконалого фрактала, що відповідає результатам [2]. Було знайдено, що з похибкою, притаманною апроксимації $\sqrt{I(q)} \sim q^{-D}$ (~5%), залежність інтенсивності фраунгоферового дифракталя від просторової частоти визначається співвідношенням $I(q) \sim q^{-(2-D)}$.

3. Апроксимація $\sqrt{I(q)} \sim q^{-D}$ однаково прийнятна як для досконалого, так і для асиметричних фракталів, як видно з рис.5. Цікаво, що зі збільшенням коефіцієнта асиметрії вірогідність такої апроксимації навіть зростає.

4. За межами самоподібної області фраунгоферового дифракталя реалізується "тривіальна" [1] (не показана на рис.5) залежність $I(q) \sim q^{-1}$.

Експериментально знайдені розподіли амплітуд та інтенсивностей у автокореляційних образах досконалого та асиметричних фракталів, відновлених шляхом оптичного Фур'є-перетворення спектрів потужності, наведено (також у логарифмічному масштабі) на рис. 6. Нахил залежностей інтенсивності від просторової частоти в межах центральної області близький до нахилу пунктирної лінії $\sim(2-D)$; нахил залежностей модуля комплексних амплітуд від просторової частоти у цій області виявляється ближчим до D (суцільна лінія). Проте відмінність нахилу оптимальної апроксимації розподілу модуля комплексних амплітуд від D в автокореляційних образах як досконалого, так і перетворених фракталів виявляється суттєво більшою, ніж розбіжність між оптимальною апроксимацією експериментальних даних та залежністю q^{-D} для відповідних спектрів і коливається в межах від 15% (при $k=0,5$) до 30% (при $k=1,5$).

З наведених результатів випливає, що розмірність детермінованих фракталів (симетричного або асиметричного) може бути знайдена за нахилом залежності $\lg\sqrt{I} \lg q$, а відновлення автокореляційного образу фрактала через оптичне Фур'є-перетворення амплітудного пропускання

безопорної фраунгоферової фракталограми виявляється надлишковим і не є як необхідним, так і ефективним засобом визначення фрактальної розмірності таких об'єктів.

Обговорення

У роботі [2], одній з перших, присвячених визначенню розмірності фрактального об'єкта за вимірюваннями у полі випромінювання, дифрагованого таким об'єктом, було встановлено, що *фрактальна розмірність може бути знайденою за нахилом огинаючої амплітудного Фур'є-спектру (залежністю Фур'є-амплітуди від просторової частоти), представленій у логарифмічному масштабі*. Експериментальні ж результати [2] (зокрема, для канторівської множини) наводяться для іншої залежності – інтенсивності фраунгоферового дифракталя у функції просторової частоти. Апроксимація вимірюного спектра потужності залежністю q^{-D} , безумовно, не є оптимальною. Наша спроба побудови апроксимуючої залежності експериментальних даних показала, що підгоночна крива – парабола, а не пряма, як передбачається викладеною у роботі [2] теорією. Проте при застосуванні до випадкових фракталів (зокрема, до так званих "дифузійно обмежених агрегатів" [4,9]) запропонований у [2] підхід дає цілком вірогідні результати. Також і з даних роботи [10] випливає, що рандомізація структури регулярного фрактала веде до зменшення розбіжності між теоретичними та експериментальними результатами щодо визначення фрактальної розмірності. Різні способи усереднення (згладжування) експериментальних даних, які обговорюються у [1], по-перше, достатньо не обґрунтовані (по суті, представляють різного роду підгоночні емпіричні процедури), і по-друге, не застосовні для одномірних фракталів типу досліджуваних у нашій роботі. Після публікації [1] вважається загальноприйнятим, що процедура визначення фрактальної розмірності за power law ефективна лише для випадкових фракталів.

Непридатність power law для знаходження D ілюструється також і нашими результатами, наведеними на рис.5 (пунктирні прямі). Проте ми одночасно показали можливість прямого визначення фрактальної розмірності за нахилом залежності модуля Фур'є-спектра від просторової частоти. Викладемо тут міркування, які привели нас до необхідності видобуття кореня квадратного зі спектра потужності випромінювання, дифрагованого регулярним (чи детерміновано перетвореним) фракталом, для знаходження фрактальної

розмірності за даними оптичного експерименту. Викладена нижче аргументація близька до наведеної в [11] щодо відмінностей автокореляційних образів детермінованих (типу дифракційних апертур) та дифузних вхідних сигналів.

