

## ВПЛИВ ЗАХВАТУ РАДІОАКТИВНОЇ ДОМІШКИ ТРАВОЮ НА ТИМЧАСОВУ ЗАЛЕЖНІСТЬ ЇЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ У ВОДІ РІЧКИ

Показано, що визначальну роль у довгостроковій еволюції радіоактивної домішки визначає процес дифузії радіоактивної домішки всередину ґрунту. При цьому, інтегральним носієм інформації є вода річки у період паводка. Встановлено, що концентрація домішки в ній обернено пропорційна кореню квадратному з часу від початку забруднення до початку відповідного паводка. Досліджено вплив захвату радіоактивної домішки ростучою травою, який призводить до збільшення концентрації домішки у воді річки у період паводка і більш швидкому зменшенню концентрації домішки по роках.

The key-role of radioactive impurity diffusion through soil in the radioactive impurity long-term evolution is shown. The integral information source is spring-time-flood watershed. The impurity concentration in it is proved to be inversely proportional to the root square from time span between contamination starting point and nextcoming spring-time flood starting point. The impact of impurity extraction by the growing grass is studied. It causes the growth of impurity concentration in watershed in spring-time flood but its more rapid decrease in course of years.

З погляду побудови феноменологічної моделі процесів обміну радіоактивною домішкою в області водозбору річки визначальне значення тут мають: обмін домішкою між поверхневим прошарком ґрунту і водою, поверхневим прошарком ґрунту і більш глибокими прошарками ґрунту, а також дифузія радіоактивної домішки у ґрунт [1]. Ці процеси носять релаксаційний, дисипативний характер і поза залежністю від конкретних механізмів йдуть із підвищенням ентропії у системі, що призводить до розсіювання радіоактивної домішки. Залежність концентрації радіоактивної домішки у воді річки (особливо у періоди паводків) має по своїй природі інтегральний характер, тому для включання у феноменологічний опис процесів розсіювання можна використовувати невеликий набір характерних часів процесів і деяких безрозмірних коефіцієнтів [2,3].

Для повноти опису варто врахувати, що аналізована система є відкритою й у ній, крім процесів дисипації йдуть і процеси протилежного напрямку, пов'язані зі зменшенням ентропії у системі за рахунок потоків через границі.

До такого роду процесів відноситься захоплення розчинних домішок при рості трави і накопичення їх у ґрунтового прошарку з наступним звільненням при її перегниванні, а також процеси, пов'язані із сезонним підйомом ґрунтових вод і

виносом домішки на поверхню, випар вологи з поверхневого прошарку, транспортування домішки з водою під дією капілярних сил і т.д. Загальною особливістю цих процесів є зв'язування домішки у шарах поверхневого прошарку ґрунту і ґрунту, виключення із процесу дифузії, транспортування до поверхні (границі поділу середовищ) і звільнення домішки у поверхневому прошарку. Отже, ці процеси відіграють роль бар'єра на шляху дифузії домішки у ґрунт.

При описанні міграції розчинних з'єднань, які випали у момент забруднення в області заплави річки, будемо враховувати, що поверхня водозбору має деякий рельєф і являє собою чергування підвищень і поглиблень (пасток), які захоплюють воду. Принесені з водою розчинні з'єднання засвоюються поверхневим прошарком ґрунту пастки: дифундують у ґрунт, зв'язуються травою при її рості. З іншого боку, при переповненні пастки у період весняних паводків, частина радіоактивної домішки переходить із ґрунту у воду і з поверхневим стоком потрапляє у річку. Забруднена вода віддає частину домішки поверхневому прошарку ґрунту заплави, а залишок зноситься зі стоком річки.

