УДК 621.382.53

© 2000р. В.В.Гуц, В.Г.Охрем

Чернівецький державний університет ім. Ю.Федьковича, Чернівці

ДО ПИТАННЯ ПРО ТЕПЛОФІЗИЧНІ ОСНОВИ РОБОТИ АНІЗОТРОПНОГО ТЕРМОЕЛЕМЕНТА

Розглянуто вплив анізотропії теплопровідності на температурне поле анізотропного термоелемента. Зроблено висновок про те, що анізотропія теплопровідності нівелює принцип дії анізотропного термоелемента.

The thermal conductivity anisotropy influence over temperature field of anisotropic thermoelement has been considered. The conclusion is that, the anisotropy of thermal conductivity levels the principle action of anisotropic thermoelement.

У термоелектрично-анізотропному середовищі при наявності одновимірного градієнта температури виникає перпендикулярна до нього термоерс [1]. На цьому явищі оснований принцип дії анізотропного термоелемента (АТЕ) (рис.1) [2].

Градієнт температури (і тепловий потік) перестає бути одновимірним, якщо анізотропією теплопровідності знехтувати не можна. Розподіл температури стає при цьому як мінімум двовимірним. Автори цієї публікації серед праць, присвячених АТЕ [3-7], не знайдено таких, в яких би послідовно враховувалась остання обставина. Дана стаття присвячена принциповому з'ясуванню впливу анізотропії теплопровідності на розподіл температури в анізотропному середовищі.

Вважатимемо, що компоненти тензора питомої теплопровідності χ_{ij} не залежать від температури. Тоді закон збереження енергії у стаціонарному випадку матиме вигляд

$$\chi_{11}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+2\chi_{12}\frac{\partial^2 T}{\partial x\partial t}+\chi_{22}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0\,, \qquad (1)$$

де T – температура. Зазначимо, що у (1) не враховано явище вихрових термоелектричних струмів, яким при розгляді теплової частини задачі нехтують [7].

Рівняння (1) розглянемо сумісно з граничними умовами

$$T(y,0)=T_0\,, \qquad T(y,H)=T_H\,, \qquad (2)$$

$$\chi_{11}\frac{\partial T(0,x)}{\partial x}+\chi_{12}\frac{\partial T(0,y)}{\partial y}=0\,, \qquad (3)$$

$$\chi_{11}\frac{\partial T(L,y)}{\partial x}+\chi_{12}\frac{\partial T(L,y)}{\partial y}=0 \qquad (4)$$

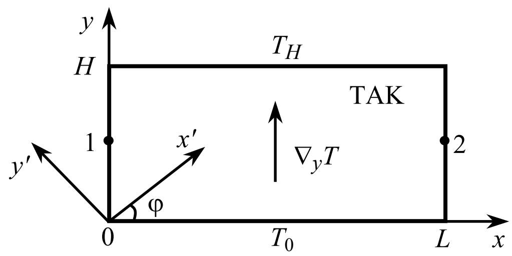

Рис.1. Принципова схема АТЕ: ТАК – термоелектрично-анізотропний кристал, x', y' – кристалографічні осі, $\nabla_y T=(T_H-T_0)/H$ – градієнт температури, T_0, T_H – температури термостатів, H і L – висота і довжина АТЕ. Між точками 1 і 2 встановлюється поперечна термоерс.

Рівняння (2) означають ізотермічний контакт нижньої і верхньої граней АТЕ (рис. 1) з термостатами при температурах T_0 і T_H відповідно, а умови (3) і (4) – адіабатичну ізоляцію торцевих граней від навколишнього середовища. Компоненти тензора теплопровідності χ_{ij} залежать від орієнтації кристала. Звичайно для АТЕ вибирається така орієнтація кристалографічної осі, що $\chi_{11}=\chi_{22}=(\chi_{\|}+\chi_{\perp})/2$, $\chi_{12}=(\chi_{\|}-\chi_{\perp})/2$, де $\chi_{\|}$, $\chi_{\perp}$ – компоненти тензора питомої теплопровідності вздовж і поперек кристалографічної осі, тобто кут $\varphi=45°$ (рис.1).

Сформульована задача про розподіл температури в анізотропній пластині нелінійна, тому записати її розв'язок в аналітичному вигляді важно. Наближений розв'язок можна знайти методом сіток (він називається також методом кінцевих різниць), який полягає у тому, що область зразка розбивається на окремі прямокутні комірки зі сторонами l і h (рис.2). Перетини горизонтальних і вертикальних ліній утворюють вузли сітки. Перші похідні у граничних умовах (3) і (4) і другі у рівнянні (1) замінюються відповідними різницями температур вузлів [8,9]. Вузли сітки нумеруються двома індексами (n,k) (рис.2). Тоді згідно з цим методом рівняння для $T_{n,k}$ матиме вигляд

$$\delta^2\left(T_{n-1,k}+T_{n+1,k}-2T_{n,k}\right)+T_{n,k-1}+$$

$$+T_{n,k+1}-2T_{n,k}+\frac{\varepsilon}{2}\delta(-T_{n-1,k+1}+T_{n-1,k-1}+ \qquad (5)$$

$$+T_{n+1,k+1}-T_{n+1,k-1})=0,$$

де $\delta=h/l$, $\varepsilon=(\chi_{\|}+\chi_{\perp})/(\chi_{\|}-\chi_{\perp})$, $1\le n\le N$, $1\le k\le K$, а граничні умови запишемо так:

$$\begin{aligned}&\delta\left(T_{0,K}-T_{1,K}\right)+\varepsilon\left(T_{0,K}-T_{0,K+1}\right)=0,\\&\delta\left(T_{N,K}-T_{N-1,K}\right)+\varepsilon\left(T_{N,K}-T_{N,K+1}\right)=0,\end{aligned} \qquad (6)$$

