

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ РОБОТИ ПОРОЖНИСТОГО КРУГЛОЦИЛІНДРИЧНОГО ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО АНІЗОТРОПНОГО ХОЛОДИЛЬНИКА

Досліджена можливість створення термоелектричного анізотропного холодильника круглоциліндричної форми. Оцінена величина максимального зниження.

The possibility of the making thermoelectric anisotropic round-cylindrical form cooler has been investigated. The maximum temperature reduction of value has been estimated.

Термоелектричні холодильники, принцип дії яких оснований на поперечному ефекті Пельтьє, відомі здавна [1]. Однак через малу ефективність термоелектричних матеріалів вони не одержали широкого застосування. У зв'язку з цим є актуальним пошук і створення матеріалів з великою термоелектричною ефективністю – над цією задачею працює більшість дослідників. Актуальна також задача створення таких умов, в яких би найкраще проявлявся ефект охолодження. Розглянемо один з аспектів цієї задачі.

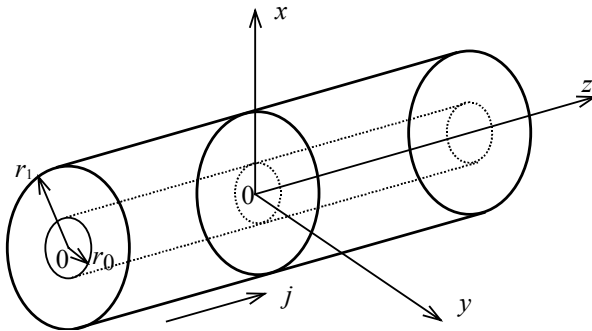


Рис.1. Порожній круглоциліндричний зразок

На рис.1 зображена схема порожнього круглоциліндричного зразка, виготовленого з термоелектрично-анізотропного матеріалу. Якщо зразок досить довгий, то можна вважати, що розподіл температури в середній його частині двовимірний.

Вважатимемо, що кінетичні коефіцієнти не залежать від температури, кристалографічні осі повернуті навколо осі y на деякий кут. Тоді нехтуючи анізотропією теплопровідності і вважаючи, що електричний струм напрямлений вздовж z , по-

дамо узагальнене рівняння теплопровідності в стаціонарному випадку у вигляді

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \gamma = 0, \quad (1)$$

де r і φ – полярні координати, причому φ відраховується від осі x (в площині x, y), $\gamma = \rho j^2 / \chi$, ρ – питомий опір, χ – питома теплопровідність, j – густина електричного струму (див. рис.1).

Граничні умови

$$T(r_0, \varphi) = T_0, \quad (2)$$

$$-\chi \frac{\partial T(r_1, \varphi)}{\partial r} + \alpha_3 j T(r_1, \varphi) \cos \varphi = 0, \quad (3)$$

де r_0 і r_1 – внутрішній і зовнішній радіуси циліндра. Умова (2) – постійність температури на внутрішній поверхні порожнього зразка. Цю умову можна задовольнити, пропускаючи через порожнину потік рідини, наприклад, води, якщо холодильник призначений для роботи в області кімнатних і вище температур, або рідкого азоту (або іншого газу), якщо мова йде про низькотемпературне охолодження. (3) – умова адіабатичної ізоляції зовнішньої поверхні циліндра. Для експериментального дослідження може бути використана методика, яка описана в [2].

Будемо шукати розв'язок рівняння (1) у вигляді

$$T(r, \varphi) = -\frac{1}{4} \gamma r^2 + C \ln r + D + \sum_{n=1}^{\infty} R_n(r) \cos n\varphi, \quad (4)$$

де C і D – постійні.

Підставивши (4) в (1), одержимо

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR_n}{dr} \right) - n^2 R_n = 0.$$

Звідси знайдемо [3]

$$R_n(r) = E_n r^n + G_n r^{-n}, \quad (5)$$

де E_n і G_n – постійні інтегрування.