Досконалий канторівський фрактал є ні чим іншим, як регулярною ґраткою з "пропущеними" (за певним законом) елементами. Тому використання теорії дифракційних ґраток є найпростішим і найпереконливішим способом обговорення досліджуваної проблеми.

Виникнення деякого головного дифракційного максимуму є результатом синфазного складання (у даному напрямку чи у даній точці) парціальних циліндричних хвиль, які поширюються від різних штрихів ґратки. Результуюча амплітуда поля A для визначених умов спостереження є сума парціальних амплітуд ($A \sim N$, де N – кількість періодів ґратки), відповідно, результуюча інтенсивність поля $I = A^2 \sim N^2$.

Розглянемо тепер результат рандомізації ґратки. Така рандомізація може здійснюватись двома способами:

- фазова рандомізація граничного поля через використання дифузору;
- випадкові зміщення країв (отже, і "центрів мас") - деформація елементів ґратки.

У другому випадку (актуальному у нашому дослідженні), за теоремою зсуву Фур'є-аналізу [6], напрямки на головні дифракційні максимуми зберігаються, а зсув сигналу у просторовій області зумовлює відповідний лінійний (випадковий, у досліджуваному випадку) фазовий зсув у частотній області. У граничному випадку, коли фазові зсуви розподілені рівномірно в інтервалі від нуля до 2π , результуюча інтенсивність головного дифракційного максимуму виявляється (згідно з [12, параграф 42a]) пропорційною кількості парціальних внесків: $I \sim N$.

Отже, інтенсивність головного дифракційного максимуму рандомізованої ґратки (у тому числі й фрактальної) підпорядковується тій же залежності, що й амплітуда такого максимуму у випадку регулярної ґратки. Цим вичерпно пояснюється той факт, що огинаюча частотного розподілу інтенсивності Фур'є-образу рандомізованого фрактала збігається з огинаючою частотного розподілу модуля амплітуди Фур'є-образу детермінованого (симетричного або асиметризованого, який перетворений за детермінованим законом) фрактала. І ось чому:

висновок роботи [2] щодо можливості визначення фрактальної розмірності об'єкта за Фур'є-

спектром дифрагованого ним поля виправдовується на практиці при знаходженні D безпосередньо за вимірюваннями інтенсивності у дальньому полі випадкового фрактала;

у випадку регулярного фрактала визначення D опосередковується процедурою знаходження амплітудного Фур'є-спектра об'єктного поля за його спектром потужності.

Зауважимо, що при суттєвому (в N разів) зниженні інтенсивності у головних максимумах, яке супроводжує рандомізацію регулярного фрактала, загальна енергія дифрагованого випромінювання залишається постійною. Це легко показати у рамках моделі дифракційних явищ Юнга-Рубіновича [13-15], згідно з якою дифракційне поле обчислюється як сума геометрооптичної хвилі та крайової дифракційної хвилі. Геометрооптична хвиля визначена лише у прямо освітленій області – у межах центрального максимуму дифракційної картини дальнього поля [7]. Збільшення пропускання асиметризованого фрактала (за рахунок збільшення загальної площі прозорих ділянок, дивись рис.1) призводить лише до зростання інтенсивності центрального дифракційного максимуму. В той же час кількість структурних елементів у перетворених фракталах залишається незмінною. Отже, й сумарна енергія асоційованих з ними парціальних крайових дифракційних хвиль зберігається.

Зрозуміло, що зниження інтенсивності у головних дифракційних максимумах супроводжуватиметься появою дифузної компоненти – світло надходитиме також і у раніше темні ділянки далекопольної картини, де парціальні сигнали також складатимуться по інтенсивностях. Структура перетвореного фраунгоферового дифракта-ла збагачуватиметься новими елементами, що не впливатиме на форму огинаючої спектра. Останній висновок частково (для випадку детерміновано перетвореного регулярного фрактала) ілюструється рис.3 та рис.5 й цілком узгоджується з результатами роботи [10], де показується, що рандомізація двомірного кохівського фрактала зумовлює еволюцію самоподібного фраунгоферового дифракта-ла до випадкової спекл-картини.

