

АНИЗОТРОПНИЙ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИЙ ХОЛОДИЛЬНИК

Розглянуто деякі особливості одновимірної температурної моделі анізотропного термоелектричного холодильника, виготовленого з однорідного термоелектричного анізотропного матеріалу. Здійснено розрахунок стаціонарного температурного поля анізотропного термоелектричного холодильника з урахуванням неоднорідності термоелектричного матеріалу по поперечній термоерс.

Some peculiarity of the one-demention model of anisotropic thermoelectric coler (ATC) mading from homogeneous thermoelectric anisotropic material has been considered. The calculation of the stationary temperature field ATC taking into account unhomogeneous thermoelectric material on the transverse Seebeck coefficient has been done.

Анізотропний термоелектричний холодильник (АТХ), виготовлений з однорідного матеріалу.

Принципова схема АТХ наведена на рис. 1.

Якщо зразок достатньо довгий, то можна вважати, що в середній його частині температура $T=T(y)$ [1]. Для складової електричного поля вздовж осі Ox можна записати

$$E_1 = \rho j + \alpha_{12} dT/dy,$$

де ρ і α_{12} – поздовжній питомий опір і коефіцієнт поперечної термоерс, які вважаються постійними. Згідно з рівнянням неперервності $j=j(y)$.

Вздовж осі Oy теж виникає електричне поле, обумовлене градієнтом температури

$$E_2 = \alpha_{22} dT/dy,$$

де α_{22} – коефіцієнт термоерс вздовж осі Oy , який теж вважається постійним. Електричне поле повинно бути потенціальним, тобто

$$\partial E_1 / \partial y = \partial E_2 / \partial x,$$

тому $E_1 = \text{const}$, оскільки E_2 від x не залежить. Отже, доходимо висновку: якщо температура одновимірна, то $E_1 = \text{const}$. У цьому наближенні закон збереження енергії можна подати у вигляді

$$(1+zT)d^2T/dy^2 + z(E_1/\alpha_{12} - dT/dy)^2 = 0, \quad (1)$$

де $z = \alpha_{12}^2 / (\chi\rho)$ – анізотропна термоелектрична ефективність, χ – постійна питома теплопровідність вздовж осі Oy .

Рівняння (1) необхідно розглядати разом з граничними умовами

$$T(0) = T_0, \quad T(b) = T_b. \quad (2)$$

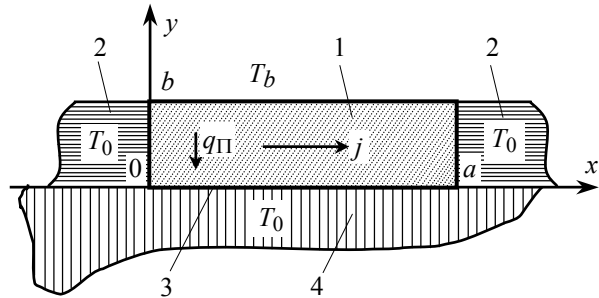


Рис.1. Схема АТХ: зразок АТХ, виготовлений з термоелектричного анізотропного матеріалу (1), струмопідводи до зразка (2), тонкий діелектричний прошарок з високою теплопровідністю (3), термо-стат при температурі T_0 (4), j – густина електричного струму вздовж осі Ox , q_{Π} – густина поперечного потоку тепла Пельть'є.

Загальний розв'язок рівняння (1) має вигляд [2]

$$\frac{1}{1-zT+z(E_1/\alpha_{12})y-A} + \ln(1-zT+z(E_1/\alpha_{12})y-A) = B, \quad (3)$$

де A і B постійні інтегрування, які знаходяться з граничних умов (2).

Вважатимемо, що верхня грань АТХ адіабатично ізольована від зовнішнього середовища. Цього можна досягти, якщо АТХ розташувати, наприклад, у вакуумі. Умова адіабатичної ізоляції така

$$-x \frac{dT}{dy} \Big|_{y=b} + \alpha_{12} T_{bj} = 0. \quad (4)$$

Використавши умови (2), (4), а також вираз (3), отримаємо рівняння

$$\frac{1+zT_0}{1-zT_0+zT_b-z(E_1/\alpha_{12})b} +$$

$$+\ln(1-zT_0+zT_b-z(E_1/\alpha_{12})b)=1+zT_b,$$

яке зв'язує T_b і E_1 . У загальному випадку воно не має аналітичного розв'язку відносно T_b . У випадку, коли $z(T_0-T_b) \ll 1$, з останнього рівняння отримаємо

$$T_b = T_0 - \frac{1}{z} \left[1+zT_0 - \frac{1+zT_0}{1-z(E_1/\alpha_{12})b} - \ln(1-z(E_1/\alpha_{12})b) \right].$$

У цьому випадку оптимальне значення параметра $C=z(E_1/\alpha_{12})b$ складає величину $C=-zT_0$, тому мінімальна температура буде

$$T_b = T_{\min} = \frac{\ln(1+zT_0)}{z}.$$

Якщо $zT_0 \ll 1$, то $T_{\min} = T_0 - zT_0^2/2$.