Розіб'ємо поверхню водозбору, віднесено до одиниці довжини русла річки  $f_B$ , на частини: поверхня водозбору, яка зайнята пастками, із пито-

мою площею  $f_{\Pi}$  і поверхня заплави з питомою площею  $f_3$ , обумовлені так:

$$f_B = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{F_B(z)}{\Delta z}, \quad f_{\Pi} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{F_{\Pi}(z)}{\Delta z},$$

$$f_3 = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{F_3(z)}{\Delta z},$$

де  $F_B, F_{\Pi}, F_3$  – площа поверхні водозбору, пасток і заплави відповідно. Якщо об'єм води у річці у період паводка й об'єм води, захоплений пастками позначити як  $V_P$  і  $V_{\Pi}$ , то відповідні питомі величини (на одиницю довжини русла) визначаються як:

$$v_P = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{V_P}{\Delta z}, \quad v_{\Pi} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{V_{\Pi}}{\Delta z}.$$

Поверхневу щільність води у період паводка позначимо  $q_0$  [кг/(м<sup>2</sup>с)], а кількість домішки  $N$ . У ґрунті пасток і заплави будемо виділяти два прошарки - поверхневий прошарок ґрунту і власне ґрунт.

Отже, у розгляд входять такі концентрації домішки:  $C_B^{\Pi}$  – концентрація домішки у воді пасток,  $C_B^P$  – концентрація домішки у воді річки,  $C_{\Pi}^3$  – домішка у поверхневому прошарку ґрунту заплави,  $C_{\Gamma}^3$  – домішка у ґрунті заплави,  $C_{\Pi}^{\Pi}$  – концентрація у поверхневому прошарку ґрунту пасток і  $C_{\Gamma}^{\Pi}$  – концентрація у ґрунті пасток.

Протягом року будемо розрізняти такі періоди:

1. Період паводка. У цей період враховується тільки обмін домішкою між поверхневим прошарком ґрунту і поверхневою водою. Дифузією домішки у ґрунті можна знехтувати, рахуючи, що тривалість періоду паводка мала і дифузійні процеси не встигають внести значний внесок в обмін домішкою. Варто врахувати так само те, що на початку паводка встигає розмерзтися тільки верхня частина ґрунту. Тому можна вважати, що спочатку здійснюється переповнювання пасток і розлив річки, і лише потім відбувається її забруднення з поверхневого прошарку ґрунту пасток.

2. Період сходу паводка. Будемо вважати, що схід паводка відбувається "миттєво", але при цьому вся домішка, захоплена пастками з водою, адсорбується ґрунтом пасток. У заплаві подібного не відбувається – домішка сходить зі стоком річки.

3. Літньо-осінній період. У ґрунті враховуються процеси, пов'язані з ростом нової і розкладанням старої трави, а також дифузійний відтік домішки у ґрунт. У ґрунті обмежимося розглядом

тільки процесу дифузії.

4. Зимовий період. Вважаємо, що зі зниженням температури всі процеси завмирають.

Для зручності періодизації аналізованих розмірів будемо використовувати таку систему позначень: верхній індекс змінної часу  $t$  вказує рік, перший нижній індекс – період року, а другий нижній – початок або кінець періоду. Наприклад,  $C_{\Pi}^{\Pi}(t_3^2)$  – концентрація домішки у поверхневому прошарку ґрунту пасток на другий рік у літньо-осінній період.  $C_{\Gamma}^3(t_{20}^3, x)$ ,  $C_{\Gamma}^3(t_{21}^3, x)$  – початковий і кінцевий розподіл концентрації в ґрунті заплави на початку і у кінці періоду сходу паводка на третій рік після випадання домішки.

Для зручності також введемо такі позначення:  $\tau_B, \tau_{\Gamma}$  – час релаксації прямого й оберненого процесів обміну домішкою між водою і поверхневим прошарком ґрунту,  $l$  – глибина поверхневого прошарку ґрунту,  $D$  – коефіцієнт дифузії.

Процес зв'язування домішки у поверхневому прошарку ґрунту, якщо не враховувати нелінійних ефектів, пропорційний концентрації домішки. Коефіцієнт, який стоїть у рівнянні балансу домішки у поверхневому прошарку ґрунту, при доданку, що описує зв'язування домішки травою позначимо через  $\lambda$ . Він має значення оберненого характерного часу процесу зв'язування домішки. Другий характерний час, пов'язаний зі звільненням у поверхневому прошарку ґрунту домішки, пов'язаної у попередньому сезоні. Будемо вважати, що процес звільнення домішки носить експоненційний характер, тоді тимчасова залежність джерела у рівнянні балансу радіоактивної домішки буде мати вид:

$$C'_0 \alpha \exp(-\alpha t),$$

де  $C'_0$  – початкова концентрація домішки, пов'язаної травою у минулому періоді,  $\alpha$  – обернений характерний час процесу звільнення пов'язаної радіоактивної домішки.