Висновки

1. Визначення розмірності детермінованих регулярних фракталів за вимірюваннями кутового розподілу інтенсивності випромінювання, що дифрагувало на таких фракталах, можливе й передбачає знаходження амплітудного спектра, нахил огинаючої якого (у логарифмічному масштабі) відповідає розмірності об'єкта.

Навіть при значних коефіцієнтах асиметрії (аж до $k=1,5$) нахил оптимальної апроксимації експериментальних даних відрізняється від передбачуваної теорією фрактальної розмірності не більше ніж на 5%, що приблизно відповідає похибці вимірювань.

2. При асиметризації фрактала візуально спостережувані у дифракційній картині дальнього поля ознаки структурної самоподібності об'єкта поступово стираються. Проте знайдений за даними вимірювань інтенсивності фраунгоферового дифрактала нахил огинаючої залежності $\lg \sqrt{I} (\lg q)$ виявляється інваріантним відносно величини коефіцієнта асиметрії об'єкта. Такий нахил може бути використаним у якості діагностичного параметру, а описана процедура є достатньою як для виявлення фрактальності об'єкта, так і для знаходження розмірності асиметричного фрактала (хоча й непридатна для оцінки коефіцієнта асиметрії фрактала внаслідок глобальної симетрії дифракційної картини дальнього поля).

3. Нарешті, результати виконаного дослідження демонструють також, що асиметризований фрактал Кантора залишається монофракталом і характеризується єдиною фрактальною розмірністю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Uozumi J., Asakura T.* Fractal optics (Collected papers, 1990-1995). - Sapporo: Research Institute for Electronic Science: Hokkaido University, 1995.
2. *Allain C., Cloitre M.* Optical diffraction on fractals // *Phys. Rev. B.* - 1986. - **33**, No.5. - P.3566-3569.
3. *Гудмен Д.* Введение в Фурье-оптику. - М.: Мир, 1970.
4. *Freysz E., Pouligny B., Arguol F., Arneodo A.* Optical wavelet transform of fractal aggregates // *Phys.Rev.Lett.* - 1990. - **64**, No.7. - P.745-748.
5. *Konovchuk O.V.* Informativity of diffractals produced by the transformed fractals // *Proc. SPIE.* - 1999. - **3904**. - P.117-126.
6. *Angelsky O.V., Kovalchuk., Maksimyak P.P.* Optical diagnostics of asymmetrical fractal structures // *J. Opt. A: Pure and Appl. Opt.* - 1999. - **1**, No.1. - P. 103-108.
7. *Angelsky O.V., Konovchuk A.V., Polyanskii P.V.* Reproduction properties of referenceless fractalograms // *Pure and Appl. Opt.* - 1998. - **7**, No.3. - P. 421-433.
8. *Кольер Р., Беркхардт К., Лин Л.* Оптическая голография. - М.: Мир, 1973.
9. *Muzy J.F., Pouligny B., Freysz E., Arguol F., Arnedo A.* Optical-diffraction measurement of fractal dimensions and $f(\alpha)$ spectrum // *Phys. Rev.A.* -1992. - **45**,No.12.- P.8961-8964.
10. *Uno K., Uozumi J.,Asakura T.* Statistical properties of the Fraunhofer diffraction field produced by random fractals // *Appl. Opt.* - 1993. - **32**,No.15.- P.2722-2729.
11. *Polyanskii P.V.* On peculiarities of an associative response reconstructed by the referenceless hologram // *Proc. SPIE.* - 1995. - **2647**. - P.255-263.
12. *Релей (Стрэтт Дж.В.)* Теория звука, Т.1. - М.: ГИТТЛ, 1955.
13. *Зоммерфельд А.* Оптика. - М.: ИИЛ, 1953.
14. *Rubinovicz A.* Thomas Young and theory of diffraction // *Nature.* - 1957. - **180**. - P.160-162.
15. *Miyamoto K., Wolf E.* Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave (Parts I and II) // *J.Opt.Soc. Amer.* - 1962. - **52**,No.6. - P.615-637.