

## Анізотропний термоелектричний холодильник з адіабатично ізольованими боковими гранями

Запропоновано анізотропний термоелектричний холодильник на поперечному ефекті Пельтьє, бокові грані якого адіабатично ізольовані від зовнішнього середовища.

The anisotropic thermoelectric cooler on transverse Peltier effect with adiabatically isolated lateral face from external medium has been suggested.

Фізичні процеси в анізотропному термоелектричному холодильнику (АТХ) вивчалися в роботах [1-4]. АТХ являє собою термоелектричний пристрій, одна з бічних граней якого термостатована. Через цю грань скидається тепло, яке виділяється в тілі АТХ. Тому вона повинна мати ідеальний тепловий контакт з термостатом і разом з цим бути електрично ізольованою від нього. Ці дві вимоги важко узгодити між собою. Тому актуальним є пошук інших можливостей скидання тепла в термостат. Очевидно, що найкращим варіантом АТХ був би такий, при якому холодоагент термостата безпосередньо контактує з його бічною гранню. Один з можливих варіантів цієї ідеї реалізовано в роботах [5,6] – показано експериментально і теоретично, що на зразках круглоциліндричної форми з центральним каналом можна досягти більш глибокого охолодження.

У роботі [7] розглянуто можливості застосування адіабатичного АТХ: бічні грані адіабатично ізольовані від зовнішнього середовища, а торці термостатовані. Очевидно, що в цьому випадку тепло, що виділяється в тілі АТХ скидається в термостат через торці і одночасно має місце натікання тепла з термостата в АТХ. Ясно, що охолодження матиме місце тоді, коли перший процес переважає.

1. Розглянемо спочатку випадок, коли матеріал АТХ термоелектрично-анізотропний і однорідний з незалежними від температури кінетичними коефіцієнтами. Узагальнене рівняння теплопровідності в цьому випадку можна записати так

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d^2 T}{dy^2} + \gamma = 0, \quad (1)$$

де  $T=T(x,y)$  – абсолютна температура, яка вважа-

ється двомірною,  $\gamma = \rho j^2 / \chi$ ,  $\rho$  – питомий опір,  $\chi$  – питома теплопровідність,  $j$  – густина струму (рис.1).

Граничні умови

$$T(0,y)=T(l,y)=T_0, \quad (2)$$

$$\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} - \beta T \Big|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=h} - \beta T \Big|_{y=h} = 0, \quad (3)$$

де  $h$  – висота,  $l$  – довжина АТХ;  $T_0$  – температура термостата;  $\beta = \alpha_{12} j / \chi$ ,  $\alpha_{12}$  – коефіцієнт поперечної термоерс.

Умови (2) означають термостатування торцевих граней АТХ при температурі  $T_0$ , (3) – адіабатичну ізоляцію нижньої і верхньої граней.

Розв'язок задачі (1)-(3) легко знайти методом Фур'є. Зокрема

$$T(x,y) = T_0 - \frac{1}{2} \gamma x(x-l) + \frac{\beta}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{\text{sh } \delta_n h} \times \left[ \frac{\exp(-\delta_n h) - 1}{\delta_n - \beta} \exp(\delta_n y) + \frac{\exp(\delta_n h) - 1}{\delta_n + \beta} \exp(-\delta_n y) \right] \sin \delta_n x$$

де  $\delta_n = n\pi/l$ ,  $D_n = 2(1 - (-1)^n)/(n\pi)$ ,  $C_n = -4l^2 \times (1 - (-1)^n)/(n\pi)$  – коефіцієнти розкладу 1 і функції  $x(x-l)$  в ряди Фур'є по синусах.

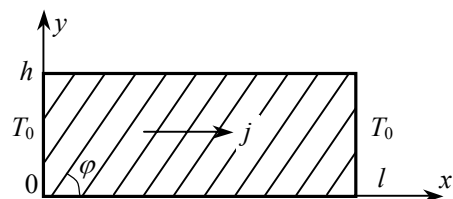


Рис. 1. Поздовжній переріз анізотропного термоелектричного холодильника.

Оцінимо температури на верхній ( $y=h$ ) і нижній ( $y=0$ ) гранях АТХ при  $x=l/2$ :

$$T(l/2, h) = T_0 + \frac{1}{8} \gamma l^2 + \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{(\delta_n^2 - \beta^2) \operatorname{sh} \delta_n h} \times$$

$$\times [\beta \operatorname{sh} \delta_n h + \delta_n (1 - \operatorname{ch} \delta_n h)] \sin \frac{n\pi}{2},$$

$$T(l/2, 0) = T_0 + \frac{1}{8} \gamma l^2 + \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{(\delta_n^2 - \beta^2) \operatorname{sh} \delta_n h} \times$$

$$\times [-\beta \operatorname{sh} \delta_n h + \delta_n (1 - \operatorname{ch} \delta_n h)] \sin \frac{n\pi}{2}.$$