Процеси розподілу радіоактивної домішки у поверхневому прошарку ґрунту і ґрунті пасток у літньо-осінній період описуються системою рівнянь такого виду:

$$\frac{dC_{\Pi}^{\Pi}}{dt} = \frac{2D}{l^2} (C_{\Gamma}^{\Pi}(0, t) - C_{\Pi}^{\Pi}(t)) - \lambda C_{\Pi}^{\Pi} + \alpha C'_{\Pi 0} \exp(-\alpha t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^{\Pi}}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^{\Pi}}{\partial x^2}.$$

Граничні умови при цьому:

$$x=0: C_{\Gamma}^{\Pi}(0,t) - \frac{l}{2} \frac{\partial C_{\Gamma}^{\Pi}}{\partial x} \Big|_0 = C_{\Pi}^{\Pi}(t), \quad (2)$$

$$x \rightarrow \infty: C_{\Gamma}^{\Pi} \rightarrow 0.$$

Початкові умови:

$$C_{\Pi}^{\Pi}(t_{30}^i) = C_{\Pi}^{\Pi}(t_{11}^i), \quad (3)$$

$$C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{30}^i, x) = C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{11}^i, x).$$

Тут верхній індекс означає, що аналізований момент часу відноситься до  $i$ -го року після випадання радіоактивної домішки, перший нижній індекс у лівій частині відповідає літньо-осінньому періоду, а другий (нульовий) – відносить момент часу до початку відповідного періоду. У правій частині рівності перший нижній індекс (1) показує період паводка, а другий відноситься до кінця періоду.

У періоди розливу річки процеси описуються такою системою рівнянь:

$$\frac{dC_{\Pi}^{\Pi}}{dt} = \frac{2D}{l^2} (C_{\Gamma}^{\Pi}(0,t) - C_{\Pi}^{\Pi}(t)) + \alpha C'_{\Pi 0} \exp(-\alpha t) - C_{\Pi}^{\Pi} / \tau_{\Gamma},$$

$$\frac{dC_{\text{B}}^{\Pi}}{dt} = -\frac{q_0 f_{\text{B}}}{v_{\Pi}} C_{\text{B}}^{\Pi} + \frac{lf_{\Pi}}{v_{\Pi}} \frac{1}{\tau_{\Gamma}} C_{\Pi}^{\Pi}, \quad (4)$$

$$\frac{dC_{\text{B}}^{\text{P}}}{dt} = \frac{q_0 f_{\text{B}}}{v_{\text{P}}} (C_{\text{B}}^{\Pi} - C_{\text{B}}^{\text{P}}),$$

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^{\Pi}}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^{\Pi}}{\partial x^2}.$$

Початкові умови у період паводка такі:

$$C_{\Pi}^{\Pi}(t_{10}^i) = C_{\Pi}^{\Pi}(t_{31}^{i-1}),$$

$$C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{10}^i, x) = C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{31}^{i-1}, x), \quad (5)$$

$$C_{\text{B}}^{\Pi}(t_{10}^i) = 0, \quad C_{\text{B}}^{\text{P}}(t_{10}^i) = 0.$$

Зауважимо, що у перших двох рівняннях системи опущені доданки, пропорційні  $C_{\text{B}}^{\Pi} / \tau_{\text{B}}$ , тобто поверненням домішки з води у поверхневий прошарок ґрунту зневажаємо, що припустимо у наближенні малих часів дифузії. У третьому рівнянні цілком опущені члени, які описують обмін домішкою між водою річки і поверхневим прошарком ґрунту заплави, тому що основним джерелом забруднення річки є поверхневий стік із переповнених водою пасток. З іншого боку, при вивченні процесу забруднення поверхневого прошарку ґрунту заплави у рівнянні для поверхневого прошарку ґрунту аналогічні доданки від-