де $T_{M,K+1}=T_H$, $T_{M,0}=T_0$, $0\le M\le N+1$, значення N і K зрозумілі з рис.2а. Отже, метод кінцевих різниць дає змогу замінити наближено нелінійну задачу (1)-(4) системою лінійних алгебраїчних рівнянь (5), (6). Зрозуміло, що чим більше буде вузлів, тим точніше буде розв'язана задача.

Оскільки у даній праці мова йде лише про принципове з’ясування ролі анізотропії питомої теплопровідності у формуванні температурного поля АТЕ, то нами використана невелика кількість розбиттів. Це робить задачу не дуже громіздкою і дає можливість досить упевнено зробити необхідні висновки.

При розрахунках прийнято $l=h$, тобто $\delta=1$, $\varepsilon=0{,}2$. Параметр анізотропії, який тут указаний, може характеризувати, наприклад, Bi, для якого $\chi_{\|}=0{,}14$ Вт/(см·К), $\chi_{\perp}=0{,}085$ Вт/(см·К). Розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь зроблено методом Гауса на різницевій сітці [9]. Результати розрахунків температурного поля представлені на рис.3. Пунктирними лініями показані ізотерми. На рис.3 видно, що температурне поле, взагалі кажучи, є двовимірним і чим менше L, тим сильніше двовимірність виражена. Двовимірність визначається також перепадом температури T_H–T_0:

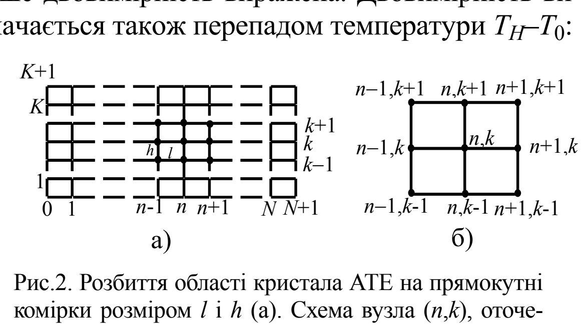

Рис.2. Розбиття області кристала АТЕ на прямокутні комірки розміром l і h (а). Схема вузла (n,k), оточеного сусідніми вузлами, яка використана для запису рівняння (5) (б).

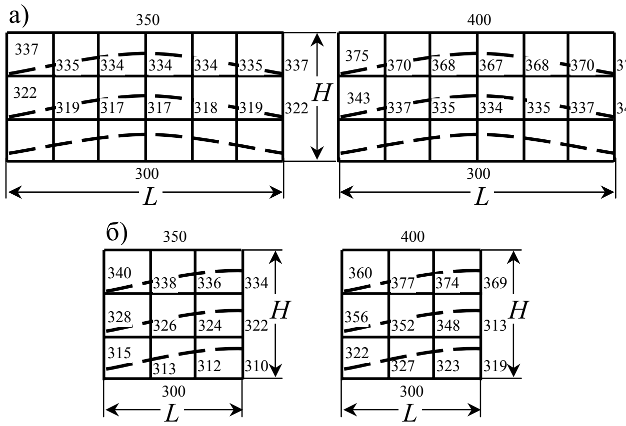

Рис.3. Залежність розподілу температури для двох співвідношень L/H=2 (а), L/H=0,75 (б) і двох перепадів температури. Пунктирні лінії – ізотерми.

чим він більший, тим сильніше вона виражена. Потрібно відмітити, що тепловий потік при цьому теж – двовимірний.

Загальний висновок, який слідує з наведених розрахунків зводиться до наступного: поняття АТЕ при врахуванні анізотропії теплопровідності втрачає силу і говорити про АТЕ немає змісту. Хоча електрорушійну силу і можна одержати, однак вона уже не буде електрорушійною силою АТЕ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Thomson W.* On thermoelectric currents in linear conduction of crystalline substans // Math. Phys. Pap. - 1882. - No.1. - P.226-273.
2. А.с. №230915 (СССР). Термоэлемент / *Пилат И.М., Самойлович А.Г., Анатычук Л.И.* // Открытия. Изобретения. - 13.05.1969.
3. *Королюк С.Л., Пилат И.М., Самойлович А.Г.* и др. Анизотропные термоэлементы // ФТП. - 1973. - **7**, №4. - С.725-734.
4. *Самойлович А.Г., Слинченко В.Н.* Эдс анизотропного термоэлемента // ФТП. - 1975. - **9**,№3.-С.594-596.
5. *Слинченко В.Н.* К вопросу о КПД анизотропных термоэлементов // УФЖ. - 1976. - **21**, №1. - С.126-131.
6. *Осипов Э.В.* Твердотельная криогеника. - Киев: Наукова думка, 1977.
7. *Анатычук Л.И.* Термоэлементы и термоэлектрические устройства. - Киев: Наукова думка, 1979.
8. *Панов Д.Ю.* Справочник по численному решению дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1951.
9. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. - М.: Наука, 1968.