При  $\alpha_{12}=2 \cdot 10^{-4}$  В/К,  $\rho=10^{-3}$  Ом·см,  $\chi=0,2$  Вт/(см·К),  $j=20$  А/см<sup>2</sup> і  $\delta_n h \geq 3$  ( $h \approx l$ ) матимемо  $\beta \approx 0,02$  см<sup>-1</sup> і наближено

$$T\left(\frac{l}{2}, h\right) = T\left(\frac{l}{2}, 0\right) = T_0 + \frac{1}{8} \gamma l^2 - \frac{\beta l}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{n} \sin \frac{n\pi}{2}.$$

При  $T=300$  К,  $j=60$  А/см матимемо для цих параметрів  $T(l/2, 0)=T(l/2, h)=294$  К, тобто охолодження складає 6 К. При  $T_0=80$  К і тих самих параметрах (близьких до параметрів вісмуту) матимемо величину 78 К.

2. Врахуємо далі анізотропію теплопровідності. При цьому узагальнене рівняння теплопровідності матиме вигляд

$$\chi_{11} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 2\chi_{12} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + \chi_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \rho_{11} j^2 = 0, \quad (4)$$

де  $\chi_{11} = \chi_{\parallel} \cos^2 \varphi + \chi_{\perp} \sin^2 \varphi$ ,  $\chi_{22} = \chi_{\parallel} \sin^2 \varphi + \chi_{\perp} \cos^2 \varphi$ ,  $\chi_{12} = (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) \sin \varphi \cos \varphi$ .  $\chi_{\parallel}$ ,  $\chi_{\perp}$  – теплопровідність вздовж і поперек кристалографічної вісі,  $x$  і  $y$  – вісі лабораторної системи координат,  $\varphi$  – кут між кристалографічною віссю і віссю  $x$  (рис.1). Граничні умови визначимо так: адіабатична ізоляція бокових граней –

$$\chi_{22} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0, y=h} + \chi_{12} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=0, y=h} - \alpha_{12} j T \Big|_{y=0, y=h} = 0, \quad (5)$$

ізотермічний контакт торців з термостатом при температурі  $T_0$  –

$$T(0, y) = T(l, y) = T_0. \quad (6)$$

Задача (4)-(6) не має аналітичного розв'язку, тому ми змушені вдатися до числових розрахунків. Ці розрахунки проведені на ЕОМ. Вихідні

параметри для розрахунків ми вибрали так:  $\varphi=45^\circ$ ,  $j=20$  А/см<sup>2</sup>,  $l=1,6$  см,  $h=0,4$  см,  $\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}=2 \cdot 10^{-4}$  В/К,  $\chi_{\parallel}=0,14$  Вт/(см·К),  $\chi_{\perp}=0,085$  Вт/(см·К),  $\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}=2 \cdot 10^{-3}$  Ом·см,  $T_0=80$  К. Задачу (4)-(6) представляємо системою різницевих рівнянь [8]:

$$T_{n-1,k} + T_{n+1,k} + T_{n,k-1} + T_{n,k+1} - 4T_{n,k} +$$

$$+ \frac{\varepsilon}{2} (T_{n-1,k-1} - T_{n+1,k-1} - T_{n-1,k+1} + T_{n+1,k+1}) +$$

$$+ \gamma \rho^2 = 0,$$

ізотермічні умови –  $T_{0,R}=T_0$ ,  $T_{N+1,R}=T_0$ ,  $0 \leq R \leq k+1$ ,  
 $\varepsilon(T_{M,0} - T_{M-1,0}) + T_{M,0} - T_{M,1} + \delta \rho T_{M,0} = 0$ ,  
 $1 \leq M \leq N$ ,

адіабатичні умови –  $\varepsilon(T_{M,k+1} - T_{M-1,k+1}) + T_{M,k+1} -$   
 $- T_{M,k} + \delta \rho T_{M,k+1} = 0$ ,  $1 \leq M \leq N$ , в яких  $\varepsilon =$   
 $= (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) / (\chi_{\parallel} + \chi_{\perp})$ ,  $\delta \rho = [(\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}) / (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})] j \rho$ ,  
 $\gamma = [(\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}) / (\chi_{\parallel} + \chi_{\perp})] j^2$ .