кидати не можна:

$$\frac{dC_{\Pi}^3}{dt} = \frac{2D}{l^2} (C_{\Gamma}^3(0,t) - C_{\Pi}^3(t)) + \alpha C'_{30} \exp(-\alpha t) - \lambda C_{\Pi}^3 + \frac{C_{\text{B}}^{\text{P}}}{\tau_{\text{B}}} \frac{C_{\Pi}^3}{\tau_{\Gamma}}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^3}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^3}{\partial x^2}.$$

Розглянемо постановку граничної умови до рівняння дифузії. Нехай вона має вид:

$$C_{\Gamma}^3(0,t) - \frac{l}{2} \frac{\partial C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial x} = C_{\Pi}^3(t), \quad (7)$$

$$C_{\Gamma}^3(\infty,t) = 0.$$

Друга рівність очевидна, а з першої необхідно виключити величину  $C_{\Pi}^3(t)$ . Продиференціюємо це співвідношення по  $t$ :

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial t} - \frac{l}{2} \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial x \partial t} = \frac{dC_{\Pi}^3(t)}{dt}.$$

Використовуючи перше рівняння (5), запишемо у правій частині:

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial t} - \frac{l}{2} \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial x \partial t} = \frac{2}{\tau_{\text{g}}} C_{\Gamma}^3(0,t) - \frac{2}{\tau_{\text{g}}} C_{\Pi}^3 - \frac{1}{\tau_{\Gamma}} C_{\Pi}^3 - \frac{1}{\tau_{\text{B}}} C_{\text{B}}^{\text{P}} + \alpha C'_{30} \exp(-\alpha t),$$

де  $\tau_{\text{g}} = l^2 / D$ .

Підставивши у це рівняння замість  $C_{\Pi}^3$  співвідношення (7), отримаємо:

$$\frac{\partial C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial t} - \frac{l}{2} \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial x \partial t} = \frac{2}{\tau_{\text{g}}} C_{\Gamma}^3(0,t) - \frac{2}{\tau_{\text{g}}} C_{\Gamma}^3(0,t) + \frac{l}{\tau_{\text{g}}} \frac{\partial C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial x} - \frac{C_{\Gamma}^3(0,t)}{\tau_{\Gamma}} + \frac{l}{2\tau_{\Gamma}} \frac{\partial C_{\Gamma}^3(0,t)}{\partial x} + \frac{C_{\text{B}}^{\text{P}}(t)}{\tau_{\text{B}}} + \alpha C'_{30} \exp(-\alpha t).$$

Одержали неоднорідну граничну умову. Далі, використовуючи рівняння дифузії, таким же чином виключаємо похідні за часом і одержуємо для періоду паводка таку граничну умову:

$$x=0: C_{\Gamma}^3 - \left( \frac{\tau_{\Gamma}}{\tau_{\text{g}}} + \frac{1}{2} \right) l \frac{\partial C_{\Gamma}^3}{\partial x} + \frac{\tau_{\Gamma}}{\tau_{\text{g}}} l^2 \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^3}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\tau_{\Gamma}}{\tau_{\text{g}}} l^3 \frac{\partial^3 C_{\Gamma}^3}{\partial x^3} = \alpha \tau_{\Gamma} C'_{30} \exp(-\alpha t) + \frac{\tau_{\Gamma}}{\tau_{\text{B}}} C_{\text{B}}^{\text{P}}(t). \quad (8)$$

У інший час граничну умову необхідно записувати так:

$$x=0: C_{\Gamma}^3 - \left( \frac{1}{\lambda \tau_g} + \frac{1}{2} \right) l \frac{\partial C_{\Gamma}^3}{\partial x} + \frac{l^2}{\lambda \tau_g} \frac{\partial^2 C_{\Gamma}^3}{\partial x^2} - \frac{l^3}{2\lambda \tau_g} \frac{\partial^3 C_{\Gamma}^3}{\partial x^3} = \frac{\alpha}{\lambda} C'_{30} \exp(-\alpha t). \quad (9)$$

Розв'язком рівняння дифузії з граничними умовами даного виду є достатньо складною задачею й її доцільно робити чисельно. Необхідною умовою рішення є дослідження виду залежності  $C_{\Gamma}^p(t)$  й емпіричне визначення параметрів, що входять у неї.