Наближення $j=\text{const}$ при одновимірному розподілі температури приводить до такого виразу для T_{\min} [3]

$$T_{\min} = (\sqrt{1+2zT_0} - 1)/z,$$

який справедливий для будь-якого z . Для малих z , коли $2zT_0 \ll 1$, отримаємо

$$T_{\min} = T_0 - zT_0^2/2.$$

У роботі [3] перевага віддана наближенню $j=\text{const}$, яке легше здійснити експериментально.

АТХ, виготовлений з неоднорідного термоелектричного анізотропного матеріалу.

Нехай зразок 1 (рис.1) виготовлений з термоелектричного анізотропного неоднорідного матеріалу, для якого $\alpha_{12}=\alpha_{12}(y)$, а ρ і χ постійні. Тоді для середньої частини достатньо довгого зразка ($a \gg b$) закон збереження енергії при умові, що кінетичні коефіцієнти не залежать від температури, можна записати так:

$$\frac{d^2T}{dy^2} - \delta T + \gamma = 0,$$

де $\delta = (d\alpha_{12}/dy)j/\chi$, $\gamma = \rho j^2/\chi$. Вважатимемо далі, що $\alpha_{12}(y) = \alpha_0 + ((\alpha_b - \alpha_0)/b)y$, тобто α_{12} лінійно залежить від координати y , α_0 і α_b – коефіцієнти термоерс при $y=0$ і $y=b$ відповідно. При такому розподілі коефіцієнта термоерс матимемо $d\alpha_{12}/dy = (\alpha_b - \alpha_0)/b$. При граничних умовах (2) розв'язок цієї задачі з адіабатично ізолюваною верхньою гранню матиме вигляд

$$T(y) = \gamma/\delta + Ae^{\sqrt{\delta}y} + Be^{-\sqrt{\delta}y},$$

де $A = T_0 - \gamma/\delta - B$,

$$B = \frac{(T_0 - \gamma/\delta)(\alpha_b j/\chi - \sqrt{\delta})e^{\sqrt{\delta}b} + (\alpha_b j/\chi)\gamma/\delta}{(\alpha_b j/\chi - \sqrt{\delta})e^{\sqrt{\delta}b} - (\alpha_b j/\chi + \sqrt{\delta})e^{-\sqrt{\delta}b}}.$$

Вираз для температури верхньої грані буде таким:

$$T_b = \gamma/b - \frac{(T_0 - \gamma/\delta)\sqrt{\delta} + ((\alpha_b j/\chi)\gamma/\delta)sh\sqrt{\delta}b}{(\alpha_b j/\chi)sh\sqrt{\delta}b - \sqrt{\delta}ch\sqrt{\delta}b}.$$

Для чисельної оцінки ефекту охолодження потрібно задати кінетичні коефіцієнти матеріалу зразка – α_0 , α_b , ρ , χ , висоту b , густину струму j , а також температуру T_0 . Вважатимемо $\alpha_b = 10^{-4}$ В/К, $\alpha_0 = 0$, $\rho = 10^{-3}$ Ом·см, $\chi = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $j = 20$ А/см², $T_0 = 300$ К. Тоді $\gamma = 40$ К/см², $\delta = 0,4$ см⁻² і матимемо $T_b = 225$ К.

Для АТХ, матеріал зразка якого однорідний, при $\alpha_{12} = 10^4$ В/К, $\chi = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $\rho = 10^{-3}$ Ом·см і $T_0 = 300$ К, $T_{\min} = 260$ К, тобто неоднорідний матеріал дає більш глибоке охолодження. Отже, АТХ, виготовлений з неоднорідного термоелектричного анізотропного матеріалу, дає більш глибоке охолодження.

Зауважимо, що розглянутий термоелектричний лінійно-неоднорідний матеріал повинен спеціально створюватися. Ясно, що технологія його виготовлення досить складна. Наприклад, це – спеціальним способом деформований або підданий впливу, відповідним чином створеного неоднорідного магнітного поля, матеріал. Однак конкретних пропозицій щодо цієї технології у авторів не має.

Отже, при неоднорідності коефіцієнта α_{12} пераметри χ і ρ теж можуть бути неоднорідними. Однак така залежність принципово не вплине на ефект охолодження. Вона може лише ускладнити математичні розрахунки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Harman T.C., Honig J.M. Thermoelectric and Thermomagnetic Effects and Applications. - New-York, 1967.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М. Наука, 1971.
3. Охрем В.Г., Охрем Е.А. Стационарный эффект охлаждения анизотропного термоэлектрического холодильника // Инженерно-физический журнал. - 2000. - 73, №3. - С.650-653.