Для числових розрахунків зразок АТХ був розбитий сіткою (рис.2). У формулах:  $T_{n,k}$  – температура ( $n, k$ ) вузла,  $n$  – номер вздовж  $x$ ,  $k$  – вздовж  $y$  (рис.2),  $1 \leq n \leq N$ ,  $1 \leq k \leq K$ ,  $1 \leq M \leq N$ ,  $0 \leq R \leq K+1$ , далі  $K=3$ ,  $N=15$ ,  $p$  – крок сітки (рис.3). На рис.3 ( $n, k$ ) вузол, оточений найближчими сусідами-вузлами. Схема, зображена на рис.3, використовується для запису різницевих рівнянь. Далі вибрано:  $T=80$ К;  $\varepsilon=0,2$ ;  $p=0,1$  см;  $\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp} = 2 \cdot 10^{-4}$  В/К,  $\rho_{\parallel} + \rho_{\perp} = 2 \cdot 10^{-3}$  Ом·см,  $\chi_{\parallel} + \chi_{\perp} \approx 0,225$  Вт/(см·К) – ці параметри близькі до параметрів Ві;  $j=20$  А/см<sup>2</sup>.

Запишемо тільки числові значення температур вузлів у середній частині АТХ:  $T_{8,0}=78,5$  К,  $T_{8,1}=78,6$  К,  $T_{8,2}=78,6$  К,  $T_{8,3}=78,6$  К,  $T_{8,4}=78,5$  К. Ці дані свідчать про те, що анізотропія теплопровідності не впливає на розподіл температури по висоті: так само розподілена температура в середній частині АТХ при ізотропній теплопровідності по п.1. Більше того вона майже не впливає на величину перепаду температури.

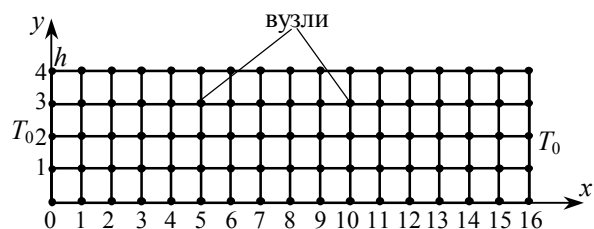


Рис. 2. Поздовжній переріз АТХ, розбитий сіткою.

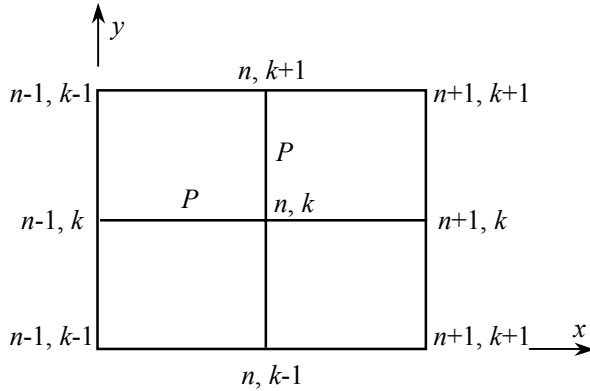


Рис. 3. Вузол  $(n,k)$ , що оточений найближчими сусідами-вузлами.

Порівняємо величину зниження температури, що отримується за допомогою АТХ з термостатованою бічною гранню за формуллу [2]

$$\Delta T = \frac{1}{2} \frac{(\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp})^2}{(\chi_{\parallel} - \chi_{\perp})(\rho_{\parallel} - \rho_{\perp})} T_0^2.$$

матимемо  $\Delta T \approx 2$  К, що не набагато краще. Отже, запропонований адіабатичний АТХ по перепаду температур практично не поступається АТХ з термостатованою бічною гранню і тому розробникам АТХ можна запропонувати практичну реалізацію АТХ. Звичайно в роботі розглянутий лише принцип дії, а конкретні питання, наприклад, підбір матеріалів, струмів, розмірів і др., а також область застосування, потребують спеціального дослідження.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Harman T.C., Honig J.M. Thermoelectric and Thermo-magnetic Effects and Applications. – New-York, 1967.
2. Осинов Э.В. Твердотельная криогеника. – Киев, 1977.
3. Охрем В.Г., Охрем О.А. Анізотропний термоелектричний холодильник // Науковий вісник ЧНУ. Вип. 92: Фізика.Електроніка. - Чернівці: ЧНУ, 2000. - С.153-156.
4. Охрем В.Г., Охрем Е.А. Стационарный эффект охлаждения анизотропного термоэлектрического холодильника // Инженерно-физический журнал. – 2000. – 73, №3. – С. 650-653.
5. Охрем В.Г., Самойлович А.Г. Физические основы работы круглоцилиндрического гальванотермомангнитного холодильного элемента // УФЖ. – 1977. – 2, №1, С.39-44.
6. Охрем В.Г. Физические основы работы полого круглоцилиндрического термоэлектрического анизотропного холодильника // Инженерно-физический журнал. – 2001. – 74, №2. – С.196.
7. Охрем В.Г. Некоторые модели стационарных термоэлектрических холодильников // Инженерно-физический журнал. – 2001. – 74, №5. – С.23.
8. Панов Д.Ю. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных. – М.: Из. Инж.-техн. лит., 1951.