Початкову концентрацію пов'язаної радіоактивної домішки визначимо співвідношенням:

$$C'_{\Pi}(t_{10}^i) = \lambda \int_0^{t_{31}^{i-1} - t_{30}^{i-1}} C_{\Pi}^{\Pi}(t) dt. \quad (10)$$

Рішення системи рівнянь (1) у межі великого часу при  $t \gg \tau_g$  побудовано так само методом перетворення Лапласа і має вид:

$$C_{\Pi}^{\Pi}(t) = C_{\Pi}^{\Pi}(t_{10}^i) \sqrt{\tau_g / \pi} \frac{1}{\sqrt{t}} + 2C'_{\Pi}(t_{10}^i) \sqrt{\tau_g \alpha / \pi} \exp(-\alpha t) \int_0^{\sqrt{\alpha t}} \exp(z^2) dz + 2C'_{\Pi}(t_{10}^i) \sqrt{\tau_g / \pi} \frac{1}{l\sqrt{t}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 t}\right) C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{10}^i, x) dx. \quad (11)$$

Для ґрунту пасток маємо:

$$C_{\Gamma}^{\Pi}(t) = C_{\Pi}^{\Pi}(t_{10}^i) \sqrt{\tau_g / \pi} \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 t}\right) + 2C'_{\Pi}(t_{10}^i) \sqrt{\alpha \tau_g / \pi} \exp(-\alpha t) \times \int_0^{\sqrt{\alpha t}} \exp(z^2) \exp\left(-\frac{x^2 \alpha \tau_g}{4l^2 z^2}\right) dz + 2C'_{\Pi}(t_{10}^i) \sqrt{\tau_g / \pi} \frac{1}{2l\sqrt{t}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(x+x') \tau_g}{4l^2 t}\right) + \exp\left(-\frac{(x-x') \tau_g}{4l^2 t}\right) C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{10}^i, x') dx'. \quad (12)$$

Нарешті, для концентрації домішки, що пов'язується травою у  $i$ -му році, використовуємо (10), одержуємо:

$$C'_{\Pi}(t) = 2C_{\Pi}^{\Pi}(t_{10}^i) \lambda \sqrt{\tau_g t / \pi} + 2C'_{\Pi}(t_{10}^i) \lambda \sqrt{\tau_g t / \pi} - 2C'_{\Pi}(t_{10}^i) \lambda \sqrt{\tau_g / \pi \lambda} \exp(-\alpha t) \int_0^{\sqrt{\alpha t}} \exp(z^2) dz + 2 \frac{\lambda}{l} \sqrt{\tau_g / \pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 z^2}\right) C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{10}^i, x) dx. \quad (13)$$

Ці залежності записані у поточному часі довільного  $i$ -го року після випадання радіоактивної домішки. Початкові значення концентрацій  $C_{\Pi}^{\Pi}(t_{10}^i)$ ,  $C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{10}^i, x)$ ,  $C'_{\Pi}(t_{10}^i)$  повинні визначатися за допомогою цих же співвідношень, але віднесених до  $i-1$  року. У результаті отриманий ітераційний ланцюжок, який сходиться до року випадання домішки, що відповідає початковим умовам:

$$C_{\Pi}^{\Pi}(t_0) = C_0, C_{\Gamma}^{\Pi}(t_0, x) = 0, C'_{\Pi}(t_0) = 0.$$

Тут  $C_0$  визначається по всій масі домішки, яка випала в області водозбору, віднесеної до всього об'єму поверхневого прошарку ґрунту пасток. Використовуючи ці початкові умови і співвідношення (11-13) неважко одержати тимчасові залежності концентрацій радіоактивної домішки для будь-якого року після випадання радіоактивної домішки.