Підставивши (4) і (5) в (2) і (3), одержимо систему рівнянь для визначення постійних C, D, E_n, G_n

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4} \gamma r_0^2 + C \ln r_0 + D &= T_0, \\ E_n r_0^n + G_n r_0^{-n} &= 0, \quad \text{при } n \geq 1, \\ E_1 - G_1 r_1^{-2} + a \left(-\frac{1}{4} \gamma r_1^2 + C \ln r_1 + D \right) &+ \\ + \frac{a}{2} (E_2 r_1^2 + G_2 r_1^{-2}) &= 0 \\ -\frac{1}{2} \gamma r_1 + \frac{C}{r_1} + \frac{a}{2} (E_1 r_1 + G_1 r_1^{-1}) &= 0, \\ n (E_n r_1^{n-1} - G_n r_1^{-n-1}) + \frac{a}{2} (E_{n-1} r_1^{-n-1} &+ \\ + G_{n-1} r_1^{-n-1} + E_{n+1} r_1^{n+1} + G_{n+1} r_1^{-n-1}) &= 0, \\ \text{при } n \geq 2, \text{ де } a &= \alpha_{13} j / \chi. \end{aligned} \quad (6)$$

(6) – нескінченна система алгебраїчних рівнянь, які "зачіплюються" одне за друге. Її можна розв'язати наближено, обмежившись кінцевим числом невідомих, – так можна зробити, якщо коефіцієнти E_n, G_n з ростом n спадають. Вважаючи, що це так, обмежимось у (6) постійними C, D, E_1, E_2, G_1, G_2 . Вирази для цих постійних легко знаходяться

$$\begin{aligned} D &= T_0 + \frac{1}{4} \gamma r_0^2 - C \ln r_0, \\ C &= \frac{1}{2} \gamma r_1^2 + \frac{a(r_1^2 - r_0^2)}{2r_0^2} G_1, \quad E_1 = -r_0^{-2} G_1, \\ E_2 &= -\frac{ar_1}{4} \frac{r_1 r_0^{-2}}{r_1^2 + r_0^2} G_1, \quad G_2 = \frac{ar_1}{4} \frac{r_1 r_0}{r_1^2 + r_0^2} G_1, \\ G_1 &= (ar_1) r_1 r_0^2 \frac{T_0 - \frac{1}{4} \gamma (r_1^2 - r_0^2) + \frac{1}{2} \gamma r_1^2 \ln \frac{r_1}{r_0}}{r_1^2 + r_0^2 - \frac{3}{8} (ar_1)^2 (r_1^2 - r_0^2)}, \end{aligned}$$

З точки зору ефекту охолодження інтерес представляє розподіл температури по периферії зразка:

$$\begin{aligned} T(r_1, \varphi) &= T_0 - \frac{1}{4} \gamma (r_1^2 - r_0^2) + \frac{1}{2} \gamma r_1^2 \times \\ &\times \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{r_1^2 - r_0^2}{r_0^2 r_1} G_1 \left(\frac{ar_1}{2} \ln \frac{r_1}{r_0} - \cos \varphi - \frac{ar_1}{4} \cos 2\varphi \right). \end{aligned}$$

Якщо ar_1 достатньо мале (для реальних кристалів $a \sim 0,1 \text{ см}^{-1}$, $r_1 \sim 1 \text{ см}$), то $(ar_1)^2 \ll 1$. Вважаючи також справедливою умову $r_0^2 \ll r_1$, матимемо

$$T(r_1, \varphi) = \left(T_0 - \frac{1}{4} \gamma r_1^2 + \frac{1}{2} \gamma r_1^2 \ln \frac{r_1}{r_0} \right) (1 - ar_1 \cos \varphi). \quad (7)$$

При $T_0 = 300 \text{ К}$, $j = 20 \text{ А/см}^2$, $\alpha_{31} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}$, $\rho = 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{см}$, $\chi = 10^{-2} \text{ Вт/(см}\cdot\text{К)}$, $r_1 = 1 \text{ см}$, $r_0 = 0,3 \text{ см}$, одержимо $T(r_1, 0) = 282 \text{ К}$, тобто зниження температури складає 18 К . Для цих самих матеріальних констант у випадку класичного анізотропного холодильника воно складає $11,5 \text{ К}$. При азотних температурах для $\alpha_{31} = 10^{-4} \text{ В/К}$, $T_0 = 80 \text{ К}$, $j = 10 \text{ А/см}^2$ і тих самих r_1, r_0, ρ і χ зниження буде 5 К . Для класичного холодильника – 3 К .

Отже, можна стверджувати, що використання круглоциліндричної форми приводить до підсилення ефекту охолодження.

Наведені вище чисельні розрахунки носять ілюстративний характер і не є вичерпними. Більш конкретна робота з акцентом на використання описаного ефекту на практиці має полягати в пошуку матеріалів, в оптимізації по геометричних розмірах, струму і т.д.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Осипов Э.В. Твердотельная криогеника. - Киев: Наук. думка, 1977.
2. Охрем В.Г., Самойлович А.Г. Фізичні основи роботи круглоциліндричного гальвано-терромагнітного холодильного елемента // УФЖ. - 1977. - 22, №1. - С.38-43.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, 1971.