Розв'язуючи рівняння системи (4) при  $t \gg \tau_g$ , одержуємо тимчасову залежність концентрації домішки у воді річки з початку паводка для довільного  $i$ -го року

$$C_{\Gamma}^p(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\tau_g}}{\tau_{\Gamma}} \frac{l f_{\Pi}}{v_p - v_{\Pi}} \left\{ C_{\Pi}^{\Pi}(t_{10}^i) \left[ \sqrt{\tau_p} F_1(\sqrt{t/\tau_p}) - \sqrt{\tau_{\Pi}} F_1(\sqrt{t/\tau_{\Pi}}) \right] - \frac{\alpha C'_{\Pi}(t_{10}^i)}{(\alpha - \tau_p^{-1})(\alpha - \tau_{\Pi}^{-1})} \times \left[ \sqrt{\tau_{\Pi}} (\alpha - \tau_p^{-1}) F_1(\sqrt{t/\tau_{\Pi}}) - \sqrt{\tau_p} (\alpha - \tau_{\Pi}^{-1}) F_1(\sqrt{t/\tau_p}) - \frac{(\tau_{\Pi}^{-1} - \tau_p^{-1})}{\sqrt{\alpha}} F_1(\sqrt{t\alpha}) \right] + \frac{1}{l} \int_0^{\infty} F_2\left(\sqrt{t/\tau_p}, \frac{x}{2l} \sqrt{\tau_g/\tau_p}\right) - F_2\left(\sqrt{t/\tau_{\Pi}}, \frac{x}{2l} \sqrt{\tau_g/\tau_{\Pi}}\right) \right\} C_{\Gamma}^{\Pi}(t_{10}^i, x) dx. \quad (14)$$

Тут уведені позначення:  $\tau_p = \frac{v_p}{q_0 f_B}$ ,  $\tau_{\Pi} = \frac{v_{\Pi}}{q_0 f_B}$ ,

$$F_1(y) = \exp(-y^2) \int_0^y \exp(t^2) dt, F_2(y, z) = \exp(-y^2) \times \int_0^y \exp(t^2 - z^2/t^2) dt.$$

Конкретні співвідношення для концентрацій домішки у воді у період паводка знайдемо, розрахувавши попередньо початкові концентрації. У будь-якому випадку якісний характер тимчасових залежностей не змінюється, а визначається залежністю функцій виду:  $F_1(\sqrt{t/\tau})$ , де  $t$  – точний час, а  $\tau$  – деякий характерний час. Ця залежність має той же вид, що й у випадку відсутності трави.

Вплив росту і розпаду трави призводить до тому, що швидкість росту концентрації домішки у воді у період паводка зменшується рік від року швидше, чим  $1/\sqrt{t_{10}^i}$ . Для того, щоб продемонструвати даний висновок, використовуємо розв'язок, побудований для часів, що задовольняють нерівностям:

$$\tau_g \ll t \ll \alpha^{-1}, \tau_\Gamma, \tau_P.$$

У цьому випадку для тимчасової залежності концентрації у період паводків одержуємо:

$$C_B^P(t) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\tau_g}}{\tau_\Gamma \tau_P \nu_\Pi} t^{\frac{3}{2}} \left[ C_\Pi^\Pi(t_{10}^i) + \frac{8t}{5} C_\Pi'(t_{10}^i) + \frac{3}{2} t^{-\frac{3}{2}} \frac{1}{l} \int_0^{\sqrt{t}} (t-z^2) dz \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 z^2}\right) C_\Gamma^\Pi(t_{10}^i, x) dx \right].$$

При обчисленні  $C_\Pi^\Pi(t_{10}^i)$ ,  $C_\Pi'(t_{10}^i)$  і  $C_\Gamma^\Pi(t_{10}^i, x)$  доводиться оперувати інтервалами часу порядку року і тому має сенс умова  $t \gg \alpha^{-1} \gg \tau_g$ . Тоді:

$$C_\Pi^\Pi(t) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} [C_\Pi^\Pi(t_{10}^i) + C_\Pi'(t_{10}^i)] \frac{1}{\sqrt{t}} + \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \frac{1}{l\sqrt{t}} \times \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 t}\right) C_\Gamma^\Pi(t_{10}^i, x) dx,$$

$$C_\Pi'(t) = 2\sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \lambda [C_\Pi^\Pi(t_{10}^i) + C_\Pi'(t_{10}^i)] \sqrt{t} + \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \frac{2\lambda}{l} \times \int_0^{\sqrt{t}} dz \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 z^2}\right) C_\Gamma^\Pi(t_{10}^i, x) dx,$$

$$C_\Gamma^\Pi(t) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} [C_\Pi^\Pi(t_{10}^i) + C_\Pi'(t_{10}^i)] \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 t}\right) + \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \frac{2\lambda}{l} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(x+x')\tau_g}{4l^2 t}\right) + \exp\left(-\frac{(x-x')}{4l^2 t}\right) C_\Gamma^\Pi(t_{10}^i, x) \frac{1}{\sqrt{t}} dx.$$

Вважаючи, що у рік випадання домішки  $C_\Pi^\Pi(t^0) = C_0, C_\Pi'(t^0) = 0, C_\Gamma^\Pi(t^0, x) = 0$ , легко одержати:

$$C_\Pi^\Pi(t_{10}^1) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \frac{C_0}{\sqrt{T_0}},$$

$$C_\Gamma^\Pi(t_{10}^1) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 T_0}\right) \frac{C_0}{\sqrt{T_0}},$$

$$C_\Pi'(t_{10}^1, x) = 2\sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} C_0 \lambda \sqrt{T_0},$$

$$C_\Pi^\Pi(t_{10}^2) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \frac{C_0}{\sqrt{T_0 + T_1}} + \frac{C_0 \tau_g}{\sqrt{T_0 T_1}}, \quad (16)$$

$$C_\Gamma^\Pi(t_{10}^2) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \frac{C_0}{\sqrt{T_0 + T_1}} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 (T_0 + T_1)}\right) + \frac{\tau_g C_0 (1 + 2\lambda T_0)}{\pi \sqrt{T_0 T_1}} \exp\left(-\frac{x^2 \tau_g}{4l^2 T_1}\right),$$

$$C_\Pi'(t_{10}^2) = 2\sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} C_0 \lambda (\sqrt{T_0 + T_1} - \sqrt{T_0}) + 2\frac{\tau_g}{\pi} C_0 \lambda T_1 \frac{1 + 2\lambda T_0}{\sqrt{T_0 T_1}}.$$

Тут  $T_0, T_1$  – тривалість року, крім періоду зими. Підставивши (16) в (15) і враховуючи, що час паводка багато менше періодів зими, а також відкинувши доданки зі ступенем вище першого при  $\sqrt{\tau_g}$  знаходимо:

для першого паводка –

$$C_B^P(1) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} C_0 \frac{l f_\Pi}{\tau_\Gamma \tau_P \nu_\Pi} \frac{t^2}{\sqrt{T_0}} \times \left( 1 + \frac{4\sqrt{\tau_g}}{3\sqrt{\pi t}} + \frac{32\sqrt{\tau_g} \alpha t}{15\sqrt{\pi t}} \lambda T_0 \right);$$

для другого паводка –

$$C_B^P(2) = \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} C_0 \frac{I f_{II}}{\nu_{II} \tau_{II} \tau_P} \frac{t^2}{\sqrt{T_0 + T_1}} \times \left( 1 + \frac{4\sqrt{\tau_g}}{3\sqrt{\pi t}} + \frac{32\sqrt{\tau_g}}{15\sqrt{\pi t}} \alpha t \lambda (T_0 + T_1) - \frac{32\sqrt{\tau_g}}{15\sqrt{\pi t}} \lambda T_0 \alpha t \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} + 1 + \sqrt{\frac{\tau_g (T_0^{-1} + T_1^{-1})}{\pi}} (1 + 2\lambda T_0) \right). \quad (17)$$

З отриманих співвідношень випливає, що швидкість росту концентрації домішки у воді на початку паводка росте пропорційно кореню з часу. Процеси, пов'язані з виносом домішки на поверхню при рості трави, як і очікувалося, призводять до збільшення концентрації домішки у воді, причому ця добавка росте з часом швидше, чим сама концентрація.

Відзначимо, що вплив повернення домішки на поверхню призводить до більш швидкого (по роках) падінню концентрації домішки у періоди паводків. Дійсно:

$$\Delta = \frac{C_B^P(1)}{C_B^P(2)} - \frac{C_{B0}^P(1)}{C_{B0}^P(2)} = 2\lambda \sqrt{\frac{\tau_g}{\pi}} \sqrt{T_0 + T_1} \sqrt{1 + \frac{T_1}{T_0}} \times \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \left[ 1 + \frac{16}{15} \alpha T_0 \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \left( \sqrt{1 + \frac{T_1}{T_0}} \frac{T_0}{T_1} \right) \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{T_0 + T_1}} \right] > 0.$$

Тут  $T_0, T_1$  – час зв'язування радіоактивної домішки травою у нульовому і першому роках після випадання домішки. Вважаючи  $T_0 \sim T_1$ , одержуємо:

$$\Delta = 2,25\lambda \sqrt{\tau_g T_0} (1 + 0,31\alpha \sqrt{t T_0}).$$

Перший доданок у лівій частині двох останніх співвідношень розрахований за (17) безпосередньо, а другий – за умови  $\alpha, \lambda = 0$ , тобто без урахування захоплення радіоактивної домішки.

Зміна концентрації радіоактивної домішки у воді річки з часом з урахуванням і без урахування росту трав, показана на рис. 1.

На рис. 2 показана динаміка зменшення концентрації домішки у воді річки по роках з урахуванням і без урахування зв'язування домішки при рості трави.

Отже, на основі вище приведеного робимо такі висновки:

1. Швидкість росту концентрації радіоактивної домішки у воді річки на початку паводка росте пропорційно кореню з часу. Процеси, пов'язані з виносом домішки на поверхню при рості

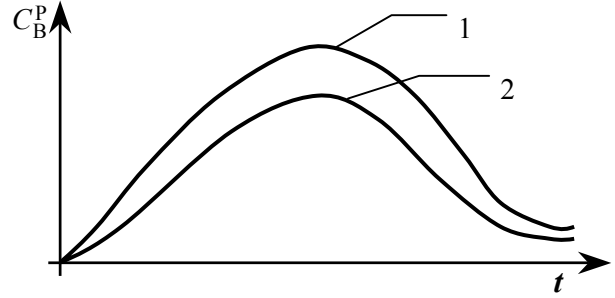


Рис. 1. Тимчасова залежність концентрації радіоактивної домішки у воді річки з урахуванням впливу захвату радіоактивної домішки травою (1), без урахування (2).

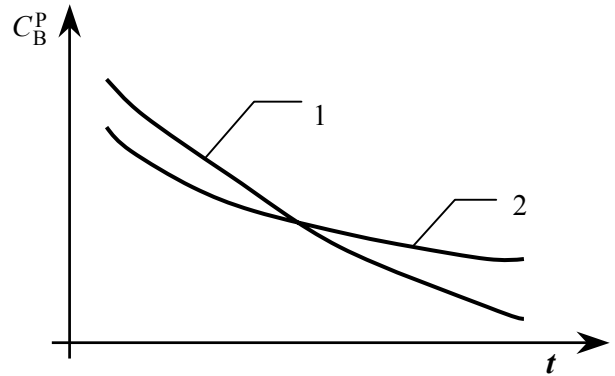


Рис. 2. Динаміка зменшення концентрації радіоактивної домішки у воді річки з урахуванням впливу захвату радіоактивної домішки травою (1), без урахування (2).

трави, призводять до збільшення концентрації домішки у воді, причому ця добавка росте з часом швидше, чим сама концентрація.

2. Вплив повернення радіоактивної домішки, зв'язаної при рості трави, на поверхню призводить до більш швидкого (по роках) падінню концентрації радіоактивної домішки у воді річки.

Автор висловлює глибоку подяку за відчутну допомогу у роботі Першому проректору Інституту Соціального Управління, Економіки і Права, академіку, професору Акіньшину Валерію Дмитровичу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Акіньшин В.Д., Лавренко С.С. Дифузійна рухливість радіонуклідів у ґрунті // Вісник Черкаського університету. Вип.9: Фіз-мат. науки. - Черкаси, 1999. - С.115-123.
2. Van Genuchten M. Th., Cleary R.W. Movement of solutes in soil // В. Physicochemical Models. - Amsterdam: Elsevier, 1979.
3. Wallach R., van Genuchten M. Th. A physically bases model for predicting solute transfer from soil solution to rainfall – induced runoff water // Water Resour. Res. - 1990. - 26. - No.9.